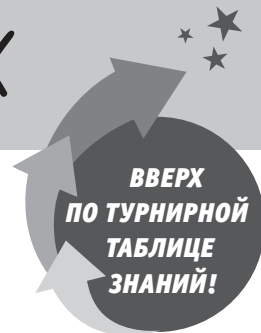


ШКОЛЬНЫЙ КУРС В НАТЛЯДНЫХ ТАБЛИЦАХ

Т. А. КОЛЕСНИКОВА

АЛГЕБРА: 7-11 КЛАССЫ




Москва
2025

ШКОЛЬНЫЙ КУРС В НАТЛЯДНЫХ ТАБЛИЦАХ

Т. А. КОЛЕСНИКОВА

АЛГЕБРА: 7-11 КЛАССЫ




Москва
2025

УДК 373.5:512
ББК 22.14я721
К60

Макет подготовлен при содействии ООО «Айдиономикс»

Колесникова, Татьяна Александровна.
К60 Алгебра: 7–11 классы / Т. А. Колесникова. — Москва : Эксмо, 2025. — 224 с. — (Школьный курс в наглядных таблицах).

ISBN 978-5-04-179901-4

В пособии школьный курс алгебры представлен в виде наглядных таблиц, что заметно ускоряет и упрощает процесс усвоения материала. Использование таблиц в качестве опорного конспекта не даст школьникам запутаться в большом объёме информации и позволит без труда найти ответ на интересующий их вопрос.

Книга окажет помощь учащимся 7–11 классов при подготовке к контрольным и ОГЭ и ЕГЭ, а также будет полезна учителям при организации работы на уроках.

**УДК 373.5:512
ББК 22.14я721**

ISBN 978-5-04-179901-4

**© Колесникова Т.А., 2023
© ООО «Айдиономикс», 2023
© Оформление. ООО «Издательство
«Эксмо», 2025**

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	7	Представление обыкновенной дроби в виде десятичной и десятичной — в виде обыкновенной.....	31
ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА.....	8	Сравнение десятичных дробей.....	32
Натуральные числа.....	8	Арифметические действия с десятичными дробями.....	33
Таблица классов и разрядов.....	9	Округление десятичных дробей.....	34
Действия с натуральными числами.....	10	Задачи на части и проценты.....	35
Порядок действий.....	13	Пропорции.....	37
Делители и кратные.....	14	Целые и рациональные числа.....	38
Простые и составные числа.....	14	Координатная прямая.....	38
Признаки делимости.....	15	Модуль числа.....	39
Наибольший общий делитель.....	16	Сравнение чисел.....	40
Наименьшее общее кратное.....	17	Арифметические действия с положительными и отрицательными числами.....	41
Сравнение.....	18	Иррациональные и действительные числа.....	43
Округление.....	19	Связь между числовыми множествами.....	43
Дроби.....	20	Арифметический квадратный корень.....	44
Обыкновенные дроби.....	20	Арифметический корень натуральной степени.....	46
Основное свойство дроби.....	21	Степень с целым и рациональным показателем.....	47
Смешанные числа.....	22	Десятичные приближения иррациональных чисел.....	48
Приведение обыкновенных дробей к наименьшему общему знаменателю.....	23	Сравнение иррациональных чисел.....	49
Сравнение обыкновенных дробей и смешанных чисел.....	24		
Арифметические действия с обыкновенными дробями и смешанными числами.....	25		
Десятичные дроби.....	29		
Разряды в десятичных дробях.....	30		

ВЫЧИСЛЕНИЕ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ.	50	Основные способы решения тригонометрических уравнений.	84
Тожественные преобразования	50	НЕРАВЕНСТВА	86
Многочлены	52	Числовые неравенства.	87
Одночлен. Действия с одночленами.	52	Числовые промежутки	88
Многочлен. Действия с многочленами и одночленами	54	Неравенства с одной переменной.	89
Формулы сокращённого умножения	55	Линейные неравенства	91
Разложение многочленов на множители	56	Метод интервалов	92
Алгебраические дроби.	57	Квадратные неравенства.	94
Иррациональные выражения	60	Различные случаи квадратных неравенств	95
Логарифмические выражения	62	Рациональные неравенства	100
Тригонометрические выражения.	64	Иррациональные неравенства	101
Определение и знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла.	64	Показательные неравенства.	103
Основные тригонометрические формулы.	66	Логарифмические неравенства	104
УРАВНЕНИЯ.	69	Простейшие тригонометрические неравенства	108
Линейные уравнения	70	Множества решений тригонометрических неравенств и их изображение на тригоно- метрической окружности	108
Квадратные уравнения	71	СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ	110
Рациональные уравнения	73	Системы уравнений с двумя неизвестными.	110
Иррациональные уравнения.	75	Системы неравенств с одной неизвестной	113
Показательные уравнения.	77	ФУНКЦИИ	116
Логарифмические уравнения.	78	Понятие функции. Способы задания функции.	116
Тригонометрические уравнения.	80		
Простейшие тригонометрические уравнения	81		

Преобразование графиков функций	118	Правила дифференцирования	152
Обратная функция	121	Уравнение касательной	154
Свойства функции	122	Исследование функции на монотонность с помощью производной	155
Основные элементарные функции	127	Экстремумы функции	159
Линейная функция	127	Исследование функции на экстремумы	161
Функция, описывающая обратную пропорциональность	128	Наибольшее и наименьшее значение функции	163
Квадратичная функция	129	Исследование функции на наибольшее и наименьшее значение	167
Степенная функция	132	Вторая производная	169
Показательная функция	135	Построение графика функции с помощью производной	170
Логарифмическая функция	136	Решение задач на наибольшее и наименьшее значение	171
Тригонометрические функции	137	Первообразная и интеграл	173
Обратные тригонометрические функции	139	Первообразная и неопределённый интеграл	173
ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ. ПРОГРЕССИИ	141	Использование определения первообразной при решении задач	175
Числовые последовательности	141	Таблица неопределённых интегралов (первообразных)	177
Прогрессии	143	Правила нахождения первообразных, интегрирования	178
НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА	145	Определённый интеграл	182
Производная	145	Формула Ньютона — Лейбница	184
Понятие производной	145	Основные свойства определённого интеграла	185
Геометрический смысл производной	146		
Решение задач о касательных с использованием геометрического смысла производной	149		
Физический смысл производной	150		
Производные элементарных функций	151		

Геометрический смысл определённого интеграла	188	ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ	204
Вычисление площадей с помощью определённого интеграла.....	189	Элементы комбинаторики.....	204
Физический смысл определённого интеграла	193	Элементы теории вероятностей.....	209
ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ	194	Случайные события	209
Основные понятия	194	Действия над событиями.....	211
Отношения на множествах.....	196	Различные подходы к определению вероятности события.....	212
Свойства сложения и умножения множеств.....	200	Основные теоремы о вероятностях	214
ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ.....	201	Элементы статистики.....	217
Высказывания.....	201	Таблицы распределения случайных величин	218
Предложения с переменными.....	203	Графическое представление случайных величин	219
		Числовые характеристики дискретных случайных величин.....	222



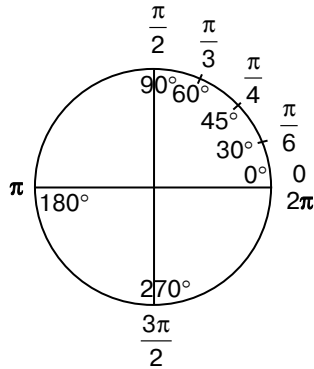
ВВЕДЕНИЕ

Данное пособие является помощником в изучении, систематизации и обобщении знаний по алгебре за курс средней школы. Материал представлен в наглядной и удобной для восприятия форме — в виде таблиц, что существенно упрощает его запоминание.

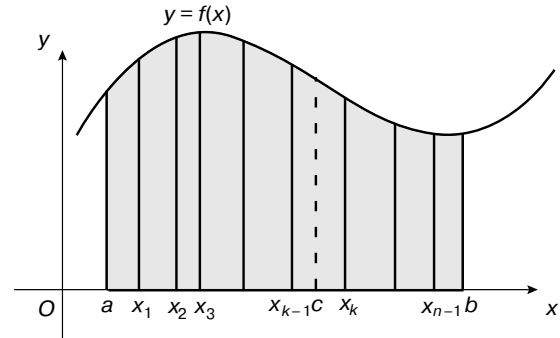
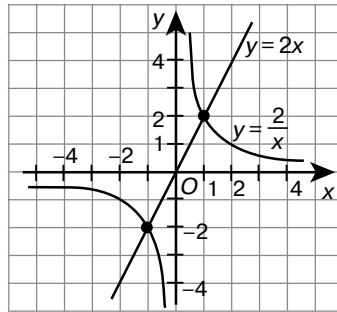
Обобщающий курс изложен последовательно — от простого к сложному. Книга содержит практически все изучаемые в школьной программе определения, правила, формулы, теоремы, изложенные в разделах «Числовые множества», «Вычисление и преобразование выражений», «Уравнения», «Неравенства», «Функции», «Начала математического анализа», «Элементы теории множеств, математической логики, комбинаторики, теории вероятностей и статистики».

Теоретический материал проиллюстрирован примерами, которые позволяют детально разобраться в темах школьного курса и отработать навыки выполнения различных заданий.

Пособие предназначено для учащихся средней школы при самоподготовке к различным видам контроля, основному и единому государственному экзаменам, а также для учителей математики.



Желаем успехов!



ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА



Натуральными называются числа, которые используются при счёте предметов.

Натуральный ряд	Особенности записи	Особенности чтения
<p>Обозначение: N.</p> $N = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10 \dots\}$ <p>0 не является натуральным числом. 1 — наименьшее натуральное число. Наибольшего натурального числа не существует. Последовательность всех натуральных чисел называется натуральным рядом. В натуральном ряду каждое следующее число на единицу больше предыдущего</p>	<p>Записываются в десятичной системе исчисления с помощью цифр: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Если запись натурального числа состоит из одной цифры, его называют однозначным числом; из двух цифр — двузначным числом; из трёх цифр — трёхзначным числом. Самые употребляемые числа имеют не больше 12 цифр в записи. Числа, которые имеют больше 12 цифр, относятся к группе больших чисел</p>	<p>Для чтения натуральных чисел их разбирают, начиная справа, на группы по три цифры в каждой. Первые три цифры справа — это класс единиц, 3 следующие — это класс тысяч, далее идут классы миллионов, миллиардов и т. д. Каждая из цифр класса называется его разрядом</p>



Числа 1, 10, 100, 1000 и т. д. называются **разрядными единицами**.
Так, 1 — это единица разряда единиц; 10 — единица разряда десятков;
100 — единица разряда сотен и т. д.

Таблица классов и разрядов

Классы	Разряды
1-й класс: единицы	1-й разряд: единицы; 2-й разряд: десятки; 3-й разряд: сотни
2-й класс: тысячи	1-й разряд: единицы тысяч; 2-й разряд: десятки тысяч; 3-й разряд: сотни тысяч
3-й класс: миллионы	1-й разряд: единицы миллионов; 2-й разряд: десятки миллионов; 3-й разряд: сотни миллионов
4-й класс: миллиарды	1-й разряд: единицы миллиардов; 2-й разряд: десятки миллиардов; 3-й разряд: сотни миллиардов

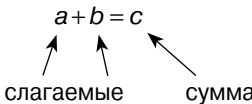
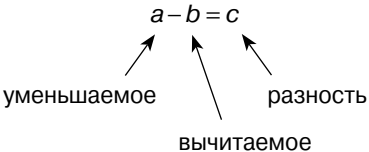
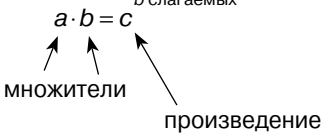


Любое натуральное многозначное число можно представить в виде суммы разрядных слагаемых.

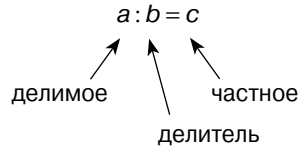
Представление числа в виде $385\,042 = 300\,000 + 80\,000 + 5\,000 + 40 + 2 = 3 \cdot 100\,000 + 8 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1\,000 + 0 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 2$ называется разложением числа на разрядные слагаемые или суммой разрядных слагаемых.

ВАЖНО! Сумма разрядных слагаемых натурального числа равна этому числу.

Действия с натуральными числами

Арифметические действия	Свойства
Сложение	
$a + b = c$  <p style="text-align: center;">слагаемые сумма</p>	$a + b = b + a$ $a + (b + c) = (a + b) + c$ $a + 0 = a$
Вычитание (действие, обратное сложению)	
$a - b = c$  <p style="text-align: center;">уменьшаемое вычитаемое разность</p>	$a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$ $(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$ $a - (b - c) = (a - b) + c$ $a - 0 = a$ $a - a = 0$
Умножение	
$a \cdot b = \underbrace{a + a + \dots + a}_b$ <p style="text-align: center;"><small>b слагаемых</small></p> $a \cdot b = c$  <p style="text-align: center;">множители произведение</p> <p>Вариант обозначения: $a \times b$</p>	$a \cdot b = b \cdot a$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$ $a \cdot 1 = a$ $a \cdot 0 = 0$

Деление (действие, обратное умножению)



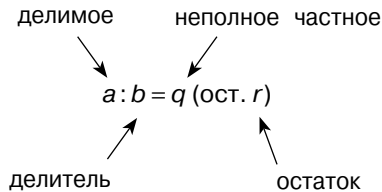
Варианты обозначений: $\frac{a}{b}$ или a/b .

Если частное c является натуральным числом, то говорят, что a делится (без остатка) на b .

Если частное c не является натуральным числом, то говорят, что a не делится (без остатка) на b .

Разделить с остатком число a на число b — значит найти два таких числа q и r , что $a = b \cdot q + r$ и $r < b$.

ВАЖНО! Остаток должен быть меньше делителя.



$$(a : b) : c = a : (b \cdot c)$$

$$a : (b : c) = (a : b) \cdot c$$

$$(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$$

$$(a \cdot b) : c = a \cdot (b : c)$$

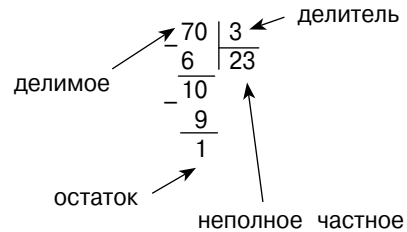
$$a : a = 1$$

$$a : 1 = a$$

$$0 : a = 0 \quad (a \neq 0)$$

На нуль делить нельзя!

✓ Деление с остатком:



Проверка: $70 = 3 \cdot 23 + 1$

Действия	Свойства	
Возведение в степень с натуральным показателем		
<p>Выражение a^n называется степенью числа a. Вторая степень числа называется квадратом числа, третья степень — кубом числа.</p> <p style="text-align: center;">показатель степени \swarrow $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ \nwarrow основание степени <small>n множителей</small></p>	$a^1 = a$ $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$, где $a \neq 0$	$(a^x)^y = a^{xy}$ $a^x \cdot b^x = (ab)^x$ $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$, где $b \neq 0$



Действия сложения, вычитания, умножения и деления называют **арифметическими действиями**. Только в результате сложения и умножения натуральных чисел также получаются натуральные числа. Свойства сложения, вычитания, умножения, деления и возведения в степень представляют собой равенства, которые можно использовать не только слева направо, но и справа налево.

Порядок действий



Действия 1-й ступени: сложение и вычитание.

Действия 2-й ступени: умножение и деление.

Действия 3-й ступени: возведение в степень.

Алгоритм действий	Пример
<p>В выражении без скобок сначала выполняют действия большей ступени. Если выражение содержит действия одной ступени, то их выполняют в порядке, в котором они записаны, — слева направо.</p> <p>Возведение в степень \Rightarrow умножение/деление \Rightarrow \Rightarrow сложение/вычитание</p>	<p>Запись решения в строчку:</p> $\boxed{4 \ 1 \ 2 \ 5 \ 6 \ 3} \quad 17 - 5 \cdot 6 : 3 - 2 + 4 : 2 = 17 - 30 : 3 - 2 + 2 = 17 - 10 - 2 + 2 = 7 - 2 + 2 = 7$
<p>В выражении со скобками сначала выполняют все действия в скобках, затем действия большей ступени. Скобками пользуются, чтобы изменить порядок действий.</p> <p>Действия в скобках \Rightarrow возведение в степень \Rightarrow \Rightarrow умножение/деление \Rightarrow сложение/вычитание</p>	<p>Запись решения по действиям:</p> $\boxed{1 \ 3 \ 5 \ 2 \ 4 \ 6} \quad (3+1) \cdot 2 + 6^2 : 3 - 7 = 13$ <ol style="list-style-type: none">1) $3+1=4$;2) $6^2=36$;3) $4 \cdot 2=8$;4) $36:3=12$;5) $8+12=20$;6) $20-7=13$

Делители и кратные

Определение	Примеры
<p>Делителем натурального числа n называется такое натуральное число k, на которое число n делится без остатка. Обозначение: $n:k$ (читается «n делится на k»)</p>	<p>Делители числа 15: 1, 3, 5 и 15. Делители числа 31: 1 и 31</p>
<p>Натуральное число k называется кратным натуральному числу n, если число n делится на число k без остатка. Любое натуральное число имеет бесконечно много кратных. ПРИМЕЧАНИЕ. Слово «кратно» можно заменить словами «делится на...»</p>	<p>Кратные числа 15: 15, 30, 45 и т. д. Кратные числа 31: 31, 62, 93 и т. д.</p>

Простые и составные числа

Определение	Пример
<p>Простым называется натуральное число, которое делится на 1 и на само себя</p>	<p>Число 31 является простым, т. к. делится только на 1 и 31</p>
<p>Натуральное число, имеющее более двух делителей, называется составным. Любое составное число можно разложить на два множителя, каждый из которых больше 1</p>	<p>Число 15 является составным, т. к. имеет четыре делителя. $15 = 3 \cdot 5$ — число 15 разложено на множители 3 и 5</p>



Число 1 не является ни простым, ни составным.