

УДК 51-8
ББК 22.1я92
П27

В оформлении обложки использованы иллюстрации:
angelinast, Venomous Vector, bsd / Shutterstock.com
Используется по лицензии от Shutterstock.com

При оформлении книги использованы иллюстрации по лицензии от shutterstock.com:

3pstudio, 3xy, 4zevar, Adchariya Sudwiset, Aidar, alazur, Alexandr III, Alexey Kijatov, Alfmal, aliaksei kruhlenia, amellipulen, Anabela88, Anastazi Li, Anatolir, Anatoly Maslennikov, Andrew Rybalko, Andy Frith, angkrit, aniok, ankomando, Ann Doronina, Anna.zabella, Antonov Maxim, AnutaBerg, AnutaBerg, AnutaBerg, apercoat1, April Ola, Artchi art, artform, artistique7, asha, attaphong, Aurora72, ayelet-keshet, Babin, BabLab, Baksiabat, banjerd titawong, bartamarabara, Baurz1973, begun1983, benchart, Beskovna Marina, BigMouse, bilha golan, BlueRingMedia, Boyko.Pictures, brgfx, Bukavik, BY213, ByEmo, Canicula, Carmela Abella, CGforStock, Chaika Iryna, CodexSerafinius, Coffeemill, Colorfuel Studio, Constantine Pankin, corbac40, crazydesign, CuteCute, D.V.A, D1min, d3verro, delcarmat, DenisMART, Designua, diluck, hutterstock, Dim Tik, Dooder, Double Brain, drical, Dualororua, Dukesn, Eduard Radu, EgudinKa, Ekaterina Mikhaylova, Elchin Jafarli, Elegant Solution, elenabsl, Ellen Bronstajn, Emre Terim, Enmaler, Evleean, EVILKA, Faber14, first vector trend, Fouad A. Saad, fresher, fridas, Gabi Wolf, GeekClick, Georgii Red, gitan100, Giuseppe_R, Gnatuyk Lesya, Golden Sikork, Golden Vector, goldenfish_27, gomolach, GoodStudio, Graf Vshenka, Graphic Treasure, GraphicsRF, graphit, Gray Cat, grayjay, grmarc, GulArt, gungwiayat, Hanaha, HappyPictures, Hein Nouwens, Hennadii H, Horsepowermini, hvostik, Iconic Bestiary, ideyweb, Igdeeva Alena, Igor Shikov, Ilibra, Illustar, imagetockdesign, IMissisHope, Ingotir, insima, inspired-fiona, Inspiring, intararit, Intellson, Irina Ashpina, itsmoko, ivector, IZE-Style, Jamesbin, janista, JeanWay, Jennifer Gottschalk, JIMMOYHT, John T Takai, Jomic, Julia Dolzhenko, Julia-art, Kakigori Studio, KARTHIKEYAN, RAVICHANDRAN, Katy Luck, Kazakova Mariya, Kirill Kirsanov, Kit8.net, KittyVector, Kong Vector, Konstantin Uzhve, kontur-vid, koyaz979, Krafted, kraftwerk, ksenitaln, kup1984, lady-luck, Laia Design Lab, LarTrehubova, ledokolua, lemono, Light-Dew, LoopAll, Lorelyn Medina, Lucky Creative, Luna2631, M.Style, Macrovector, Maikie Hildebrandt, Makhnach_S, Marina Schwartz, marina_ua, marinat197, Marnikus, MarShot, mart, Marusya Chaika, MaryDesy, Mascha Tace, matryoshka, Maxger, maxicam, melitas, Meriennah, MicroOne, MilanB, molcay, momoforsale, Mooi Design, Morphart Creation, MOSAIC, Mountain Brothers, MPetrovskaya, MSSA, MuchMania, mutsuMaks, mylisa, Naci Yavuz, Nadya Ershova, Nasky, Natalia Tymoshenko, natianis, NatSmith1, NatyKach Nataliia, Naumova Marina, Nerthuz, Nevena Barberic, newelle, nikiteev konstantin, NoPainNoGain, NotionPic, Nsiti, Oceloti, Oleg Golovnev, Oleg Ribar, OLEG525, oleskalashnik, Olga1818, OlgaOsh, Olisio, ONYXprj, osk1553, Panda Vector, panothorn phuhual, Paper Teo, paper_Owl, patrimonio designs ltd, PCH.Vector, peart, peiyang, Petr Student, pikepicture, PiLart, Pogorelova Olga, polina-shhuk, Pretty Vectors, PROKOPEVA IRINA, Pushkin, Pyty, Rachael Arnot, rassco, Realmolko, RedlineVector, Redshinestudio, Reljic Aleksandra, Ricardo Romero, ridjam, Ridkous Mykhailo, ringo ringo, robuart, Rolaks, Roman Beresnev, Rvector, Sabelskaya, SAHAS2015, SaimonTraur, Sandall, Sarah O'leary, SaveJungle, Sea Owl, Selling illustration, Semiankova Inha, Serafima82, Sergey Merkulov, Shanvood, Shemoto, Sira Anamwong, Skalapendra, Sky and glass, Slipchenko Nina, SofiaV, solar22, solomon7, SpicyTruffel, Steinar, Studio_G, studiolaat, studiovin, studioworkstock, Sunnydream, SunshineVector, supirloko89, Svetlana Avv, Svetlana Zinoviyeva, Sylvie Design, Tako design, Tartila, Tatiana Pankova, Tatyana Okhitina, Teguh Mujiono, Tetreb88, the8monkey, Titov Nikolai, Tkray, Tomacco, TopVectorElements, toranosuke, tskey, Unitone Vector, Valentin Drull, Valeri Hadeev, vasilchuck, Vasiliyeva Larisa, Vector FX, Vector KIF, vectoraart, VectorArtFactory, VectorDiploma, Vectorgoods studio, vectorlab2D, VectorMine, vectorOK, Vectorpocket, VectorPot, vectorpouch, Vectors Bang, Vectors bySkop, VectorShots, VectorShow, VectorsMarket, vectortatu, Vetreno, viewgene, VikiVector, VikiVector, Viktor Chursin, Viktor Chursin, Viktorija Reuta, Viktorija Reuta, Viktoriyaa, Visual Generation, VitaminCo, Vladimir Ceresnak, Vlera, Voysla, xalex, YadvigaGr, yellow design, YummyBum, Zhur, zombiuz6, Zonda

Перельман, Яков Исидорович.

П27 Нескучная математика в задачах и головоломках / Яков Перельман. — Москва : Эксмо, 2020. — 320 с. : ил. — (Захватывающая наука Якова Перельмана).

ISBN 978-5-04-113845-5

Книга популярного ученого и педагога Якова Перельмана погружает юного читателя в мир нескучной математики. С помощью понятного изложения, а также многочисленных задач и наглядных схем изучение предмета превращается в увлекательную игру. В новой книге популярной серии вас ждут вычисления и расчеты, знакомство с выдающимися учеными и их теориями.

УДК 51-8
ББК 22.1я92

© Давлетбаева В. В.,
художественное оформление, 2020
© Оформление. ООО «Издательство
«Эксмо», 2020

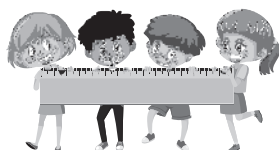
ISBN 978-5-04-113845-5

→ Содержание

Предисловие	6
Метрические меры	10
I. Прямая линия	11
Задачи № 1–22.....	11
Практические работы № 23–28.....	17
Темы практических работ (указания для преподавателя)	18
II. Окружность	19
Задачи № 29–48	19
Темы практических работ (указания для преподавателя)	25
III. Углы	26
Задачи № 49–87	26
Практические работы № 88–99.....	36
Темы практических работ (указания для преподавателя)	41
IV. Треугольник.....	43
Задачи № 100–125.....	43
Темы практических работ (указания для преподавателя)	53
V. Углы при параллельных прямых	54
Задачи № 126–138.....	54
Темы практических работ (указания для преподавателя)	57
VI. Углы треугольника	57
Задачи № 139–170.....	57
Темы практических работ (указания для преподавателя)	65
VII. Углы и диагонали многоугольника	66
Задачи № 171–187.....	66
Темы практических работ (указания для преподавателя)	69

VIII. Параллелограмм	70
Задачи № 188–235.....	70
Темы практических работ (указания для преподавателя)	84
IX. Прямые и углы в круге	85
Задачи № 236–302.....	85
Темы практических работ (указания для преподавателя)	105
X. Длина окружности	106
Длина окружности и дуги. Задачи № 303–362.....	106
Бесконечный ремень. Зубчатые колеса	126
Задачи № 363–378.....	129
Токарный станок	135
Задачи № 379–385.....	137
Угловая величина (угол зрения).....	139
Задачи № 386–418.....	142
Темы практических работ (указания для преподавателя)	153
XI. Площадь прямоугольника	154
Задачи № 419–446.....	154
Практические работы № 447–449	163
Темы практических работ (указания для преподавателя)	164
XII. Площадь треугольника, параллелограмма и трапеции	165
Задачи № 450–467	165
Темы практических работ (указания для преподавателя)	172
XIII. Способы извлечения квадратного корня	173
Задачи № 468–481.....	177
XIV. Теорема Пифагора. Стороны правильных вписанных многоугольников	180
Задачи № 482–552.....	180
Темы практических работ (указания для преподавателя)	201

XV. Площадь круга	202
Задачи № 553–606.....	202
Практические работы № 607–611	217
Темы практических работ (указания для преподавателя)	218
XVI. Подобие плоских фигур	219
Задачи № 612–667.....	219
Темы практических работ (указания для преподавателя)	237
XVII. Вычисление поверхности и объема тел	238
Задачи № 668–828.....	239
Ответы.	
Решения и указания	282
I. Прямая линия	282
II. Окружность	283
III. Углы	284
IV. Треугольник.....	286
V. Углы при параллельных прямых.....	288
VI. Углы треугольника	288
VII. Углы и диагонали многоугольника	289
VIII. Параллелограмм.....	290
IX. Прямые и углы в круге.....	292
X. Длина окружности	295
XI. Площадь прямоугольника.....	299
XII. Площадь треугольника, параллелограмма и трапеции	300
XIII. Способы извлечения квадратного корня.....	301
XIV. Теорема Пифагора. Стороны правильных вписанных многоугольников	301
XV. Площадь круга.....	303
XVI. Подобие плоских фигур.....	305
XVII. Вычисление поверхности и объема тел	306
Таблица корней	311
Предметный указатель.	314



→ Предисловие

Умение прилагать свои математические познания на практике, за пределами тетради и классной доски, — один из существенных элементов математического развития, и должно это умение воспитываться школой. Независимо от выбора теоретического материала для школьного курса математики и метода его доведения до сознания учащихся необходимо, чтобы они умели прилагать приобретенные теоретические познания к разрешению реальных задач. Это может быть достигнуто лишь систематическим упражнением в решении задач с реальным содержанием, приближающихся по своей форме к тем, какие возникают в действительной жизни. Отсюда необходимость пополнить существующие сборники геометрических задач подбором упражнений особого рода, преследующих указанную цель. Такого рода реальные задачи и преобладают в настоящем сборнике.

В этом задачнике, преимущественно во второй его трети, составитель стремился собрать возможно больше примеров разнообразного применения математики в технике, естествознании, мироведении и обиходной жизни, преследуя попутно цель наглядно убедить в широкой и плодотворной приложимости даже весьма скромных геометрических познаний. О том, откуда почерпан материал для задач, можно судить по имеющемуся в книге предметному указателю. Многие задачи по внешнему выражению совсем не похожи на привычный тип математических упражнений. Например, такие задачи, как № 324: «Почему передняя ось телеги больше стирается и чаще загорается, нежели задняя?» или № 828: «Два полных самовара, большой и малый, одинаковой формы нагреты одинаково. Какой остынет скорее?», могут с первого взгляда показаться попавшими в за-

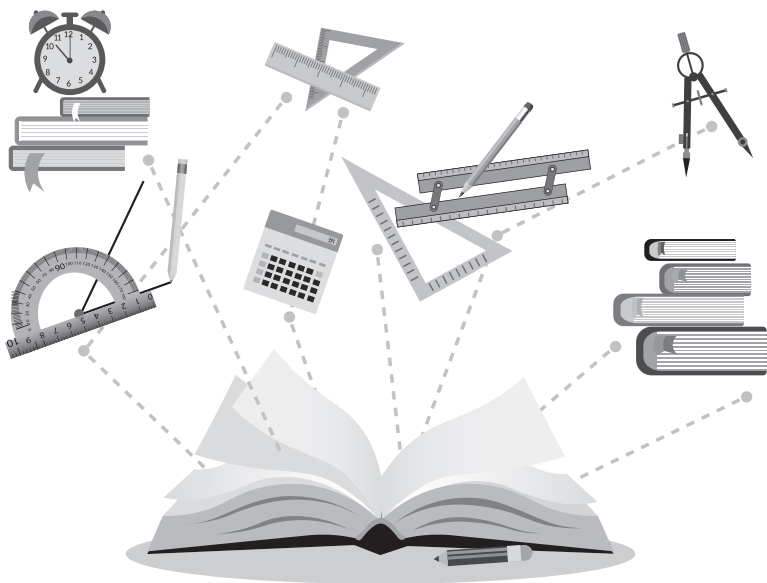


**Яков Исидорович
Перельман
(1882–1942)**

дачник по недоразумению. Однако это по существу задачи математические, только не переведенные на условный язык схем, взятые непосредственно в той форме, в какой они возникают в реальной жизни.

Элементарные технические задачи сборника никаких специальных познаний от учащегося не требуют. От намеренного подбора чисел, облегчающего выкладки, составитель во многих случаях воздерживался, так как искусственный подбор противоречит основной цели сборника — подготовить к решению задач в реальных условиях.

В связи с такой тенденцией сборника некоторые отделы в нем разработаны подробнее общепринятого масштаба. Это прежде всего касается главы X «Длина окружности». Здесь, помимо задач обычного типа, имеются особые параграфы и соответствующие упражнения, относящиеся к расчету ременной и зубчатой передачи и к работе токарного станка, как примеры технического применения геометрических знаний, а также задачи на вычисление угла зрения или угловой величины предметов ввиду исключительно важного общеобразовательного значения этих понятий. Больше обычного уделено внимание отношению поверхностей и объемов подобных тел — роду задач, весьма часто возникающих на практике и разрешаемых



в обиходной жизни неправильно. Составитель, однако, вовсе не предлагает читателям книги проделывать подряд все ее упражнения. Едва ли найдется такой состав учащихся, которому были бы знакомы все отделы техники и общего знания, затрагиваемые в задачах сборника. Разнообразный подбор предлагается именно для того, чтобы преподаватель мог черпать из сборника упражнения, относящиеся к знакомым учащимся предметам, пропуская остальные.

Имея в виду, что прохождение геометрии нередко опережает изучение алгебры, составитель стремился сделать настоящий задачник пригодным и для таких учащихся, которые либо вовсе не изучали еще алгебры, либо знакомы лишь с ее начальными основами. Однако сборник наряду с этим пригоден, конечно, и для более сведущих учащихся.

Так как настоящий сборник имеет в виду и учащихся, незнакомых с алгеброй, то для извлечения квадратного корня в нем указан способ деления (иначе называемый способом двух средних) — старинный Геронов прием, достаточно быстро ведущий к цели и незаслуженно преданный забвению. Кроме того, приложены таблицы квадратных (и кубических) корней для многих чисел от 1 до 1000 и объяснен способ пользования ими. Для ускорения выкладок рекомендуется при решении многих задач пользоваться приемами приближенных вычислений с числами, близкими к единице, по приведенным ниже формулам (в которых a — небольшая дробь).

$$(1 \pm a) \cdot (1 \pm b) = 1 \pm a \pm b$$

$$(1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a$$

$$\sqrt{1 \pm a} = 1 \pm \frac{a}{2}$$

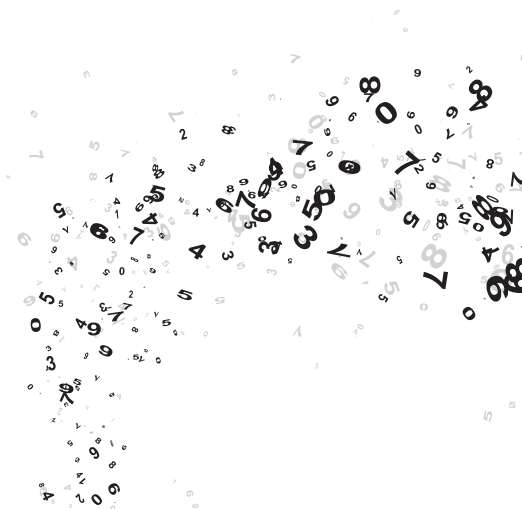
$$\frac{1}{(1 \pm a)^2} = 1 \mp 2a$$

$$\frac{1}{1 \pm a} = 1 \mp a$$

$$(1 \pm a)^3 = 1 \pm 3a$$

$$\sqrt[3]{1 \pm a} = 1 \pm \frac{a}{3}$$

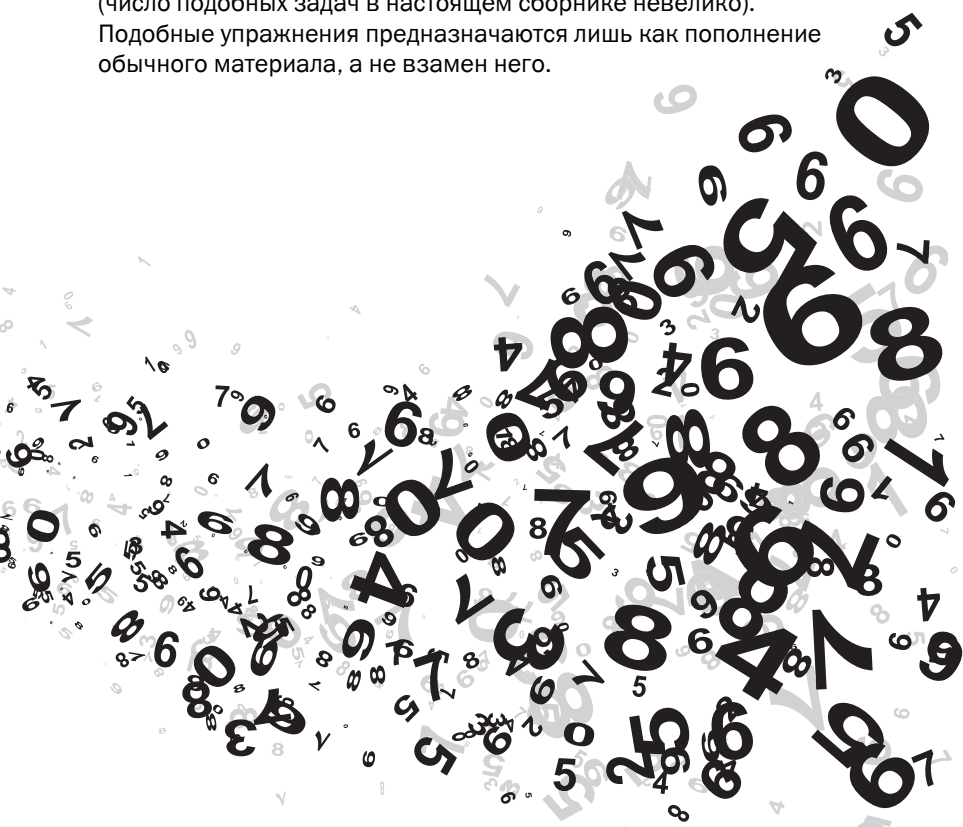
$$\frac{1}{\sqrt{1 \pm a}} = 1 \mp \frac{a}{2}$$



Формулы эти обосновываются в задачнике геометрически и для прочного усвоения иллюстрируются числовыми упражнениями.

Кроме задач в собственном смысле слова, в сборник включены упражнения, имеющие характер практических работ (черчение графиков и т. п.). Такие упражнения выделены особо в конце отделов. Их дополняют «Темы практических работ» — параграфы, содержащие краткий перечень тем, разработка которых предоставляется преподавателю в зависимости от условий и обстановки занятий. Ради оживления интереса к занятиям среди прочих упражнений рассеяно несколько десятков задач исторических (из истории математики), литературных (таких задач немного: из «Короля Лиры» (№ 407), «Скупого рыцаря» (№ 764), «Путешествия Гулливера» (№ 824 и № 825) и из рассказа Л. Толстого «Много ли человеку земли нужно?» (№ 597)), а также задач, любопытных по сюжету или неожиданных по результату.

Само собою разумеется, что, наряду с задачами реального характера, следует проделывать упражнения и формальные (число подобных задач в настоящем сборнике невелико). Подобные упражнения предназначаются лишь как пополнение обычного материала, а не взамен него.



МЕТРИЧЕСКИЕ МЕРЫ

1 м = 10 дм = 100 см = 1000 мм	
0,47 сажени	
1,41 аршина	
3,28 фута	
22,5 вершка	
39,4 дюйма	
1 м = $\frac{1}{40\,000\,000}$ земной окружности	1 км = 1000 м = 0,91 версты 1 верста = 1067 м 1 аршин = 0,71 м = 71 см 1 вершок = 4,44 см 1 дюйм = 2,54 см
	1 дм ³ воды весит 1 кг 1 кг = 1000 г = 2,44 фунта 1 г = 1000 мг = 0,23 золотника 1 т = 1000 кг = 61 пуд 1 л = 1 дм ³ = 1000 см ³

**Сокращенные обозначения***

км — километр
дм — дециметр
м — метр
см — сантиметр
мм — миллиметр

т — тонна
кг — килограмм
г — грамм
мг — миллиграмм
л — литр

* Точка после них не ставится.

→ I. Прямая линия

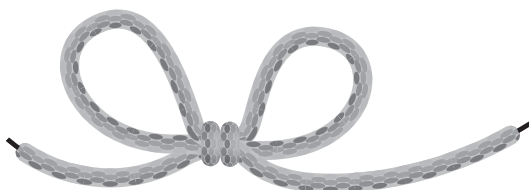
Измерение длины отрезков. — Численный и линейный масштабы. — Сложение и вычитание отрезков. — Пересечение прямых.

ЗАДАЧИ № 1–22

1. Часовой отошел от будки вправо на 6 шагов, сделал 9 шагов обратно, затем снова вправо 8 шагов, потом 12 шагов назад и остановился. В скольких шагах от будки он остановился?



2. Шнурок длиной $2\frac{1}{2}$ м делится узлом на 2 части, из которых одна на 2 м длиннее другой. Какой длины меньшая часть?



3. Отрезок в 12 м разделен на 2 неравные части. Как велико расстояние между серединами обеих частей?
4. У большинства взрослых людей промежуток между глазами, считая между их внутренними углами, равен ширине глаза, то есть $3\frac{1}{5}$ см. Как велико расстояние между серединами глаз (между зрачками)?



5. Каким численным масштабам отвечают следующие линейные масштабы?

- 1) 100 м в 1 см;
- 2) 1 км в 1 см;
- 3) 250 м в 1 мм;
- 4) 1 верста в 1 дюйме.

6. Рисунок 1 изображает линейный масштаб 20 сажень в дюйме. Начертите по этому образцу линейные масштабы:

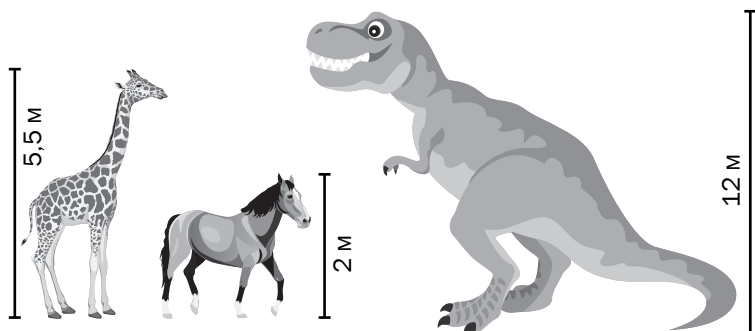
- 1) 5 м в 1 см;
- 2) 10 км в 1 см;
- 3) 0,01 мм в 1 см.

Какие из этих масштабов уменьшенные и какие увеличенные?

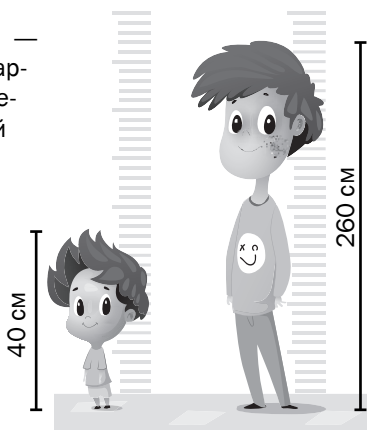


▲ Рис. 1. Линейный масштаб

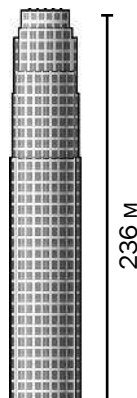
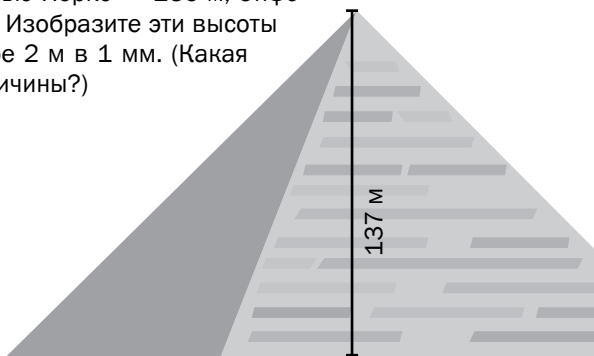
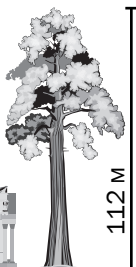
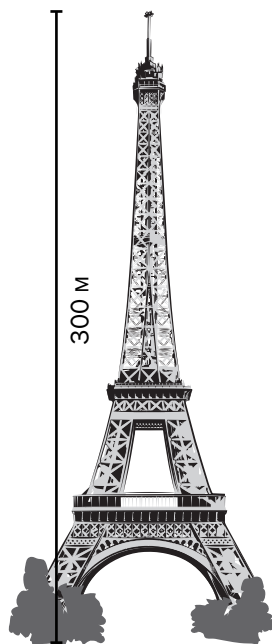
7. Высота лошади — 2 м, жирафа — $5\frac{1}{2}$ м, а исполинского вымершего пресмыкающегося, динозавра, — 12 м. Изобразите их высоту отрезками в $\frac{1}{100}$ натуральной величины.



8. Средний рост человека — 170 см. Самый маленький карлик, о котором имеются сведения, был ростом 40 см, самый высокий великан — 260 см. Изобразите их высоту тремя отрезками в масштабе 2 см в 1 мм. (Какая доля натуральной величины?)

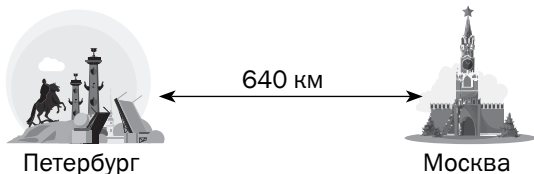


9. Исаакиевский собор в Петербурге имеет высоту 103 м, высочайшее мамонтово дерево — 112 м, пирамида Хеопса — 137 м, небоскреб в Нью-Йорке — 236 м, Эйфелева башня — 300 м. Изобразите эти высоты отрезками в масштабе 2 м в 1 мм. (Какая доля натуральной величины?)



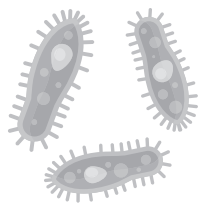
10. Изобразите указанные ниже расстояния отрезками в масштабе 200 км в 1 см.

- 1) От Петербурга до Москвы — 640 км;
- 2) от Петербурга до Мессины — 2700 км;
- 3) от Архангельска до Северного полюса — 2900 км;
- 4) от Нью-Йорка до Чикаго — 1200 км;
- 5) от Бомбея до Калькутты — 1650 км.



11. Выпущенный из руки камень всегда проходит в первую секунду своего падения 5 м, во вторую — 15 м, в третью — 25 м, в четвертую — 35 м. Изобразите в избранном вами масштабе пути, проходимые падающим камнем в последовательные секунды.

12. Толщина человеческого волоса — 0,05 мм. Многие бактерии имеют длину 0,004 мм. Начертите рядом обе величины в виде отрезков в 1000 раз больше натуральной величины.



13. Самые высокие облака, перистые, плавают на высоте 9000 м; средняя высота дождевых облаков — 1500 м. Высота Казбека — 5000 м. Отметьте эти размеры на прямой линии в масштабе 50 м в 1 мм. Какому численному масштабу это соответствует? Какую длину должен иметь отрезок, изображающий в том же масштабе высоту атмосферы? (Верхняя граница атмосферы находится на расстоянии около 400 км от земной поверхности.)



14. Длина серых полосок на рисунке 2 изображает скорость. Найдите масштаб этого изображения, если известно, что конькобежец пробегает 10 м/с. Каким скоростям соответствуют остальные изображения?



Мотоцикл



Велосипед



Скаковая лошадь



Пароход



Рысистая лошадь



Конькобежец



Искусный бегун



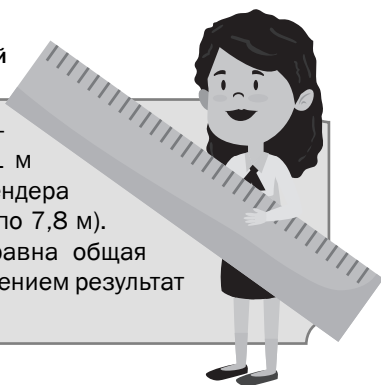
Лыжник



Быстрый пешеход

▲ Рис. 2. Графическая таблица скоростей

15. Отложите на прямой линии отрезки, изображающие в масштабе 1 м в 2 мм длину паровоза (9,3 м), тендера (6,8 м) и шести вагонов (каждый по 7,8 м). Определите измерением, чему равна общая длина поезда, и проверьте вычислением результат этого графического сложения.

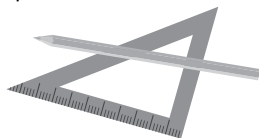


16. Выполните графически, то есть изобразите данные числа в одинаковом масштабе отрезками, следующие действия: найдите отрезок, равный их сумме (или разности), и определите, какому числу в выбранном вами масштабе он соответствует.

$$\begin{array}{r}
 34 \\
 + 81 \\
 \hline
 74
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 5400 \\
 + 1700 \\
 \hline
 9300
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 81 \\
 - 52 \\
 \hline
 29
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 0,72 \\
 - 0,54 \\
 \hline
 0,18
 \end{array}$$

Проверьте полученные результаты непосредственным вычислением.

17. Докажите с помощью чертежа, что сумма половин двух отрезков равна половине суммы этих отрезков.



18. Докажите с помощью чертежа, что сумма третьих долей двух отрезков равна третьей доле суммы этих отрезков.

19. Точки A , B , C и D лежат на одной прямой. Отрезок $AD = 500$ м, отрезок $BC = 200$ м. Найдите расстояние между серединами отрезков AD и CD .

20. От точки M отложены по одной прямой и в одну сторону два отрезка: $MN = 100$ см и $MO = 100$ см. Найдите расстояние между серединами этих отрезков.

21. Сколько прямых линий можно провести через 4 точки, из которых никакие три не расположены на одной прямой? Через 5 таких точек? Через 20 таких точек?

22. В скольких точках могут пересечься 4 прямые (требуется указать наибольшее возможное число точек пересечения)? В скольких точках могут пересечься 6 прямых? 25 прямых?