

ОСНОВНОЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ЭКЗАМЕН

ОГЭ

2027

В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина

**МАТЕМАТИКА**

---

**СБОРНИК ЗАДАНИЙ**

  
МОСКВА



УДК 373.5:51  
ББК 22.1я721  
К75

Об авторах:

*В.В. Кочагин* — кандидат педагогических наук,  
учитель математики ГБОУ  
«Школа № 1568 им. Пабло Неруды» г. Москвы

*М.Н. Кочагина* — кандидат педагогических наук,  
доцент Департамента математики и физики  
ИЦО ГАОУ ВО МГПУ

**Кочагин, Вадим Витальевич.**

К75      ОГЭ 2027. Математика. Сборник заданий : 750 заданий  
с ответами / В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина. — Москва :  
Эксмо, 2026. — 240 с. — (ОГЭ. Сборник заданий).

ISBN 978-5-04-173748-1

Издание предназначено для подготовки учащихся 9-х классов к ОГЭ по математике.

В пособие включены:

- 750 заданий разных типов, сгруппированные по темам;
- справочный теоретический материал;
- ответы ко всем заданиям;
- подробные решения задач.

Представлены все учебные темы, знание которых проверяется экзаменом.

Издание окажет помощь учителям при организации тематических проверок для текущего закрепления материала, а также при подготовке учащихся к ОГЭ.

УДК 373.5:51  
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-173748-1

© Кочагин В. В., Кочагина М. Н., 2026  
© Оформление. ООО «Издательство  
«Эксмо», 2026

## СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                       |   |
|---------------------------------------------------------------------------------------|---|
| <i>Основные сведения об основном<br/>государственном экзамене по математике</i> ..... | 7 |
|---------------------------------------------------------------------------------------|---|

### ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

#### Модуль «Алгебра»

|                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Тема 1. Числа и выражения. Преобразование<br/>выражений</b> .....                  | 11 |
| <b>1.1. Делимость натуральных чисел</b> .....                                         | 11 |
| Теоретические сведения .....                                                          | 11 |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 13 |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 19 |
| <b>1.2. Приближенные значения</b> .....                                               | 23 |
| Теоретические сведения .....                                                          | 23 |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 24 |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 27 |
| <b>1.3. Степень с целым показателем</b> .....                                         | 31 |
| Теоретические сведения .....                                                          | 31 |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 32 |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 35 |
| <b>1.4. Квадратный корень. Корень третьей степени</b> ...                             | 39 |
| Теоретические сведения .....                                                          | 39 |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 40 |

|                                                                                       |            |
|---------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 45         |
| <b>1.5. Выражения и преобразования .....</b>                                          | <b>49</b>  |
| Теоретические сведения .....                                                          | 49         |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 49         |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 56         |
| <b>Тема 2. Уравнения .....</b>                                                        | <b>62</b>  |
| Теоретические сведения .....                                                          | 62         |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 63         |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 71         |
| <b>Тема 3. Системы уравнений .....</b>                                                | <b>73</b>  |
| Теоретические сведения .....                                                          | 74         |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 74         |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 80         |
| <b>Тема 4. Неравенства .....</b>                                                      | <b>87</b>  |
| Теоретические сведения .....                                                          | 87         |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 88         |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 94         |
| <b>Тема 5. Прямоугольная система координат<br/>на плоскости .....</b>                 | <b>97</b>  |
| <b>5.1. Уравнения прямой, параболы и гиперболы .....</b>                              | <b>97</b>  |
| Теоретические сведения .....                                                          | 98         |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 100        |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 104        |
| <b>5.2. Уравнение окружности .....</b>                                                | <b>109</b> |
| Теоретические сведения .....                                                          | 109        |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 109        |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 111        |

|                                                                                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Тема 6. Функции</b> .....                                                          | 115 |
| Теоретические сведения .....                                                          | 115 |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 119 |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 128 |
| <b>Тема 7. Арифметическая и геометрическая<br/>    прогрессии</b> .....               | 132 |
| Теоретические сведения .....                                                          | 133 |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 134 |
| Задания для самостоятельной работы .....                                              | 140 |
| <b>Тема 8. Текстовые задачи части 1</b> .....                                         | 143 |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 143 |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 148 |
| <b>Тема 9. Текстовые задачи части 2</b> .....                                         | 155 |
| Теоретические сведения .....                                                          | 155 |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 159 |
| <b>Тема 10. Элементы теории вероятностей</b> .....                                    | 162 |
| <b>10.1. Классическое определение вероятности</b> .....                               | 162 |
| Теоретические сведения .....                                                          | 162 |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 163 |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 164 |
| <b>10.2. Теоремы сложения и умножения вероятностей</b> ....                           | 166 |
| Теоретические сведения .....                                                          | 166 |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 167 |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 171 |
| <b>Тема 11. Элементы статистики</b> .....                                             | 172 |
| Теоретические сведения .....                                                          | 172 |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 173 |
| Задания для самостоятельного решения .....                                            | 175 |

## Модуль «Геометрия»

|                                                                                       |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Тема 12. Планиметрия</b> .....                                                     | 177 |
| Теоретические сведения .....                                                          | 177 |
| Задания для активного обучения<br><i>(с комментариями, решениями, ответами)</i> ..... | 180 |
| Задания для самостоятельной работы .....                                              | 200 |
| <b>Указания</b> .....                                                                 | 210 |
| Числа и выражения. Преобразование<br>выражений .....                                  | 210 |
| Системы уравнений .....                                                               | 217 |
| Неравенства .....                                                                     | 218 |
| Прямоугольная система координат на плоскости ...                                      | 218 |
| Функции .....                                                                         | 219 |
| Арифметическая и геометрическая прогрессии ...                                        | 219 |
| Элементы теории вероятностей .....                                                    | 220 |
| <b>Ответы</b> .....                                                                   | 221 |
| Тема 1. Числа и выражения.<br>Преобразование выражений .....                          | 221 |
| Тема 2. Уравнения .....                                                               | 228 |
| Тема 3. Системы уравнений .....                                                       | 229 |
| Тема 4. Неравенства .....                                                             | 230 |
| Тема 5. Прямоугольная система координат<br>на плоскости .....                         | 231 |
| Тема 6. Функции .....                                                                 | 232 |
| Тема 7. Арифметическая и геометрическая<br>прогрессия .....                           | 233 |
| Тема 8. Текстовые задачи части 1 .....                                                | 234 |
| Тема 9. Текстовые задачи части 2 .....                                                | 234 |
| Тема 10. Элементы теории вероятностей .....                                           | 235 |
| Тема 11. Элементы статистики .....                                                    | 236 |
| Тема 12. Планиметрия .....                                                            | 237 |

## Основные сведения об основном государственном экзамене по математике

На выполнение государственной экзаменационной работы по математике отводится 235 минут (3 часа 55 минут).

Экзаменационная работа включает 25 заданий и состоит из двух частей.

**Первая часть** включает 19 заданий с кратким ответом, вторая часть — 6 заданий с развернутым ответом. За каждое верное решение задания первой части можно получить один балл, всего за первую часть экзаменационной работы — максимально 19 баллов. Ответы к заданиям нужно вносить в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания.

В этой части работы предлагаются задания нескольких типов:

- задания, в которых требуется выбрать из нескольких предложенных ответов один верный;
- задания с кратким ответом;
- задания на сопоставление, в которых требуется соотнести пары объектов;
- задания на выбор верного (неверного) утверждения из нескольких предложенных.

Приведем примеры оформления ответов заданий разных типов из первой части работы.

1. Найдите значение выражения  $\frac{m^3\sqrt{7}}{7}$  при  $m = -\sqrt{7}$ .

Ответ:  $-7$ .

2. Соотнесите дроби, которые выражают доли некоторой величины, и соответствующие им проценты.

А)  $\frac{1}{5}$

Б)  $\frac{1}{4}$

В)  $\frac{1}{2}$

Г)  $\frac{1}{25}$

1) 4%

2) 50%

3) 20%

4) 25%

Ответ:

| А | Б | В | Г |
|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 2 | 1 |

3. Укажите номера верных утверждений.

1. Параллелограмм можно вписать в окружность.
2. Диаметр — большая из хорд окружности.
3. Существует треугольник с углами  $40^\circ$ ,  $25^\circ$  и  $115^\circ$ .

Ответ: 23.

Во **второй части** экзаменационной работы 6 заданий. За задания № 20—25 можно получить от 0 до 2 баллов. Всего за вторую часть работы — максимально 12 баллов. Здесь требуется представить полное решение в бланке ответов № 2.

Для подсчета баллов учащегося складывают количество баллов, полученных за первую и вторую части работы. Таким образом, максимально учащийся может получить за работу 31 балл.

Для успешной сдачи экзамена достаточно набрать 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии.

В справочных материалах, которые раздаются вместе с экзаменационной работой, содержатся математические формулы и таблицы квадратов двузначных чисел. Линейкой на экзамене можно пользоваться. Другими справочными материалами пользоваться запрещено.

### **Рекомендации по подготовке к экзамену с помощью пособия**

Наиболее эффективно работу по подготовке к экзамену по алгебре можно построить по следующему плану:

1. Ознакомиться со структурой экзаменационной работы.
2. Изучив (или повторив) теоретический материал первой темы основных вопросов содержания «Числа и выражения. Преобразование выражений», разобрать комментарии по решению типовых заданий этой темы и решить последовательно все предложенные задания.



3. Сравнить полученные ответы с ответами, приведенными в конце пособия. Обязательно разобраться с причинами появления ошибок (если такие будут), при необходимости повторив теоретический материал или воспользовавшись указаниями к решению задач, которые предложены в разделе «Указания».

4. Работая так и дальше, последовательно переходить от одной темы к другой, от одного раздела к другому. Стараться запоминать основные приемы решения заданий.

5. Решать подготовительные варианты к экзамену или варианты экзамена по математике прошлых лет, которые можно найти в литературе.

В случае ошибок в ответах или незнания способа выполнения какого-то задания повторить соответствующий теоретический вопрос по данному пособию и вернуться к решаемому варианту.

### **Рекомендации по поведению на экзамене**

Во время проведения экзамена старайтесь не волноваться. Чем быстрее у вас получится сосредоточиться на решении заданий, тем скорее вы вспомните необходимые математические факты и приемы решения типовых заданий, а также поймете, что подготовка к экзамену на уроках в школе и с помощью данного пособия не прошла даром и вы можете многое решить. Однако все же не стоит забывать о самопроверке.

И еще, внимательно читайте *условие* и *требование* выполняемого задания. В заданиях первой части работы оценивается *только ответ на поставленный вопрос!*

Перед тем как приступить к выполнению заданий, просмотрите всю первую часть предложенной вам работы. Далее, не теряя времени, начинайте выполнять одно за другим задания первой части. Если какое-то задание вызвало затруднения, оставьте его и переходите к решению следующего. К пропущенным заданиям можно будет вернуться позже. Рекомендуем проверять себя после выполнения каждого задания, а также после выполнения заданий каждой части. Рекомендации по выполнению второй части работы такие же, как и для первой части, однако

здесь еще следует следить за правильностью оформления решенных заданий. Очевидно, что надо стараться решить большее количество заданий, причем правильно. Перед тем как сдать работу, еще раз проверьте правильность заполнения бланка ответов, не осталось ли нерешенным какое-то задание.

*Желаем успешной сдачи экзамена!*

# ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

## Модуль «Алгебра»

### Тема 1. ЧИСЛА И ВЫРАЖЕНИЯ. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ

При выполнении заданий по преобразованию выражений используются различные свойства степени и арифметического квадратного корня. Вычисления и преобразования требуют повышенной концентрации внимания.

В первой части экзаменационной работы обычно требуется выполнить одно или два действия для получения результата по преобразованию целых и дробных выражений. Во второй части — преобразования многошаговые, причем часто приходится применять различные методы разложения выражений на множители.

#### 1.1. Делимость натуральных чисел

При выполнении заданий на делимость натуральных чисел используются различные свойства делимости, определение и свойства наибольшего общего делимого и наименьшего общего кратного двух чисел, а также признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

**Определение.** Натуральное число  $a$  делится на натуральное число  $b$ , если существует натуральное число  $n$ , такое, что  $a = bn$  (например, 32 делится на 4, так как  $32 = 4 \cdot 8$ ).

**Определение.** Простым числом называется такое натуральное число, которое имеет только два натуральных делителя: 1 и само это число (например, число 7 делится только на 1 и на 7, поэтому 7 — простое число).

**Определение.** Составным числом называется такое натуральное число, которое имеет более двух натуральных делителей (например, число 8 делится на 1, на 2, на 4 и на 8, поэтому 8 — составное число).

*Любое составное натуральное число можно разложить на простые множители, и причем только одним способом.*

Способы, при которых произведения отличаются только порядком множителей, считаются за один способ.

### Свойства делимости

Если в сумме натуральных чисел каждое слагаемое делится на некоторое число, то и сумма делится на это число (например, сумма чисел  $12 + 24 + 36$  делится на 12, так как каждое слагаемое суммы делится на 12).

Если в произведении натуральных чисел один из множителей делится на некоторое число, то и произведение делится на это число (например, произведение чисел  $12 \cdot 13 \cdot 14$  делится на 6, так как один из множителей — 12 делится на 6).

### Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10

Число делится **на 2** тогда и только тогда, когда оно оканчивается четной цифрой (цифры 0, 2, 4, 6, 8 — четные; цифры 1, 3, 5, 7, 9 — нечетные; число 14 делится на 2, так как оканчивается цифрой 4).

Число делится **на 3** тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3 (например, число 84 делится на 3, так как сумма его цифр —  $8 + 4 = 12$  делится на 3).

Число делится **на 5** тогда и только тогда, когда оно оканчивается цифрой 0 или 5 (например, число 45 делится на 5, так как оканчивается цифрой 5).

Число делится **на 9** тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9 (например, число 198 делится на 9, так как сумма его цифр —  $1 + 9 + 8 = 18$  делится на 9).

Число делится **на 10** тогда и только тогда, когда оно оканчивается цифрой 0 (например, число 60 делится на 10, так как оканчивается цифрой 0).

**Определение.** Остатком от деления натурального числа  $a$  на натуральное число  $b$  называется такое натуральное число  $r$ , что разность  $a - r$  делится на  $b$ , и  $0 \leq r < b$ .

То есть число  $a$  можно представить в виде  $a = bn + r$ , где  $n$  — некоторое натуральное число, а  $r$  — остаток (число  $n$  называют неполным частным; например, число 17 можно представить следующим образом:  $17 = 5 \cdot 3 + 2$ , т.е. при делении на 5 число 17 дает остаток 2, а число 3 будет при этом неполным частным).

**Определение.** Если натуральное число  $a$  делится на натуральное число  $b$ , то число  $b$  называют **делителем числа  $a$** , а число  $a$  — **кратным числа  $b$**  (например, число 5 — делитель числа 45, а число 45 — кратное числа 5).

**Определение.** Пусть  $a$  и  $b$  натуральные числа. Число  $d$  называют **общим делителем для  $a$  и  $b$** , если оно является делителем и для  $a$ , и для  $b$  (например, число 2 — делитель числа 12 и делитель числа 6, поэтому число 2 является общим делителем чисел 12 и 6).

Среди делителей чисел есть наибольший, который называют наибольшим общим делителем чисел  $a$  и  $b$ , и обозначают НОД ( $a$ ;  $b$ ) (например, НОД (12; 6) = 6).

**Определение.** Пусть  $a$  и  $b$  натуральные числа. Число  $k$  называют **общим кратным для  $a$  и  $b$** , если оно кратно и  $a$ , и  $b$  (например, число 45 делится на 5 и на 3, поэтому является общим кратным чисел 5 и 3).

Среди общих кратных есть наименьшее, которое называют наименьшим общим кратным чисел  $a$  и  $b$ , и обозначают НОК ( $a$ ;  $b$ ) (например, НОК (3; 5) = 15).

### ЗАДАНИЯ ДЛЯ АКТИВНОГО ОБУЧЕНИЯ

(с комментариями, решениями, ответами)

#### Делители и кратные числа

**Задание 1.** Выберите из чисел 4, 6, 8, 10, 12 делители 20.

**Решение.**

Число 20 делится на 4 и на 10 и не делится на 6, 8, 12, поэтому только числа 4 и 10 являются делителями числа 20.

**Ответ:** 4, 10.

**Задание 2.** Выберите из чисел 4, 6, 8, 10, 12 кратные 4.

**Решение.**

Из указанных чисел на 4 делятся 4, 8, 12 и не делятся 6 и 10, поэтому только числа 4, 8 и 12 являются кратными 4.

Ответ: 4, 8, 12.

**Задание 3.** Докажите, что сумма  $2^6 + 4^4 + 8^3$  делится на 13.

**Решение.**

Представим каждое слагаемое исходной суммы в виде степени 2:  $4 = 2^2$ ,  $8 = 2^3$ .

$$2^6 + 4^4 + 8^3 = 2^6 + (2^2)^4 + (2^3)^3 = 2^6 + 2^8 + 2^9.$$

Вынесем общий множитель  $2^6$  за скобки.

$$2^6 + 2^8 + 2^9 = 2^6(1 + 2^2 + 2^3) = 2^6 \cdot 13.$$

По свойствам делимости мы получили, что делителем  $2^6 + 4^4 + 8^3$  является число 13, значит, сумма  $2^6 + 4^4 + 8^3$  делится на 13.

### Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10

**Задание 4.** Укажите число, которое делится на 3.

- 1) 314                      2) 315                      3) 316                      4) 317

**Решение.**

Применим к этим числам признак делимости на 3. Для этого вычислим сумму цифр в записи каждого из этих чисел.

314 — сумма цифр  $3 + 1 + 4 = 8$  не делится на 3.

315 — сумма цифр  $3 + 1 + 5 = 9$  делится на 3.

316 — сумма цифр  $3 + 1 + 6 = 10$  не делится на 3.

317 — сумма цифр  $3 + 1 + 7 = 11$  не делится на 3.

Итак, только у одного числа 315 сумма цифр делится на 3, значит, по признаку делимости на 3 и само число 315 делится на 3.

Ответ: 2.

**Задание 5.** Какую цифру надо поставить вместо \*, чтобы число  $123^*$  делилось на 2?

**Решение.**

Число  $123^*$  делится на 2 тогда и только тогда, когда оно оканчивается четной цифрой, значит, вместо \* можно поставить четные цифры: 0, 2, 4, 6, 8.

Ответ: 0, 2, 4, 6, 8.

**Задание 6.** Найдите последнюю цифру числа  $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$ .

**Решение.**

Число  $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8$  делится на 2 и на 5, значит, оно делится и на 10. Поэтому его последняя цифра равна 0.

Ответ: 0.

### Деление с остатком

**Задание 7.** Остаток от деления числа 123 на 8 равен:

1) 1

2) 2

3) 3

4) 7

**Решение.**

Выполним деление уголком.

$$\begin{array}{r} 123 \overline{)8} \\ - 8 \phantom{0} \overline{)15} \\ \hline 43 \\ - 40 \phantom{0} \\ \hline 3 \end{array}$$

Остаток от деления числа 123 на 8 равен 3.

Ответ: 3.

**Задание 8.** Найдите последнюю цифру числа  $2^{2010}$ .

**Решение.**

Возводить в степень число 2 долго, поэтому исследуем вопрос о том, какими цифрами могут оканчиваться степени числа 2.

Рассмотрим последовательные натуральные степени числа 2.

$$\begin{array}{llll} 2^1 = 2 & 2^2 = 4 & 2^3 = 8 & 2^4 = 16 \\ 2^5 = 32 & 2^6 = 64 & 2^7 = 128 & 2^8 = 256 \\ 2^9 = 512 & 2^{10} = 1024 & \dots & \end{array}$$

Заметим, что если показатель степени 2 при делении на 4 дает остаток 1 (1, 5, 9, ...), то последняя цифра в записи числа равна 2.

Если показатель степени 2 при делении на 4 дает остаток 2 (2, 6, 10, ...), то последняя цифра в записи числа равна 4.

Если показатель степени 2 при делении на 4 дает остаток 3 (3, 7, ...), то последняя цифра — 8.

Если показатель степени 2 делится на 4 (4, 8, ...), то последняя цифра — 6.

Рассмотрим число 2010.

$$2010 = 2008 + 2 = 4 \cdot 502 + 2.$$

Значит, последняя цифра в записи числа  $2^{2010}$  равна 4.

Ответ: 4.

**Задача 9.** Остаток от деления некоторого натурального числа на 25 равен 7. Найдите остаток от деления этого числа на 5.

**Решение.**

Если остаток от деления некоторого натурального числа  $x$  на 25 равен 7, то само число можно записать в виде  $x = 25n + 7$ , где  $n$  — некоторое натуральное число.

Так как надо найти остаток от деления исходного числа на 5, преобразуем это число следующим образом:  $25n + 7 = 25n + 5 + 2 = 5(5n + 1) + 2$ , где  $5n + 1$  — некоторое натуральное число, значит остаток от деления исходного числа на 5 равен 2.

Ответ: 2.

*Замечание:* число  $x = 25n + 7$  можно представить в виде  $x = 5 \cdot 5n + 7$ , где  $5n$  — некоторое натуральное число, но число 7 не будет остатком от деления числа  $x$  на 5, так как  $7 > 5$  (см. определение остатка от деления).



**Задание 10.** Остаток от деления некоторого натурального числа на 5 равен 2. Найдите остаток от деления этого числа на 25.

**Решение.**

Если остаток от деления некоторого натурального числа  $x$  на 5 равен 2, то его можно записать в виде  $x = 5n + 2$ , где  $n$  — некоторое натуральное число.

Число  $n$  неизвестно, поэтому следует рассмотреть все случаи при делении числа  $n$  на 5: число  $n$  делится на 5; число  $n$  дает в остатке от деления на 5 числа 1, 2, 3, 4.

Если число  $n$  делится на 5, то его можно представить в виде  $n = 5m$ , где  $m$  — некоторое натуральное число. И исходное число имеет вид  $x = 5 \cdot 5m + 2 = 25m + 2$ , тогда остаток от деления его на 25 равен 2.

Если число  $n$  при делении на 5 дает остаток 1, то его можно представить в виде  $n = 5m + 1$ . И исходное число имеет вид  $x = 5 \cdot (5m + 1) + 2 = 25m + 7$ , тогда остаток от деления его на 25 равен 7.

Если число  $n$  при делении на 5 дает остаток 2, то его можно представить в виде  $n = 5m + 2$ . И исходное число имеет вид  $x = 5 \cdot (5m + 2) + 2 = 25m + 12$ , тогда остаток от деления его на 25 равен 12.

Рассуждая аналогично, понимаем, что исходное число при делении на 25 может давать остатки 17 и 22.

Ответ: 2, 7, 12, 17, 22.

### **Простые числа. Разложение натурального числа на простые множители**

При разложении натуральных чисел на простые множители используют признаки делимости.

**Задание 11.** Разложите на простые множители число 720.

**Решение.**

Сначала определим, на какие простые числа делится 720.

1) так как число 720 оканчивается четным числом 0, то 720 делится на 2;

2) так как 720 оканчивается числом 0, то делится на 5;  
 3) так как сумма цифр числа 720 равна  $7 + 2 + 0 = 9$ ,  
 то делится на 3.

Удобно разложение на простые множители записывать столбиком: делитель располагается справа от вертикальной черты, а частное записывается под делимым.

|     |   |
|-----|---|
| 720 | 2 |
| 360 | 2 |
| 180 | 2 |
| 90  | 2 |
| 45  | 3 |
| 15  | 3 |
| 5   | 5 |
| 1   |   |

Итак, мы получили, что  $720 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ .

Ответ:  $720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ .

### Наименьшее общее кратное, наибольший общий делитель

**Задание 12.** Наибольший общий делитель чисел  $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$  и  $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$  равен

- 1) 5      2)  $2 \cdot 3 \cdot 5$       3)  $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$       4)  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

Решение.

В разложении числа  $a$  на простые множители число 2 входит в третьей степени, а в разложении числа  $b$  на простые множители число 2 входит в первой степени, значит, *в разложении на простые множители наибольшего общего делителя чисел  $a$  и  $b$  число 2 должно присутствовать в меньшей степени, т.е. в первой степени.*

Аналогично можно получить, что в разложении на простые множители наибольшего общего делителя для  $a$  и  $b$  число 3 должно присутствовать в первой степени, а число 5 — во второй.

Поэтому НОД ( $a$ ;  $b$ ) =  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ .

Ответ: 4.



5. Какое из чисел не является кратным 3?  
1) 15                      2) 27                      3) 35                      4) 45
6. Сколько натуральных делителей имеет число 12?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
7. Сколько четных чисел удовлетворяет неравенству  $11 < x < 20$ ?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
8. Какие цифры надо поставить вместо \*, чтобы число 543\* делилось на 2?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
9. Какие цифры надо поставить вместо \*, чтобы число 542\* делилось на 3?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
10. Какие цифры надо поставить вместо \*, чтобы число 543\* делилось на 5?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
11. Какую цифру надо поставить вместо \*, чтобы число 542\* делилось на 6?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
12. Какую цифру надо поставить вместо \*, чтобы число 541\* делилось на 15?  
Ответ: \_\_\_\_\_.
13. Остаток от деления числа 94 на 7 равен  
1) 3                      2) 4                      3) 5                      4) 6
14. Частное от деления числа 94 на 7 равно  
1) 11                      2) 12                      3) 13                      4) 14
15. Наибольший общий делитель чисел  
 $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$  и  $b = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$  равен  
1) 5                                              3)  $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$   
2)  $2 \cdot 3 \cdot 5$                                       4)  $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3$
16. Наименьшее общее кратное чисел  
 $a = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$  и  $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$  равно  
1)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$                       3)  $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$   
2)  $2 \cdot 3 \cdot 5$                                       4)  $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$