

М. Я. Выгодский

СПРАВОЧНИК
по элементарной
математике


АСТ • Астрель
Москва

УДК 51(03)
ББК 22.1я2
В92

Выгодский, Марк Яковлевич.

В92 Справочник по элементарной математике / М.Я. Выгодский. — Москва : АСТ : Астрель, 2015. — 509, [3] с.
ISBN 978-5-17-055926-8 (ООО «Издательство АСТ») (Обл.)
ISBN 978-5-271-22157-6 (ООО «Издательство Астрель») (Обл.)
ISBN 978-5-17-084803-4 (ООО «Издательство АСТ») (7БЦ)
ISBN 978-5-271-46916-9 (ООО «Издательство Астрель») (7БЦ)

Справочник включает все определения, правила, формулы и теоремы элементарной математики, а также математические таблицы. Предметный указатель и подробное содержание позволяют легко и быстро получать необходимую информацию.

Книга адресована учащимся и учителям образовательных организаций, колледжей и лицеев.

УДК 51(03)
ББК 22.1я2

ISBN 978-5-17-055926-8 (ООО «Издательство АСТ») (Обл.)
ISBN 978-5-271-22157-6 (ООО «Издательство Астрель») (Обл.)
ISBN 978-5-17-084803-4 (ООО «Издательство АСТ») (7БЦ)
ISBN 978-5-271-46916-9 (ООО «Издательство Астрель») (7БЦ)

© Выгодский М.Я.
© ООО «Издательство АСТ»

Содержание

| | |
|-----------------------|----|
| Предисловие | 11 |
|-----------------------|----|

I. Таблицы

| | |
|--|----|
| § 1. Некоторые часто встречающиеся постоянные | 12 |
| § 2. Степени, корни, обратные величины, длины окружностей, площади кругов, натуральные логарифмы | 13 |
| § 3. Десятичные логарифмы | 18 |
| § 4. Антилогарифмы | 23 |
| § 5. Логарифмы тригонометрических величин | 28 |
| § 6. Синусы и косинусы | 36 |
| § 7. Тангенсы и котангенсы | 40 |
| § 8. Перевод градусной меры в радианную | 48 |
| § 9. Перевод радианной меры в градусную | 49 |
| § 10. Таблица простых чисел, не превосходящих 6000 | 50 |
| § 11. Некоторые математические обозначения | 52 |
| § 12. Метрическая система мер | 53 |
| § 13. Некоторые старые русские единицы | 53 |
| § 14. Латинский алфавит | 54 |
| § 15. Греческий алфавит | 54 |

II. Арифметика

| | |
|---|----|
| § 1. Предмет арифметики | 55 |
| § 2. Целые (натуральные) числа | 55 |
| § 3. Границы счета | 56 |
| § 4. Десятичная система счисления | 57 |
| § 5. Развитие понятия числа | 59 |
| § 6. Цифры | 60 |
| § 7. Системы нумерации некоторых народов | 61 |
| § 8. Наименования больших чисел | 68 |
| § 9. Арифметические действия | 69 |
| § 10. Порядок действий; скобки | 72 |
| § 11. Признаки делимости | 74 |
| § 12. Простые и составные числа | 76 |
| § 13. Разложение на простые множители | 77 |
| § 14. Наибольший общий делитель | 78 |
| § 15. Наименьшее общее кратное | 79 |
| § 16. Простые дроби | 80 |
| § 17. Сокращение и «расширение» дроби | 81 |
| § 18. Сравнение дробей; приведение к общему знаменателю | 83 |
| § 19. Сложение и вычитание дробей | 84 |
| § 20. Умножение дробей. Определение | 85 |
| § 21. Умножение дробей. Правило | 87 |

| | |
|---|-----|
| § 22. Деление дробей | 88 |
| § 23. Действия с нулем | 88 |
| § 24. Целое и часть | 90 |
| § 25. Десятичные дроби | 91 |
| § 26. Свойства десятичных дробей | 92 |
| § 27. Сложение, вычитание и умножение десятичных дробей | 93 |
| § 28. Деление десятичной дроби на целое число | 94 |
| § 29. Деление десятичной дроби на десятичную дробь | 96 |
| § 30. Обращение десятичной дроби в простую и обратно | 96 |
| § 31. Исторические сведения о дробях | 98 |
| § 32. Проценты | 100 |
| § 33. О приближенных вычислениях | 102 |
| § 34. Способ записи приближенных чисел | 104 |
| § 35. Правила округления | 104 |
| § 36. Абсолютная и относительная погрешность | 106 |
| § 37. Предварительное округление при сложении и вычитании | 109 |
| § 38. Погрешность суммы и разности | 110 |
| § 39. Погрешность произведения | 114 |
| § 40. Подсчет точных знаков при умножении | 116 |
| § 41. Сокращенное умножение | 119 |
| § 42. Деление приближенных чисел | 121 |
| § 43. Сокращенное деление | 123 |
| § 44. Возведение в степень и извлечение квадратного корня из приближенных чисел | 126 |
| § 44а. Правило извлечения кубического корня | 130 |
| § 45. Средние величины | 132 |
| § 46. Сокращенное вычисление среднего арифметического | 134 |
| § 47. Точность среднего арифметического | 135 |
| § 48. Отношение и пропорция | 137 |
| § 49. Пропорциональность | 138 |
| § 50. Практические применения пропорций. Интерполяция | 140 |

III. Алгебра

| | |
|---|-----|
| § 1. Предмет алгебры | 144 |
| § 2. Исторические сведения о развитии алгебры | 144 |
| § 3. Отрицательные числа | 151 |
| § 4. Происхождение отрицательных чисел и правил действий над ними | 154 |
| § 5. Правила действий с отрицательными и положительными числами | 157 |

| | |
|---|-----|
| § 6. Действия с одночленами; сложение и вычитание многочленов | 160 |
| § 7. Умножение сумм и многочленов | 162 |
| § 8. Формулы сокращенного умножения многочленов | 163 |
| § 9. Деление сумм и многочленов | 165 |
| § 10. Деление многочлена на двучлен первой степени | 168 |
| § 11. Делимость двучлена $x^m \mp a^m$ на $x \mp a$ | 169 |
| § 12. Разложение многочленов на множители | 171 |
| § 13. Алгебраические дроби | 172 |
| § 14. Пропорции | 174 |
| § 15. Зачем нужны уравнения | 176 |
| § 16. Как составлять уравнения | 177 |
| § 17. Общие сведения об уравнениях | 179 |
| § 18. Равносильные уравнения. Основные приемы решения уравнений | 182 |
| § 19. Классификация уравнений | 183 |
| § 20. Уравнение первой степени с одним неизвестным | 184 |
| § 21. Система двух уравнений первой степени с двумя неизвестными | 186 |
| § 22. Решение системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными | 188 |
| § 23. Общие формулы и особые случаи решения системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными | 192 |
| § 24. Система трех уравнений первой степени с тремя неизвестными | 195 |
| § 25. Правила действий со степенями | 201 |
| § 26. Действия с корнями | 203 |
| § 27. Иррациональные числа | 206 |
| § 28. Квадратное уравнение; мнимые и комплексные числа | 209 |
| § 29. Решение квадратного уравнения | 212 |
| § 30. Свойства корней квадратного уравнения | 215 |
| § 31. Разложение квадратного трехчлена на множители | 216 |
| § 32. Уравнения высших степеней, разрешаемые с помощью квадратного уравнения | 217 |
| § 33. Система уравнений второй степени с двумя неизвестными | 218 |
| § 34. О комплексных числах | 221 |
| § 35. Основные соглашения о комплексных числах | 222 |
| § 36. Сложение комплексных чисел | 223 |
| § 37. Вычитание комплексных чисел | 224 |
| § 38. Умножение комплексных чисел | 224 |
| § 39. Деление комплексных чисел | 225 |

| | |
|--|-----|
| § 40. Геометрическое изображение комплексных чисел | 227 |
| § 41. Модуль и аргумент комплексного числа | 229 |
| § 42. Тригонометрическая форма комплексного числа | 231 |
| § 43. Геометрический смысл сложения и вычитания комплексных чисел | 233 |
| § 44. Геометрический смысл умножения комплексных чисел | 236 |
| § 45. Геометрический смысл деления комплексных чисел | 238 |
| § 46. Возведение комплексного числа в целую степень | 240 |
| § 47. Извлечение корня из комплексного числа | 241 |
| § 48. Возведение комплексного числа в любую действительную степень | 245 |
| § 49. Некоторые сведения об алгебраических уравнениях высших степеней | 247 |
| § 50. Общие сведения о неравенствах | 250 |
| § 51. Основные свойства неравенств | 251 |
| § 52. Некоторые важные неравенства | 253 |
| § 53. Равносильные неравенства. Основные приемы решения неравенств | 258 |
| § 54. Классификация неравенств | 259 |
| § 55. Неравенство первой степени с одним неизвестным | 260 |
| § 56. Системы неравенств первой степени | 261 |
| § 57. Простейшие неравенства второй степени с одним неизвестным | 262 |
| § 58. Неравенства второй степени с одним неизвестным (общий случай) | 262 |
| § 59. Арифметическая прогрессия | 264 |
| § 60. Геометрическая прогрессия | 265 |
| § 61. Отрицательные, нулевой и дробные показатели степени | 267 |
| § 62. Сущность логарифмического метода; составление таблицы логарифмов | 271 |
| § 63. Основные свойства логарифмов | 274 |
| § 64. Натуральные логарифмы; число e | 276 |
| § 65. Десятичные логарифмы | 280 |
| § 66. Действия с искусственными выражениями отрицательных логарифмов | 282 |
| § 67. Нахождение логарифма по числу | 285 |
| § 68. Нахождение числа по логарифму | 288 |
| § 69. Таблица антилогарифмов | 290 |
| § 70. Примеры логарифмических вычислений | 291 |
| § 71. Соединения | 293 |
| § 72. Бином Ньютона | 297 |

IV. Геометрия

А. Геометрические построения

1. Через данную точку провести прямую, параллельную данной прямой 303
2. Разделить данный отрезок пополам 303
3. Разделить данный отрезок на данное число равных частей 303
4. Разделить данный отрезок на части, пропорциональные данным величинам 304
5. Восстановить перпендикуляр к прямой в данной ее точке 304
6. Опустить перпендикуляр из данной точки на прямую 304
7. При данной вершине и луче построить угол, равный данному углу 305
8. Построить углы 60° и 30° 305
9. Построить угол 45° 305
10. Разделить данный угол пополам 306
11. Разделить данный угол на три равные части 306
12. Через две данные точки провести окружность данного радиуса 306
13. Через три данные точки провести окружность 306
14. Найти центр данной дуги окружности 307
15. Разделить пополам данную дугу окружности 307
16. Найти геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под данным углом 307
17. Провести через данную точку касательную к данной окружности 307
18. Провести к данным двум окружностям общую внешнюю касательную 308
19. Провести к двум данным окружностям общую внутреннюю касательную 309
20. Описать окружность около данного треугольника . . 309
21. Вписать окружность в данный треугольник 309
22. Описать окружность около данного прямоугольника 310
23. Вписать окружность в ромб 310
24. Описать окружность около данного правильного многоугольника 310
25. Вписать окружность в данный правильный многоугольник 310
26. Построить треугольник по трем сторонам 311
27. Построить параллелограмм по данным сторонам и одному из углов 311
28. Построить прямоугольник по данным основанию и высоте 311

| | |
|---|-----|
| 29. Построить квадрат по данной стороне | 311 |
| 30. Построить квадрат по данной его диагонали | 311 |
| 31. Вписать квадрат в данный круг | 312 |
| 32. Описать квадрат около данного круга | 312 |
| 33. Вписать правильный пятиугольник в данный круг . | 312 |
| 34. Вписать в данный круг правильный шестиугольник и треугольник | 312 |
| 35. Вписать правильный восьмиугольник в данный круг | 313 |
| 36. Вписать правильный десятиугольник в данный круг | 313 |
| 37. Около данного круга описать правильный треугольник, пятиугольник, шестиугольник, восьмиугольник, десятиугольник | 313 |
| 38. Построить правильный n -угольник по данной его стороне | 314 |
| Б. Планиметрия | |
| § 1. Предмет геометрии | 314 |
| § 2. Исторические сведения о развитии геометрии | 315 |
| § 3. Теоремы, аксиомы, определения | 318 |
| § 4. Прямая линия, луч, отрезок | 320 |
| § 5. Углы | 320 |
| § 6. Многоугольник | 322 |
| § 7. Треугольник | 323 |
| § 8. Признаки равенства треугольников | 325 |
| § 9. Замечательные линии и точки в треугольнике | 326 |
| § 10. Прямоугольные проекции; соотношения между сторонами треугольника | 329 |
| § 11. Параллельные прямые | 330 |
| § 12. Параллелограмм и трапеция | 332 |
| § 13. Подобие плоских фигур, признаки подобия треугольников | 335 |
| § 14. Геометрическое место. Круг и окружность | 337 |
| § 15. Углы в круге; длина окружности и дуги | 339 |
| § 15а. Формула Гюйгенса для длины дуги | 342 |
| § 16. Измерение углов в круге | 343 |
| § 17. Степень точки | 345 |
| § 18. Радиальная ось; радикальный центр | 347 |
| § 19. Вписанные и описанные многоугольники | 349 |
| § 20. Правильные многоугольники | 350 |
| § 21. Площади плоских фигур | 352 |
| § 21а. Приближенная формула площади сегмента | 355 |

В. Стереометрия

| | |
|---|-----|
| § 1. Общие замечания | 356 |
| § 2. Основные понятия | 356 |
| § 3. Углы | 358 |
| § 4. Проекции | 360 |
| § 5. Многогранный угол | 362 |
| § 6. Многогранники; призма, параллелепипед, пирамида | 363 |
| § 7. Цилиндр | 368 |
| § 8. Конус | 369 |
| § 9. Конические сечения | 371 |
| § 10. Шар | 372 |
| § 11. Сферические многоугольники | 374 |
| § 12. Части шара | 376 |
| § 13. Касательная плоскость шара, цилиндра и конуса | 378 |
| § 14. Телесные углы | 381 |
| § 15. Правильные многогранники | 383 |
| § 16. Симметрия | 384 |
| § 17. Симметрия плоских фигур | 388 |
| § 18. Подобие тел | 389 |
| § 19. Объемы и поверхности тел | 392 |

V. Тригонометрия

| | |
|--|-----|
| § 1. Предмет тригонометрии | 395 |
| § 2. Исторические сведения о развитии тригонометрии | 396 |
| § 3. Радианное измерение углов | 399 |
| § 4. Перевод градусной меры в радианную и обратно | 401 |
| § 5. Тригонометрические функции острого угла | 403 |
| § 6. Нахождение тригонометрической функции по углу | 405 |
| § 7. Нахождение угла по его тригонометрической функции | 408 |
| § 8. Решение прямоугольных треугольников | 409 |
| § 9. Таблицы логарифмов тригонометрических функций | 411 |
| § 10. Нахождение логарифма тригонометрической функции по углу | 413 |
| § 11. Нахождение угла по логарифму тригонометрической функции | 415 |
| § 12. Решение прямоугольных треугольников с помощью логарифмирования | 417 |
| § 13. Практические применения решения прямоугольных треугольников | 419 |
| § 14. Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же угла | 421 |

| | |
|---|-----|
| § 15. Тригонометрические функции любого угла | 421 |
| § 16. Формулы приведения | 425 |
| § 17. Формулы сложения и вычитания | 427 |
| § 18. Формулы двойных, тройных и половинных углов | 428 |
| § 19. Преобразование тригонометрических выражений к виду, удобному для логарифмирования | 428 |
| § 20. Преобразование к логарифмическому виду выражений, в которые входят углы треугольника | 429 |
| § 21. Некоторые важные соотношения | 430 |
| § 22. Основные соотношения между элементами треугольника | 431 |
| § 23. Решение косоугольных треугольников | 433 |
| § 24. Обратные тригонометрические (круговые) функции | 439 |
| § 25. Основные соотношения для обратных тригонометрических функций | 442 |
| § 26. О составлении таблиц тригонометрических функций | 443 |
| § 27. Тригонометрические уравнения | 445 |
| § 28. Приемы решения тригонометрических уравнений | 448 |

VI. Функции, графики

| | |
|--|-----|
| § 1. Постоянные и переменные величины | 455 |
| § 2. Функциональная зависимость между двумя переменными | 455 |
| § 3. Обратная функция | 457 |
| § 4. Задание функции формулой и таблицей | 458 |
| § 5. Обозначение функции | 459 |
| § 6. Координаты | 460 |
| § 7. Графическое изображение функций | 461 |
| § 8. Простейшие функции и их графики | 462 |
| § 9. Графическое решение уравнений | 476 |
| § 10. Графическое решение неравенств | 480 |
| § 11. Понятие о предмете аналитической геометрии | 484 |
| § 12. Предел | 486 |
| § 13. Бесконечно малая и бесконечно большая величины | 488 |
| Предметно-именной указатель | 491 |

Предисловие

Широко известный справочник М. Я. Выгодского содержит основные разделы элементарной математики — арифметику, алгебру, геометрию, тригонометрию, функции и графики, а также математические таблицы.

Книга дает фактическую справку: что такое наибольший общий делитель, как построить правильный пятиугольник, по какой формуле можно решить квадратное уравнение и т. п. Такая справка находится моментально благодаря предметному указателю и подробному содержанию.

Все определения, правила, формулы и теоремы сопровождаются разнообразными примерами и пояснениями; указывается, в каких случаях и как нужно применять правило, каких ошибок надо избегать и т. д.

Пособие может быть использовано для повторения курса элементарной математики, а также для первого ознакомления с предметом.

В справочнике разъясняются основные понятия и важнейшие методы элементарной математики. Зачем введены в математику отрицательные или мнимые числа? Почему, умножая отрицательное число на отрицательное, мы получаем положительное число? Как вычислены таблицы логарифмов? Вопросы такого рода в школьных учебниках, как правило, не затрагиваются; поэтому им уделено много внимания.

Книга содержит исторические сведения о развитии арифметики, алгебры, геометрии и тригонометрии, необходимые для понимания излагаемых в ней вопросов.

Изложение материала сжатое, но с такой степенью подробности, чтобы им мог пользоваться и тот, кто не знаком с тем или иным разделом. Но, как правило, здесь нет доказательств и выводов — этим справочник отличается от учебников.

Впрочем, иногда даются и выводы. Это сделано в тех случаях, когда в школьных учебниках соответствующие вопросы не рассмотрены.

Книга адресована учащимся и учителям общеобразовательных учреждений, колледжей и лицеев.

I. ТАБЛИЦЫ

§ 1. Некоторые часто встречающиеся постоянные

| Величина | n | lg n | Величина | n | lg n |
|------------------|-----------|----------------|------------------------|-------------|----------------|
| π | 3,1416 | 0,4971 | $\sqrt[3]{1:\pi}$ | 0,6828 | $\bar{1},8343$ |
| 2π | 6,2832 | 0,7982 | $\sqrt[3]{\pi:6}$ | 0,8060 | $\bar{1},9063$ |
| 3π | 9,4248 | 0,9743 | $\sqrt[3]{3:4\pi}$ | 0,6204 | $\bar{1},7926$ |
| 4π | 12,5664 | 1,0992 | $\sqrt[3]{\pi^2}$ | 2,1450 | 0,3314 |
| $4\pi : 3$ | 4,1888 | 0,6221 | e | 2,7183 | 0,4343 |
| $\pi : 2$ | 1,5708 | 0,1961 | e^2 | 7,3891 | 0,8686 |
| $\pi : 3$ | 1,0472 | 0,0200 | \sqrt{e} | 1,6487 | 0,2171 |
| $\pi : 4$ | 0,7854 | $\bar{1},8951$ | $\sqrt[3]{e}$ | 1,3956 | 0,1448 |
| $\pi : 6$ | 0,5236 | $\bar{1},7190$ | $1 : e$ | 0,3679 | $\bar{1},5657$ |
| $\pi : 180$ | 0,0175 | 2,2419 | $1 : e^2$ | 0,1353 | $\bar{1},1314$ |
| $2 : \pi$ | 0,6366 | $\bar{1},8039$ | $\sqrt{1:e}$ | 0,6065 | $\bar{1},7829$ |
| $180 : \pi$ | 57,2958 | 1,7581 | $\sqrt[3]{1:e}$ | 0,7165 | $\bar{1},8552$ |
| $10\ 800 : \pi$ | 3437,7467 | 3,5363 | $M = \lg e$ | 0,4343 | $\bar{1},6378$ |
| $648\ 000 : \pi$ | 206264,81 | 5,3144 | $\frac{1}{M} = \ln 10$ | 2,3026 | 0,3622 |
| $1 : \pi$ | 0,3183 | $\bar{1},5029$ | 2! | 2 | |
| $1 : 2\pi$ | 0,1592 | $\bar{1},2018$ | 3! | 6 | |
| $1 : 3\pi$ | 0,1061 | $\bar{1},0257$ | 4! | 24 | |
| $1 : 4\pi$ | 0,0796 | 2,9008 | 5! | 120 | |
| π^2 | 9,8696 | 0,9943 | 6! | 720 | |
| $2\pi^2$ | 19,7392 | 1,2953 | 7! | 5040 | |
| $\sqrt{\pi}$ | 1,7725 | 0,2486 | 8! | 40 320 | |
| $\sqrt{2\pi}$ | 2,5066 | 0,3991 | 9! | 362 880 | |
| $\sqrt{\pi:2}$ | 1,2533 | 0,0981 | 10! | 3 628 800 | |
| $\sqrt{1:\pi}$ | 0,5642 | $\bar{1},7514$ | 11! | 39 916 800 | |
| $\sqrt{2:\pi}$ | 0,7979 | $\bar{1},9019$ | 12! | 479 001 600 | |
| $\sqrt{3:\pi}$ | 0,9772 | $\bar{1},9900$ | | | |
| $\sqrt{4:\pi}$ | 1,1284 | 0,0525 | | | |
| $\sqrt[3]{\pi}$ | 1,4646 | 0,1657 | | | |

§ 2. Степени, корни, обратные величины, длины окружностей, площади кругов, натуральные логарифмы

(Для трехзначных чисел можно применить интерполяцию¹⁾; при этом возможна небольшая ошибка в последнем знаке.)

| n | n^2 | n^3 | \sqrt{n} | $\sqrt[3]{n}$ | $\sqrt[3]{10n}$ | $\sqrt[3]{100n}$ | $\frac{1}{n}$ | πn | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $\ln n^2$ |
|-----|-------|-------|------------|---------------|-----------------|------------------|---------------|---------|---------------------|-----------|
| 1 | 1 | 1 | 1,000 | 1,000 | 3,162 | 2,154 | 1,000 | 3,14 | 0,785 | 0,00000 |
| 2 | 4 | 8 | 1,414 | 1,260 | 4,472 | 2,714 | 0,500 | 6,28 | 3,142 | 0,69315 |
| 3 | 9 | 27 | 1,732 | 1,442 | 5,477 | 3,107 | 0,333 | 9,42 | 7,069 | 1,09861 |
| 4 | 16 | 64 | 2,000 | 1,587 | 6,325 | 3,420 | 0,250 | 12,57 | 12,566 | 1,38629 |
| 5 | 25 | 125 | 2,236 | 1,710 | 7,071 | 3,684 | 0,200 | 15,71 | 19,635 | 1,60944 |
| 6 | 36 | 216 | 2,449 | 1,817 | 7,746 | 3,915 | 0,167 | 18,85 | 28,274 | 1,79176 |
| 7 | 49 | 343 | 2,646 | 1,913 | 8,367 | 4,121 | 0,143 | 21,99 | 38,484 | 1,94591 |
| 8 | 64 | 512 | 2,828 | 2,000 | 8,944 | 4,309 | 0,125 | 25,13 | 50,265 | 2,07944 |
| 9 | 81 | 729 | 3,000 | 2,080 | 9,487 | 4,481 | 0,111 | 28,27 | 63,617 | 2,19722 |
| 10 | 100 | 1000 | 3,162 | 2,154 | 10,000 | 4,642 | 0,100 | 31,42 | 78,540 | 2,30259 |
| 11 | 121 | 1331 | 3,317 | 2,224 | 10,488 | 4,791 | 0,091 | 34,56 | 95,033 | 2,39790 |
| 12 | 144 | 1728 | 3,464 | 2,289 | 10,954 | 4,932 | 0,083 | 37,70 | 113,097 | 2,48491 |
| 13 | 169 | 2197 | 3,606 | 2,351 | 11,402 | 5,066 | 0,077 | 40,84 | 132,73 | 2,56495 |
| 14 | 196 | 2744 | 3,742 | 2,410 | 11,832 | 5,192 | 0,071 | 43,98 | 153,94 | 2,63906 |
| 15 | 225 | 3375 | 3,873 | 2,466 | 12,247 | 5,313 | 0,067 | 47,12 | 176,72 | 2,70805 |

¹⁾ Об интерполяции см. П, § 50.

²⁾ \ln — натуральный логарифм (см. III, § 64).

Продолжение

| n | n^2 | n^3 | \sqrt{n} | $\sqrt[3]{10n}$ | $\sqrt[3]{n}$ | $\sqrt[3]{10n}$ | $\sqrt[3]{100n}$ | $\frac{1}{n}$ | πn | $\frac{\pi n^2}{4}$ | $\ln n$ |
|-----|-------|-------|------------|-----------------|---------------|-----------------|------------------|---------------|---------|---------------------|---------|
| 16 | 256 | 4096 | 4,000 | 12,649 | 2,520 | 5,429 | 11,696 | 0,062 | 50,27 | 201,06 | 2,77259 |
| 17 | 289 | 4913 | 4,123 | 13,038 | 2,571 | 5,540 | 11,935 | 0,059 | 53,41 | 226,98 | 2,83321 |
| 18 | 324 | 5832 | 4,243 | 13,416 | 2,621 | 5,646 | 12,164 | 0,056 | 56,55 | 254,47 | 2,89037 |
| 19 | 361 | 6859 | 4,359 | 13,784 | 2,668 | 5,749 | 12,386 | 0,053 | 59,69 | 283,53 | 2,94444 |
| 20 | 400 | 8000 | 4,472 | 14,142 | 2,714 | 5,848 | 12,599 | 0,050 | 62,83 | 314,16 | 2,99573 |
| 21 | 441 | 9261 | 4,583 | 14,491 | 2,759 | 5,944 | 12,806 | 0,048 | 65,97 | 346,36 | 3,04452 |
| 22 | 484 | 10648 | 4,690 | 14,832 | 2,802 | 6,037 | 13,006 | 0,045 | 69,12 | 380,13 | 3,09104 |
| 23 | 529 | 12167 | 4,796 | 15,166 | 2,841 | 6,127 | 13,200 | 0,043 | 72,26 | 415,48 | 3,13549 |
| 24 | 576 | 13824 | 4,899 | 15,492 | 2,884 | 6,214 | 13,389 | 0,042 | 75,40 | 452,39 | 3,17805 |
| 25 | 625 | 15625 | 5,000 | 15,811 | 2,924 | 6,300 | 13,572 | 0,040 | 78,54 | 490,87 | 3,21888 |
| 26 | 676 | 17576 | 5,099 | 16,125 | 2,962 | 6,383 | 13,751 | 0,038 | 81,68 | 530,93 | 3,25810 |
| 27 | 729 | 19683 | 5,196 | 16,432 | 3,000 | 6,463 | 13,925 | 0,037 | 84,82 | 572,55 | 3,29584 |
| 28 | 784 | 21952 | 5,292 | 16,733 | 3,037 | 6,542 | 14,095 | 0,036 | 87,96 | 615,75 | 3,33220 |
| 29 | 841 | 24389 | 5,385 | 17,029 | 3,072 | 6,619 | 14,260 | 0,034 | 91,11 | 660,52 | 3,36730 |
| 30 | 900 | 27000 | 5,477 | 17,321 | 3,107 | 6,694 | 14,422 | 0,033 | 94,25 | 706,86 | 3,40120 |
| 31 | 961 | 29791 | 5,568 | 17,607 | 3,141 | 6,768 | 14,581 | 0,032 | 97,39 | 754,77 | 3,43399 |
| 32 | 1024 | 32768 | 5,657 | 17,889 | 3,175 | 6,840 | 14,736 | 0,031 | 100,53 | 804,25 | 3,46574 |
| 33 | 1089 | 35937 | 5,745 | 18,166 | 3,208 | 6,910 | 14,888 | 0,030 | 103,67 | 855,30 | 3,49651 |
| 34 | 1156 | 39304 | 5,831 | 18,439 | 3,240 | 6,980 | 15,037 | 0,029 | 106,81 | 907,92 | 3,52636 |
| 35 | 1225 | 42875 | 5,916 | 18,708 | 3,271 | 7,047 | 15,183 | 0,029 | 109,96 | 962,1 | 3,55535 |

| | | | | | | | | | | | |
|----|------|--------|-------|--------|-------|-------|--------|-------|--------|--------|---------|
| 36 | 1296 | 46656 | 6,000 | 18,974 | 3,302 | 7,114 | 15,326 | 0,028 | 113,10 | 1017,9 | 3,58352 |
| 37 | 1369 | 50653 | 6,083 | 19,235 | 3,332 | 7,179 | 15,467 | 0,027 | 116,24 | 1075,2 | 3,61092 |
| 38 | 1444 | 54872 | 6,164 | 19,494 | 3,362 | 7,243 | 15,605 | 0,026 | 119,4 | 1134,1 | 3,63759 |
| 39 | 1521 | 59319 | 6,245 | 19,748 | 3,391 | 7,306 | 15,741 | 0,026 | 122,5 | 1194,6 | 3,66356 |
| 40 | 1600 | 64000 | 6,325 | 20,000 | 3,420 | 7,368 | 15,874 | 0,025 | 125,7 | 1256,6 | 3,68888 |
| 41 | 1681 | 68921 | 6,403 | 20,248 | 3,448 | 7,429 | 16,005 | 0,024 | 128,8 | 1320,2 | 3,71357 |
| 42 | 1764 | 74088 | 6,481 | 20,494 | 3,476 | 7,489 | 16,134 | 0,024 | 131,9 | 1385,4 | 3,73767 |
| 43 | 1849 | 79507 | 6,557 | 20,736 | 3,503 | 7,548 | 16,261 | 0,023 | 135,1 | 1452,2 | 3,76120 |
| 44 | 1936 | 85184 | 6,633 | 20,976 | 3,530 | 7,606 | 16,386 | 0,023 | 138,2 | 1520,5 | 3,78419 |
| 45 | 2025 | 91125 | 6,708 | 21,213 | 3,557 | 7,663 | 16,510 | 0,022 | 141,4 | 1590,4 | 3,80666 |
| 46 | 2116 | 97336 | 6,782 | 21,448 | 3,583 | 7,719 | 16,631 | 0,022 | 144,5 | 1661,9 | 3,82864 |
| 47 | 2209 | 103823 | 6,856 | 21,679 | 3,609 | 7,775 | 16,751 | 0,021 | 147,7 | 1734,9 | 3,85015 |
| 48 | 2304 | 110592 | 6,928 | 21,909 | 3,634 | 7,830 | 16,869 | 0,021 | 150,8 | 1809,6 | 3,87120 |
| 49 | 2401 | 117649 | 7,000 | 22,136 | 3,659 | 7,884 | 16,985 | 0,020 | 153,9 | 1885,7 | 3,89182 |
| 50 | 2500 | 125000 | 7,071 | 22,361 | 3,684 | 7,937 | 17,100 | 0,020 | 157,1 | 1963,5 | 3,91202 |
| 51 | 2601 | 132651 | 7,141 | 22,583 | 3,708 | 7,990 | 17,213 | 0,020 | 160,2 | 2042,8 | 3,93183 |
| 52 | 2704 | 140608 | 7,211 | 22,804 | 3,733 | 8,041 | 17,325 | 0,019 | 163,4 | 2123,7 | 3,95124 |
| 53 | 2809 | 148877 | 7,280 | 23,022 | 3,756 | 8,093 | 17,435 | 0,019 | 166,5 | 2206,2 | 3,97029 |
| 54 | 2916 | 157464 | 7,348 | 23,238 | 3,780 | 8,143 | 17,544 | 0,018 | 169,6 | 2290,2 | 3,98898 |
| 55 | 3025 | 166375 | 7,416 | 23,452 | 3,803 | 8,193 | 17,652 | 0,018 | 172,8 | 2375,8 | 4,00733 |