



| ВЕСЬ ШКОЛЬНЫЙ КУРС

МАТЕМАТИКА

+ ОБУЧАЮЩИЕ

ВИДЕО 

Т. А. КОЛЕСНИКОВА



Москва

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
К60

Макет подготовлен при содействии ООО «Айдиономикс»

Колесникова, Татьяна Александровна.
К60 Математика (+ обучающие видео) / Т. А. Колесникова. —
Москва : Эксмо, 2026. — 272 с. — (Весь школьный курс: нагляд-
ные пособия).

ISBN 978-5-04-221248-2

Справочник охватывает все основные темы школьной программы по математике за 5–11 классы. Каждая тема доступно изложена в таблицах, сопровождается примерами и упражнениями для закрепления материала. Анимационные видеоуроки, к которым ведут QR-коды в книге, являются отличительной особенностью издания и предлагают наглядные объяснения сложных тем. Благодаря этому процесс обучения становится более разнообразным и позволяет ученикам изучать материал в удобном для них темпе и формате.




Пособие станет надёжным помощником в достижении наиболее высоких результатов при подготовке к урокам и экзаменам. Книга адресована учащимся средних и старших классов, учителям, а также всем заинтересованным в изучении математики.







УДК 373.5:51
ББК 22.1я721


ISBN 978-5-04-221248-2

© Колесникова Т. А., 2025
© ООО «Айдиономикс», 2025
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	7
АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА.....	8
Числовые множества.....	8
Натуральные числа. Действия с натуральными числами.....	8
Дроби. Действия с дробями.....	14
Целые и рациональные числа пропорции. Модуль числа.....	25
Иррациональные и действительные числа.....	27
 Проверь себя.....	31
Вычисление и преобразование выражений.....	35
Тождественные преобразования.....	35
Одночлены и многочлены.....	35
Алгебраические дроби.....	38
Иррациональные выражения.....	39
Логарифмические выражения.....	40
Тригонометрические выражения.....	41
 Проверь себя.....	45
Уравнения.....	48
Линейные уравнения.....	49
Квадратные уравнения.....	49
Рациональные уравнения.....	51
Иррациональные уравнения.....	52
Показательные уравнения.....	52
Логарифмические уравнения.....	53
Тригонометрические уравнения.....	54
Неравенства.....	56
Числовые неравенства.....	57
Числовые промежутки.....	58
Неравенства с одной переменной.....	59
Линейные неравенства.....	60
Метод интервалов.....	61
Квадратные неравенства.....	62
Рациональные неравенства.....	66
Иррациональные неравенства.....	67
Показательные неравенства.....	68
Логарифмические неравенства.....	68
Простейшие тригонометрические неравенства.....	69
Системы уравнений и неравенств.....	71
Системы уравнений с двумя неизвестными.....	71
Системы неравенств с одной неизвестной.....	72
 Проверь себя.....	73
Функции.....	80
Преобразование графиков функций.....	80
Обратная функция.....	82

Свойства функции.....	83
Основные элементарные функции.....	86
 Проверь себя.....	94
Числовые последовательности. Прогрессии.....	96
Числовые последовательности.....	96
Прогрессии.....	97
 Проверь себя.....	98
Начала математического анализа.....	101
Производная.....	101
Первообразная и интеграл.....	115
 Проверь себя.....	121
Элементы теории множеств.....	127
Основные понятия.....	127
Отношения на множествах.....	129
Свойства сложения и умножения множеств.....	132
Элементы математической логики.....	133
Высказывания.....	133
Предложения с переменными.....	135
 Проверь себя.....	136
ГЕОМЕТРИЯ.....	137
Планиметрия.....	137
Начальные геометрические сведения.....	137
Треугольники.....	143
Четырёхугольники.....	157
Многоугольники.....	163
Окружность и круг.....	164
Площади фигур.....	171
Правильные многоугольники.....	175
Построения циркулем и линейкой.....	180
Векторы. Действия над векторами.....	188
Метод координат.....	192
 Проверь себя.....	195
Стереометрия.....	200
Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.....	200
Многогранники.....	210
Тела вращения.....	218
Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве.....	223
 Проверь себя.....	234
ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ.....	237
Элементы комбинаторики.....	237
Элементы теории вероятностей.....	239
Случайные события.....	239
Действия над событиями.....	240

Различные подходы к определению вероятности события.....	241
Основные теоремы о вероятностях	242
 Проверь себя	243
Элементы статистики.....	247
Таблицы распределения случайных величин.....	248
Графическое представление случайных величин.....	249
Числовые характеристики дискретных случайных величин.....	252
ПРИЛОЖЕНИЕ	254
Решение задач с экономическим содержанием	254
Задачи на кредиты.....	254
Задачи на оптимальный выбор.....	258
Решение задач на вычисление площадей.....	262
Вычисление площадей фигур на квадратной решётке	262
Вычисление площадей фигур на координатной плоскости	263
Построение точки по её координатам.....	264
Построение сечений многогранников.....	268

QR-коды

	Логарифм числа.....	40
	Знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса.....	41
	Радиянная мера угла.....	42
	Формулы приведения	44
	Теорема Виета	50
	Логарифмические уравнения.....	53
	Применение метода интервалов	65
	Логарифмические неравенства.....	69
	Системы линейных неравенств	72



Производная сложной функции..... 104



Применение производной к исследованию функций..... 105



Синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла
прямоугольного треугольника..... 155



Обобщение по теме «Параллелограмм, ромб,
прямоугольник, квадрат»..... 161



Площади подобных фигур..... 174



Угол между плоскостями..... 208



Объём наклонной призмы..... 212



Построение точки по её координатам 224



Косинус угла между векторами 227



Число сочетаний 239

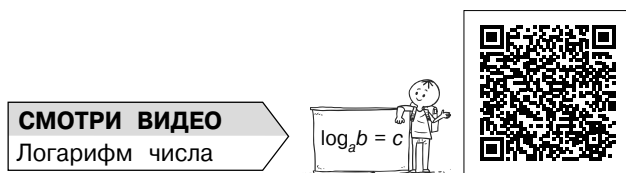


Формула полной вероятности..... 242

ВВЕДЕНИЕ

Перед вами необычный справочник, который поможет систематизировать и закрепить знания по математике за курс основной и средней школы. Главное отличие данного пособия от множества других — обучающие анимационные видео, которые помогут разобраться со сложными темами. В обучении важен принцип наглядности. Когда работают все каналы восприятия, ученик быстрее и легче усваивает сложный материал. Информация, представленная одновременно в словесном и образном виде, задействует оба полушария головного мозга. Так её проще обработать и запомнить.

В данной книге 20 QR-кодов. Для активации следует навести камеру устройства (смартфона, планшета и др.) на QR-код. На экране появится обучающее видео, в котором содержится развёрнутый поясняющий материал с элементами анимации по указанной теме.



Справочник содержит информацию по разделам «Алгебра и начала анализа», «Геометрия», «Элементы комбинаторики, теории вероятностей и статистики». Материал пособия представлен в виде таблиц, изложен доступным для усвоения языком. Это обеспечит максимальную сконцентрированность внимания, эффективное повторение и подготовку по предмету. Теоретический материал сопровождается блоком практических заданий. Приведённые примеры с развёрнутыми пояснениями позволят детально разобраться в темах школьного курса и отработать навыки выполнения различных заданий. В приложении приведены основные способы решения задач с экономическим содержанием, на вычисление площадей и построение сечений. Справочник предназначен для школьников, студентов и учителей школ, а также для всех, кто интересуется математикой.

Пособие поможет учащимся и выпускникам при подготовке к школьным занятиям, различным формам текущего и промежуточного контроля, а также к сдаче основного и единого государственных экзаменов.

Желаем успехов на экзамене!



АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

Числовые множества

Натуральные числа.

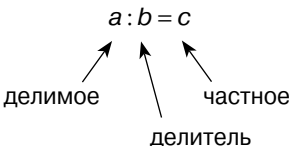
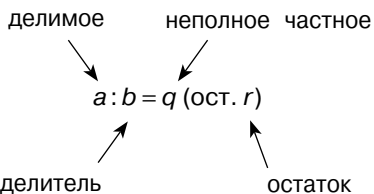
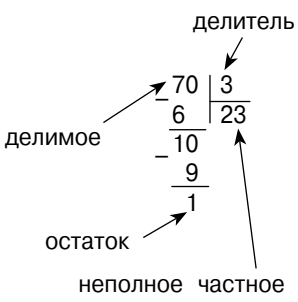
Действия с натуральными числами

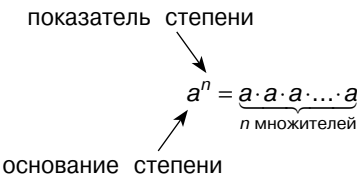


Натуральными называются числа, которые используются при счёте предметов.

Числа 1, 10, 100, 1000 и т. д. называются **разрядными единицами**. Так, 1 — это единица разряда единиц; 10 — единица разряда десятков; 100 — единица разряда сотен и т. д.

Арифметические действия	Свойства
Сложение	
$a + b = c$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">↑ слагаемые</div> <div style="text-align: center;">↑</div> <div style="text-align: center;">↑ сумма</div> </div>	$a + b = b + a$ $a + (b + c) = (a + b) + c$ $a + 0 = a$
Вычитание (действие, обратное сложению)	
$a - b = c$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">↑ уменьшаемое</div> <div style="text-align: center;">↑ вычитаемое</div> <div style="text-align: center;">↑ разность</div> </div>	$a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$ $(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$ $a - (b - c) = (a - b) + c$ $a - 0 = a$ $a - a = 0$
Умножение	
$a \cdot b = \underbrace{a + a + \dots + a}_b$ <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> $a \cdot b = c$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">↑ множители</div> <div style="text-align: center;">↑</div> <div style="text-align: center;">↑ произведение</div> </div> </div> <p>Вариант обозначения: $a \cdot b$</p>	$a \cdot b = b \cdot a$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$ $a \cdot 1 = a$ $a \cdot 0 = 0$

Арифметические действия	Свойства
Деление (действие, обратное умножению)	
<div style="text-align: center;"> $a : b = c$  </div> <p>Варианты обозначений: $\frac{a}{b}$ или a/b.</p> <p>Если частное c является натуральным числом, то говорят, что a делится (без остатка) на b.</p> <p>Если частное c не является натуральным числом, то говорят, что a не делится (без остатка) на b.</p> <p>Разделить с остатком число a на число b — значит найти два таких числа q и r, что $a = b \cdot q + r$ и $r < b$.</p> <p>ВАЖНО! Остаток должен быть меньше делителя.</p> <div style="text-align: center;"> $a : b = q \text{ (ост. } r)$  </div>	$(a : b) : c = a : (b \cdot c)$ $a : (b : c) = (a : b) \cdot c$ $(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$ $(a \cdot b) : c = a \cdot (b : c)$ $a : a = 1$ $a : 1 = a$ $0 : a = 0 \text{ (} a \neq 0)$ На нуль делить нельзя! ✓ Деление с остатком: <div style="text-align: center;">  </div> <p>Проверка: $70 = 3 \cdot 23 + 1$</p>

Действие	Свойства
Возведение в степень с натуральным показателем	
<p>Выражение a^n называется степенью числа a.</p> <p>Вторая степень числа называется квадратом числа, третья степень — кубом числа.</p> <div style="text-align: center;"> $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$  </div>	$a^1 = a$ $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$, где $a \neq 0$ $(a^x)^y = a^{xy}$ $a^x \cdot b^x = (ab)^x$ $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$, где $b \neq 0$

Действия 1-й степени: сложение и вычитание.
 Действия 2-й степени: умножение и деление.
 Действия 3-й степени: возведение в степень.

Порядок выполнения действий	Пример
<p>В выражении без скобок сначала выполняют действия большей степени. Если выражение содержит действия одной степени, то их выполняют в порядке, в котором они записаны, — слева направо.</p> <p>Возведение в степень \Rightarrow умножение/деление \Rightarrow сложение/вычитание</p>	<p>Запись решения в строчку:</p> $\begin{array}{c} \textcircled{4} \textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{5} \textcircled{6} \textcircled{3} \\ 17 - 5 \cdot 6 : 3 - 2 + 4 : 2 = 17 - 30 : 3 - \\ - 2 + 2 = 17 - 10 - 2 + 2 = 7 - 2 + 2 = 7 \end{array}$
<p>В выражении со скобками сначала выполняют все действия в скобках, а затем действия большей степени.</p> <p>Скобками пользуются, чтобы изменить порядок действий.</p> <p>Действия в скобках \Rightarrow возведение в степень \Rightarrow умножение/деление \Rightarrow сложение/вычитание</p>	<p>Запись решения по действиям:</p> $\begin{array}{c} \textcircled{1} \textcircled{3} \textcircled{5} \textcircled{2} \textcircled{4} \textcircled{6} \\ (3 + 1) \cdot 2 + 6^2 : 3 - 7 = 13 \end{array}$ <p>1) $3 + 1 = 4$; 2) $6^2 = 36$; 3) $4 \cdot 2 = 8$; 4) $36 : 3 = 12$; 5) $8 + 12 = 20$; 6) $20 - 7 = 13$</p>

Делитель натурального числа	Кратное натуральному числу
<p>Делителем натурального числа n называется такое натуральное число k, на которое число n делится без остатка.</p> <p>Обозначение: $n : k$ (читается «n делится на k»)</p>	<p>Натуральное число n называется кратным натуральному числу k, если число n делится на число k без остатка.</p> <p>Любое натуральное число имеет бесконечно много кратных.</p> <p>ПРИМЕЧАНИЕ. Слово «кратно» можно заменить словами «делится на...»</p>

Простое число	Составное число
Простым называется натуральное число, которое делится на 1 и на само себя	Натуральное число, имеющее более двух делителей, называется составным . Любое составное число можно разложить на два множителя, каждый из которых больше 1

Число 1 не является ни простым, ни составным.



Признак делимости — правило, позволяющее без выполнения деления определить, является ли число кратным заранее заданному числу.

Краткая формулировка признака делимости	
На 2	Последняя цифра в записи числа — 0, 2, 4, 6 или 8
На 3	Сумма цифр числа делится на 3
На 4	Число оканчивается двумя нулями или число, образованное двумя последними цифрами, делится на 4
На 5	Последняя цифра в записи числа — 0 или 5
На 7	Разность между числом с отброшенной последней цифрой и удвоенной этой цифрой делится на 7
На 8	Число оканчивается тремя нулями или число, образованное тремя последними цифрами, делится на 8
На 9	Сумма цифр числа делится на 9
На 10	Последняя цифра в записи числа — 0
На 11	Сумма цифр на нечётных местах равна сумме цифр на чётных местах, либо разность этих сумм делится на 11
На 25	Число оканчивается на 00, 25, 50 или 75



Наибольшее натуральное число, на которое делятся без остатка числа a и b , называется **наибольшим общим делителем** этих чисел. Аналогично определяется наибольший общий делитель для трёх и более натуральных чисел.

Краткая запись

Наибольший общий делитель — **НОД(a ; b)**

Алгоритм нахождения НОД	Пример
1) Разложить числа на простые множители	Найдём наибольший общий делитель чисел 60, 80 и 48.
2) Из множителей подчеркнуть те, которые входят в разложение всех чисел	$60 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 3 \cdot 5$; $80 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$; $48 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$;
3) Найти произведение подчеркнутых множителей	$\text{НОД}(60; 80; 48) = 2 \cdot 2 = 4$

Если все данные числа делятся на одно из них, то это число и является наибольшим общим делителем данных чисел.

✓ $\text{НОД}(15; 30) = 15$, т. к. $30 : 15$.

Натуральные числа называются взаимно простыми, если их наибольший общий делитель равен 1.

✓ Числа 15 и 17 — взаимно простые, т. к. $\text{НОД}(15; 17) = 1$.



Наименьшим общим кратным чисел a и b называется наименьшее натуральное число, которое кратно и a , и b . Аналогично определяется наименьшее общее кратное для трёх и более натуральных чисел.

Краткая запись

Наименьшее общее кратное — **НОК(a ; b)**

Алгоритм нахождения НОК	Пример
1) Разложить числа на простые множители	<p>Найдём наименьшее общее кратное чисел 60, 80 и 48.</p> $60 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5};$ $80 = 2 \cdot 2 \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 5;$ $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3;$ $\text{НОК}(60; 80; 48) = (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5) \cdot 2 \cdot 2 = 240$
2) Выписать множители, входящие в разложение одного из чисел	
3) Дописать к ним недостающие множители из разложения других чисел	
4) Найти произведение полученных множителей	

Если одно из данных чисел делится на все остальные числа, то это число и является наименьшим общим кратным данных чисел.

✓ $\text{НОК}(15; 30) = 30$, т. к. $30 : 15$.

В некоторых случаях возможно найти НОК, перебирая кратные большего числа.

✓ Для нахождения $\text{НОК}(12; 20)$ из кратных числа 20 выберем то, которое делится и на 12. Кратные 20: 20, 40, 60. Подходит число 60.



Натуральный ряд является **упорядоченным множеством**, то есть для любых двух натуральных чисел m и n справедливо одно из соотношений: $m = n$ (m равно n), $m > n$ (m больше n), $m < n$ (m меньше n).

Правила сравнения натуральных чисел	Пример
С разным количеством цифр	
Из двух натуральных чисел с разным количеством цифр больше то число, у которого цифр больше	621 — 3 цифры, 75 — 2 цифры; $621 > 75$

Правила сравнения натуральных чисел	Пример
С одинаковым количеством цифр	
Из двух натуральных чисел с одинаковым количеством цифр больше то, у которого больше единиц в наивысшем одноимённом разряде (сравнение проводится по разрядам, начиная со старшего разряда)	18 75 <u>6</u> 028 > 18 75 <u>4</u> 994, т. к. $6 > 4$



Округление — замена числа на его приближённое значение (с определённой точностью), записанное с меньшим количеством значащих цифр.

Правила округления
<p>1) Найти разряд, до которого необходимо округлить.</p> <p>2) Сравнить цифру, стоящую справа от этого разряда, с 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▶ если эта цифра меньше 5 (0, 1, 2, 3, 4), то цифра разряда, до которого идёт округление, не меняется, а остальные числа заменяются нулями; ▶ если эта цифра больше или равна 5 (5, 6, 7, 8, 9), то цифра разряда, до которого идёт округление, увеличивается на 1, а остальные числа заменяются нулями

II Дроби. Действия с дробями



Дробь — форма представления числа в математике. Существует два вида дробей: обыкновенные и десятичные.

Число вида $\frac{m}{n}$, где m — целое число, n — натуральное, называют **обыкновенной дробью**.

$\frac{m}{n}$ ← числитель
 $\frac{m}{n}$ ← знаменатель

Виды обыкновенных дробей

Правильная дробь	Неправильная дробь
<p>Правильная дробь — это обыкновенная дробь, числитель которой меньше знаменателя, то есть $m < n$.</p> <p>Любая правильная дробь меньше единицы: $\frac{m}{n} < 1$, если $m < n$</p>	<p>Неправильная дробь — это обыкновенная дробь, числитель которой больше знаменателя или равен ему, то есть $m \geq n$.</p> <p>Любая неправильная дробь больше единицы или равна ей: $\frac{m}{n} \geq 1$, если $m \geq n$</p>

Любое натуральное число можно представить в виде неправильной дроби.

Основное свойство дроби

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}; \quad \frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}, \quad c \neq 0$$

Если числитель и знаменатель дроби умножить (разделить) на одно и то же число, отличное от нуля, то получится дробь, равная данной.

ВАЖНО! При использовании основного свойства изменяется только внешний вид дроби, её значение при этом остаётся неизменным

Применение основного свойства дроби

Сокращение дроби

Действие перехода к новой дроби, равной заданной, но с меньшими числителем и знаменателем.

✓ $\frac{18}{26} = \frac{9}{13}$ (числитель и знаменатель дроби разделили на 2).

Сократить дробь — значит разделить числитель и знаменатель на их общий делитель, который больше 1.

Несократимой называется дробь, числитель и знаменатель которой — взаимно простые числа.