

Юлия Кита

# МАТЕМАТИКА

без преград

Увлекательные научные факты,  
истории, эксперименты

УДК 51  
ББК 22.1  
К45

Издание ранее выходило под названием:  
«99 секретов математики»

**Кита, Юлия.**  
К45 Математика без преград. Увлекательные научные факты, истории, эксперименты / Кита Юлия. — Москва : Эксмо, 2025. — 224 с. : ил. — (99 секретов науки).

ISBN 978-5-04-170782-8

Математика — это не только длинные формулы и сложные вычисления. Истории из жизни царицы наук и известных ученых не менее интересны, чем детектив. Хотите узнать, откуда в названии «тригонометрия» слово «три», научиться измерять длину при помощи пальцев, разобраться, что такое числа-близнецы и многое-многое другое? Все это вы узнаете из нашей книги.

УДК 51  
ББК 22.1

ISBN 978-5-04-170782-8

© Оформление. ООО «Издательство  
«Эксмо», 2025

## СОДЕРЖАНИЕ

ЗНАКОМИМСЯ С ЧИСЛАМИ И СЧЕТОМ .....	7
№ 1. Большие числа: сколько песчинок во Вселенной.....	8
№ 2. Русский крестьянский способ умножения для всех сословий .....	9
№ 3. Метод «галера», или Лодка для деления.....	11
№ 4. Лишний верблюд и признаки делимости .....	14
№ 5. Много ли соли в морской воде: проценты.....	16
№ 6. Квадраты и корни: проще, чем кажется .....	18
№ 7. Средняя величина и как ее «пощупать» .....	20
№ 8. Числа-близнецы и другие простые числа .....	23
№ 9. Знатные и почетные совершенные числа .....	25
№ 10. Число 666. И почему оно такое «страшное»?.....	27
№ 11. Дружба в мире чисел .....	29
№ 12. В поисках верхней границы: числа Мерсенна.....	32
№ 13. Разложить по кирпичикам, или Основная теорема арифметики.....	33
№ 14. Взаимная простота и решето Эратосфена.....	36
№ 15. Бесконечная спираль вечного календаря.....	38
№ 16. Неопределенные уравнения, или что придумал Диофант .....	40
№ 17. Теорема Ферма и ее разные варианты .....	42
№ 18. Аликвотные дроби: десятичные и компания.....	44
№ 19. Бесконечные значения рациональных чисел .....	47
№ 20. «Неразумные» иррациональные числа .....	48
№ 21. Цепные дроби: не посчитать, но построить.....	50
№ 22. Золотое сечение, или Что расскажет пентаграмма .....	52
№ 23. «Потусторонний мир» трансцендентных чисел .....	54
№ 24. Чудные формулы одного числа Пи.....	56
№ 25. Есть ли предел у числа $e$ ? .....	59
№ 26. Числа, которые совсем нельзя измерить, но они есть.....	61

№ 27. Как нарисовать то, чего нет: геометрия комплексных чисел .....	64
№ 28. Нереальная реальность мнимых чисел.....	66
№ 29. Аргументы в споре с векторами.....	69
№ 30. Формула Эйлера, или Чем проще, тем лучше .....	71

## ФИГУРЫ И ТЕЛА.

### ПЛОСКИЕ И ОБЪЕМНЫЕ ..... 73

№ 31. Наш друг треугольник и его незнакомые линии.....	74
№ 32. Окружности — верные друзья треугольников .....	77
№ 33. Равные и подобные: не одно и то же .....	78
№ 34. Теорема Пифагора: при чем тут штаны? .....	80
№ 35. Фаньяно, Ферма, Торричелли: классические задачи о треугольнике .....	82
№ 36. Многоугольники, или когда больше трех .....	84
№ 37. Равносоставленность, или как превратить квадрат в неквадрат .....	87
№ 38. Внезапные задачи о паркете.....	89
№ 39. Из чего состоит окружность.....	91
№ 40. Что еще мы знаем об окружности: длина и площадь.....	93
№ 41. Разрешимость задач на построение: что можно, а что нет.....	96
№ 42. Удвоение куба, трисекция угла, квадратура круга: над чем бились древние .....	97
№ 43. Все начинается с четырех точек.....	100
№ 44. Параллельность и перпендикулярность: дело в углах .....	101
№ 45. Проекция, или Как передать объем на плоскость .....	103
№ 46. Когда у угла больше двух граней .....	105
№ 47. Многообразии объемных фигур .....	107
№ 48. Тела вращения, или Торжество симметрии .....	109
№ 49. Платоновы и архимедовы тела: многообразие многогранников .....	112
№ 50. Измерение как сравнение с эталоном .....	114
№ 51. Квадрируемость, или Много мелких в большом.....	115
№ 52. Кубируемость, или Переход от плоскости к объему..	118
№ 53. Формулы объема: смотрим на высоту и вращаем плоскость.....	121

## ДРЕВНЕЕ ИСКУССТВО АЛЬ-ДЖЕБРА ..... 123

№ 54. Прекрасная краткость буквенных выражений.....	124
№ 55. Что общего у уравнений и торговых весов? .....	125
№ 56. Тождество уравнений: почти волшебство .....	128
№ 57. Формула и теорема Виета: разве это не одно и то же?.....	130
№ 58. Как победить кубическое уравнение: формула Кардано .....	131
№ 59. Уравнения четвертой степени: когда Феррари не машина.....	133
№ 60. Если степень больше пяти: решить нерешаемое.....	135
№ 61. Кирпич на кирпич, или Системы уравнений.....	137
№ 62. Младший брат, или О неравенствах.....	140
№ 63. Системы координат, или что изобрел Декарт.....	143
№ 64. Линейные уравнения и системы: магия карандаша и линейки .....	146
№ 65. Парабола, гипербола, овал... при чем тут конус? .....	148
№ 66. Откуда в названии «тригонометрия» слово три?.....	151
№ 67. Превращаем синус в косинус и обратно.....	152
№ 68. Векторы: непростые линии .....	153
№ 69. Кручу-верчу, или Операции с векторами .....	156
№ 70. Геометрия на сфере: в треугольнике больше $180^\circ$ .....	158
№ 71. Когда непрерывность можно начертить карандашом на бумаге .....	161
№ 72. Линейные и степенные функции: все дело в кривых...	163
№ 73. Показательная и логарифмическая функции: не могут друг без друга .....	166
№ 74. Синус и косинус: на одно лицо.....	168
№ 75. Веселое интегрирование.....	170
№ 76. Дифференциал: а теперь делаем все наоборот .....	173
№ 77. Округления: допустимое и недопустимое .....	175
№ 78. Погрешность, когда ее можно не бояться? .....	177
№ 79. Как вычислить квадратный корень и не ошибиться ненароком .....	180
№ 80. Алгоритм: что может быть проще... или сложнее?.....	181

## ТЫСЯЧА МЕЛОЧЕЙ МАТЕМАТИКИ ..... 183

№ 81. Размещения с повторениями и без .....	184
№ 82. Сели ровно в ряд: перестановки.....	186

№ 83. Сочетания и с чем их едят .....	188
№ 84. Подумаешь, бином Ньютона!.....	189
№ 85. Числа, выстроенные в лесенку: треугольник Паскаля .....	191
№ 86. Разбиение плоскости, или Как бы нам порезать торт .....	193
№ 87. Числа Каталана, или Каждой точке по паре.....	195
№ 88. Сделать магический квадрат из чисел .....	196
№ 89. С мостами все непросто: графы в математике.....	198
№ 90. Задача коммивояжера, или Из пункта А во все другие пункты .....	201
№ 91. Задача четырех красок, или Как сделать красиво .....	204
№ 92. Последовательности: что вообще мы о них знаем .....	205
№ 93. Арифметическая и геометрическая прогрессии.....	207
№ 94. Числа, выстроенные в ряд, сходятся и расходятся.....	210
№ 95. Случайны ли случайности, возможно ли невероятное?.....	213
№ 96. Посчитать то, что только может случиться .....	215
№ 97. Гаусс, его шляпа и распределение.....	217
№ 98. Что же в матлогике отличается от обычной логики? .....	219
№ 99. Выражения, или Что такое пропозиция.....	222

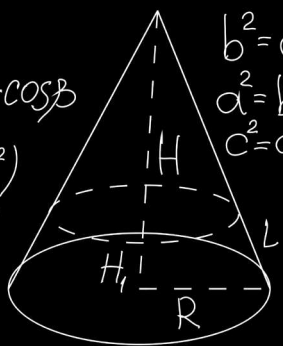
$\alpha_1 = \beta + \gamma$     $\gamma_1 = \alpha + \beta$   
 $\beta_1 = \alpha + \gamma$     $\frac{\alpha}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

$2R = \frac{c}{\sin \gamma}$   
 $a = c \cdot \sin \alpha = c \cdot \cos \beta$

$V = \frac{1}{3} \pi H (R^2 + Rr + r^2)$

$S = \pi R^2 + \pi r^2 + \pi (R+r)l$

$S = \pi Rl$



$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos \beta$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

$S = \frac{a_1 a_2 \sin \varphi}{2}$

# ЗНАКОМИМСЯ С ЧИСЛАМИ

## И СЧЕТОМ



$S = \frac{a+b}{2} \cdot h = EF \cdot h$

$V = \frac{h}{3} (Q + \sqrt{Q_1})$

$\frac{a}{\sqrt{3}}; S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} / S = 4\pi R^2 / V = \frac{4}{3} \pi R^3$

$C = 2\pi R$

$S = \pi R^2$

$\frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}; S = \frac{a^2 n}{4 \tan \frac{180^\circ}{n}}$

$l = \frac{\pi R}{180} \cdot n; S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot n^2 \pm \frac{1}{2} R^2 \sin n^2 \Rightarrow 180 < n$

№ 1

## БОЛЬШИЕ ЧИСЛА: СКОЛЬКО ПЕСЧИНОК ВО ВСЕЛЕННОЙ

Долгое время древние люди даже не пытались представить себе, что Вселенную можно измерить и посчитать. Пока великий ученый Архимед в свободное от восклицаний «Эврика!» время не опубликовал сочинение «Псаммит». В нем он посчитал две невероятные вещи: размер Вселенной и число песчинок, достаточное, чтобы заполнить все обозримое пространство.

Диаметр Вселенной он представил как  $10^{14}$  стадий, или 2 световых года. А количество «песчинок» как  $10^{63}$ . Таких маленьких, что в маковом зерне их содержалась мириада (то есть  $10^4$ ). Хотя во времена Архимеда не было привычного нам десятичного исчисления, он придумал систему, основанную на мириадо-мириадах —  $10^8$ . От 1 до  $10^8 - 1$  он считал «первыми числами», от мириады мириад до  $10^{16}$  — «вторыми». И так далее до  $10^{800000000000000000}$ . Эту систему использовали вплоть до эпохи Возрождения.

№ 2  
**РУССКИЙ КРЕСТЬЯНСКИЙ**  
**СПОСОБ УМНОЖЕНИЯ ДЛЯ ВСЕХ**  
**СОСЛОВИЙ**

Любые числа можно перемножать, не зная таблицу умножения. Для простого «крестьянского» способа надо всего-то уметь умножать и делить числа на 2. И складывать в столбик. Итак, умножим 44 на 108. Записываем два числа рядом.

44		108
22		216
11		432
5		864
2		1728
1		3456

И далее в два столбика: первое число делим на два, второе умножаем на два. Если получаем промежуточный остаток единицу, то ее отбрасываем. Получив в первом столбике 1, ищем в нем четные числа. Их вычеркиваем вместе с числами второго столбца (они все четные, мы ведь умножаем на 2), стоящими рядом. В примере мы вычеркиваем первую, вторую и пятую строчки. Остается сложить числа во втором столбце и получить результат.

$$44 \times 108 = 432 + 864 + 3456 = 4752$$

НА КАРТИНЕ НИКОЛАЯ  
БОГДАНОВА-БЕЛЬСКОГО  
«УСТНЫЙ СЧЕТ.

В НАРОДНОЙ ШКОЛЕ  
С. А. РАЧИНСКОГО»  
КРЕСТЬЯНСКИЕ ДЕТИ

В УМЕ РЕШАЮТ ПРИМЕР:  
 $(10^2 + 11^2 + 12^2 + 13^2 +$   
 $+ 14^2) / 365$ . ЧТОБЫ ЕГО  
РЕШИТЬ, РАЗЛОЖИТЕ  
КАЖДУЮ СТЕПЕНЬ НА  
СУММУ КВАДРАТОВ ИЛИ  
ПОДСЧИТАЙТЕ СУММЫ  
СТЕПЕНЕЙ  $(10^2 + 11^2 + 12^2$   
И  $13^2 + 14^2)$ .

№ 3  
МЕТОД «ГАЛЕРА»,  
ИЛИ ЛОДКА ДЛЯ ДЕЛЕНИЯ

Этот метод, изобретенный в Индии, был очень популярен в средневековой Венеции. Здесь не нужно перемножение многозначных чисел. Требуется только умножение на однозначное число и вычитание. Итак, разделим 346 на 987 654. Пишем эти два числа одно под другим. Подбором находим первую цифру частного. Это 2 (рис. 1 на стр. 13).

Умножаем первую цифру делителя на 2 и вычитаем результат из первой цифры делимого.  $9 - 3 \times 2 = 3$ . Записываем над первой цифрой делимого. Зачеркиваем 9 и 3 (рис. 2 на стр. 13). Вторую цифру делителя 4 умножаем на 2 и результат вычитаем из второй цифры делимого 8. Пишем 0. Вычеркиваем 4 и 8.

307 (две цифры над делимым и третья делимого) минус третья цифра делителя 6, умноженная на 2. Получаем 295, записываем «лесенкой» сверху. Вычеркиваем 307 и 6. Снизу «лесенкой» пишем 346 (рис. 3 на стр. 13). Ищем простым подбором вторую цифру частного, 8.

2956 минус  $346 \times 8$ . Получаем 188. Записываем сверху «лесенкой». Зачеркиваем 2956 и 346. Внизу «лесенкой» записываем 364 (рис. 4).

Ищем опять подбором следующую цифру частного, 5.  $1885 - 346 \times 5$  равно 155. Записываем сверху «лесенкой». Вычеркиваем 1885 и 364. Опять «лесенкой» внизу 346 (рис. 5). Подбором ищем последнюю цифру частного — 4.  $1554 - 346 \times 4 = 170$ . Это остаток от деления. Запишем его в скобках справа от частного 2854 (рис. 6).

При повороте рисунка вычисления на три часа против часовой стрелки можно увидеть силуэт корабля. Потому метод назван «галерой».

МАТЕМАТИКА — ЭТО БОЛЬШЕ ЧЕМ  
НАУКА, ЭТО ЯЗЫК НАУКИ.  
— НИЛЬС БОР

$$\begin{array}{r|l}
 & \\
 \hline
 987654 & 2 \\
 346 & \\
 \hline
 \end{array}$$

Рис. 1

$$\begin{array}{r|l}
 3 & \\
 \hline
 \cancel{9}87654 & 2 \\
 \cancel{3}46 & \\
 \hline
 \end{array}$$

Рис. 2

$$\begin{array}{r|l}
 \cancel{3}0 & \\
 \hline
 \cancel{9}\cancel{8}7654 & 2 \\
 \cancel{3}46 & \\
 \hline
 \end{array}$$

Рис. 3

$$\begin{array}{r|l}
 29 & \\
 \cancel{3}05 & \\
 \hline
 \cancel{9}\cancel{8}7654 & 28 \\
 \cancel{3}466 & \\
 34 & \\
 \hline
 \end{array}$$

Рис. 4

$$\begin{array}{r|l}
 1 & \\
 \cancel{2}98 & \\
 \cancel{3}058 & \\
 \cancel{9}\cancel{8}7654 & 285 \\
 \hline
 \cancel{3}4666 & \\
 \cancel{3}44 & \\
 3 & \\
 \hline
 \end{array}$$

Рис. 5

$$\begin{array}{r|l}
 +1 & \\
 \cancel{2}985 & \\
 \cancel{3}0585 & \\
 \cancel{9}\cancel{8}7654 & 2854 (170) \\
 \hline
 \cancel{3}46666 & \\
 \cancel{3}444 & \\
 \cancel{3}3 & \\
 \hline
 \end{array}$$

Рис. 6

Деление методом «галера»

№ 4

ЛИШНИЙ ВЕРБЛЮД  
И ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Есть такая старая восточная притча. У трех братьев умер отец. Завещал им свое стадо верблюдов — девятнадцать голов. Сказал: «Старшему половину, среднему четверть, а младшему — одну пятую». Но не делится 19 ни на 4, ни на 5 без остатка. Даже на 2 не делится — ну не рубить же «лишнего» верблюда напополам?

Обратились братья к мудрецу. Тот послушал их и говорит: «Вот стоит еще один верблюд, мой. Добавьте к своему стаду и уже тогда разделите». Добавили. Вышло 20 верблюдов. Старшему, таким образом, досталось 10 верблюдов, среднему 5 и младшему 4.

«Спасибо, мудрый человек, — говорят братья, — но у нас остался один лишний верблюд». «Это не лишний, — отвечает мудрец, — а мой. Оставьте его тут, а сами идите домой. И наследство свое заберите».

Если рассмотреть задачу с точки зрения чисел, то мы получим такое выражение:  $1/2 + 1/4 + 1/5$ . Попробуем посчитать:  $1/2 + 1/4 +$

$+ 1/5 = 10/20 + 5/20 + 4/20 = 19/20$ . Общий знаменатель у дробей 20, то есть все наследство-стадо плюс еще один верблюд. Вообще, глядя на число, можно сразу сказать, на какое из простых чисел оно делится.

- на 2, если последняя его цифра делится на 2.
- на 3, если сумма его цифр делится на 3.
- на 5, если заканчивается на 5 либо на 0.
- на 7 когда количество десятков, умноженное на 3, плюс количество единиц делится на 7.

Проверим делимость числа 1029:

- 9 не делится на 2, значит 1029 не делится на 2.
- $1 + 2 + 9 = 12$ ,  $1 + 2 = 3$ , то есть 1029 делится на 3.
- 9 не равно ни 5 ни 0, и 1029 не делится на 5.
- $102 \times 3 + 9 = 315$ ,  $31 \times 3 + 5 = 98$ ,  $9 \times 3 + 8 = 35$ ,
- $35 = 7 \times 5$ , то есть 1029 делится на 7.

СМЫСЛ РАВНЯЕТСЯ  
СУММЕ ПОЛЬЗЫ И ВРЕДА,  
ДЕЛЕННОЙ НА ЖИЗНЬ.  
— ПЕТР БОРМОР