ПЁТР ЗЕМСКОВ

ОГЭ

АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ
В БОЛЬШОМ СПРАВОЧНИКЕ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ ПО МАТЕМАТИКЕ

ПОДГОТОВКА за 15 МИНУТ В ДЕНЬ

Издательство АСТ
Москва

УДК 373.5:512
ББК 22.14я721
З-55

В оформлении использованы материалы, предоставленные Фотобанком Shutterstock, Inc., Shutterstock.com

Земсков, Пётр Александрович.
З-55 ОГЭ. Алгебра и геометрия в большом справочнике для подготовки по математике / Пётр Александрович Земсков. — Москва : Издательство АСТ, 2025. — 320 с. : ил. — (Сам себе репетитор. Подготовка за 15 минут).

ISBN 978-5-17-167846-3

Перед вами уникальный сборник «объяснялок» и самостоятельных работ в одном большом справочнике, который за короткий срок позволит подготовиться к успешной сдаче экзамена для девятиклассников.

Секретные теоремы, тайные приёмы, надёжные алгоритмы решений, спасительные лайфхаки, которые помогут найти правильный ответ в любой ситуации, даже когда кажется, что ничего не знаешь и всё забыл.

Тратя всего 15 минут в день на добросовестное выполнение заданий, каждый школьник сможет быстро и эффективно усвоить всю необходимую информацию и избавиться от страха перед ОГЭ.

В этой книге вы найдёте:

1. Простое и понятное объяснение решения каждого задания из экзамена.
2. Самостоятельные работы для закрепления навыка.

Этот справочник позволит сдать экзамен с нуля. Если следовать всем рекомендациям, то любой девятиклассник сдаст экзамен по математике.

УДК 373.5:512
ББК 22.14я721

12+

Издание для досуга
Серия «Сам себе репетитор. Подготовка за 15 минут»

Земсков Пётр Александрович

ОГЭ. Алгебра и геометрия в большом справочнике для подготовки по математике

Заведующий редакцией *А.Швырева*
Ответственный редактор *А. Ананьева*
Корректор *Е. Никулина*
Дизайн обложки *А. Денисов*
Технический редактор *Н. Чернышева*
Компьютерная вёрстка *Л. Ковальчук*

В книге использованы иллюстрации *К. Кузнецовой, К. Коваленко, У. Николаевой*

Подписано в печать 10.12.2024. Формат 84×108/16.
Печать офсетная. Гарнитура SchoolBook.
Бумага типографская. Усл. печ. л. 33,6.
Тираж экз. Заказ .

Общероссийский классификатор продукции ОК-034-2014 (КПЕС 2008); 58.11.1 — книги печатные.

Произведено в Российской Федерации.
Изготовлено в 2025 г.
ООО «Издательство АСТ» 129085, Российская Федерация, г. Москва, Звездный бульвар, д. 21, стр. 1, комн. 705, пом. I, этаж 7.
Наш сайт: www.ast.ru • E-mail: ask@ast.ru

«Баспа Аста» деген ООО
129085, Мәскеу қ., Звёздный бульвары, 21-үй, 1-құрылыс, 705-бөлме, I жай, 7-қабат.
Біздің электрондық мекенжайымыз: www.ast.ru E-mail: ask@ast.ru
Интернет-магазин: www.book24.kz • Интернет-дүкен: www.book24.kz
Импортёр в Республику Казахстан — ТОО «РДЦ-Алматы».
Қазақстан Республикасындағы импорттаушы — «РДЦ-Алматы» ЖШС.
Дистрибьютор и представитель по приему претензий на продукцию в Республике Казахстан: ТОО «РДЦ-Алматы»
Қазақстан Республикасында дистрибьютор және өнім бойынша арыз-талаптарды қабылдаушының өкілі «РДЦ-Алматы» ЖШС, Алматы қ., Домбровский көш., 3а, литер Б, офис 1.
Тел.: 8 (727) 251 59 89, 90, 91, 92, Факс: 8 (727) 251 58 12, вн. 107;
E-mail: RDC-Almaty@eksmo.kz, www.book24.kz
Тауар белгісі: «АСТ»
Өндірілген жылы: 2025
Өнімнің жарамдылық мерзімі шектелмеген.

ISBN 978-5-17-167846-3

ВСЕМ БОЛЬШОЙ МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПРИВЕТ!

Всем большой математический привет — и профессионалам, и тем, кого от одного слова «математика» начинает бить озноб, и чьи воспоминания об уроках математики можно описать одной фразой: «Как вспомню, так вздрогну!»

Эта книга для всех! И для любителей математики, и для профессионалов, и для тех, кто её не любит, и даже боится! Для тех, кто на вопрос: «А как у тебя в школе было с математикой?» — в лучшем случае отвечает: «Как вспомню — так вздрогну!»

Эта книга и для родителей: для пап и мам, для дедушек и бабушек пожалуй, самых заинтересованных и переживающих из всех участников учебного процесса.

И САМОЕ ГЛАВНОЕ, ЭТА КНИГА ДЛЯ УЧЕНИКА, КОТОРОМУ ПРЕДСТОИТ В БЛИЖАЙШЕМ БУДУЩЕМ СДАВАТЬ ОБЯЗАТЕЛЬНЫЙ ПИСЬМЕННЫЙ ЭКЗАМЕН ПО МАТЕМАТИКЕ В 9 КЛАССЕ, ТАК НАЗЫВАЕМЫЙ ОГЭ, ОСНОВНОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН.

Ведь, если добросовестно, даже не очень усердствуя, прочитать, а самое главное выполнить все задания, то, гарантирую, можно успешно сдать ОГЭ по математике.

ДРОБИ

А начнём мы с «добрых» чисел! Да-да с «добрых», и это не опечатка! Потому что ДРОБНЫЕ числа — это, по моему стойкому убеждению, ДОБРЫЕ числа.

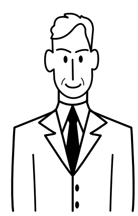
С «добрыми»-дробными числами мы имеем дело гораздо чаще, чем с целыми, и встречаемся с ними с раннего детства дома.

Булку хлеба мы режем на кусочки, можно получить 20 одинаковых частей! И один такой кусочек будет называться «одна двадцатая», потому что булку разделили на 20 одинаковых частей, и взяли одну такую часть. А если взять три куска, то можно сказать: «три двадцатых булки хлеба». А для записи придумали вот такую двухэтажную форму этого числа: $\frac{3}{20}$ или $\frac{1}{20}$. Черта между числами называется дробной чертой, и она означает деление (мы ведь разделили хлеб на одинаковые части). Число под чертой, внизу, носит название знаменатель, а над чертой — числитель. Знаменатель показывает, на сколько частей разделили, а числитель — сколько частей взяли.

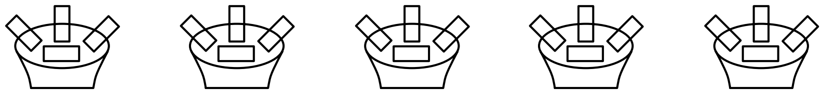
Вернёмся к нашей булке хлеба, порезанной на 20 одинаковых кусочков (частей). Представьте, что мы взяли 3 куска, а потом ещё один. Сколько всего? Правильно, 4 куска. А на бумаге это выглядит так: $\frac{3}{20}+\frac{1}{20}=\frac{4}{20}$. Когда понимаешь смысл происходящего, то сможешь выполнить действие, даже не зная правил. Но с правилом удобнее: **Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, надо сложить числители, а знаменатель оставить прежним.**

Угадайте, что общего у математика, охотника и барабанщика? Пока вы думаете, отвечу на вопрос читателя, который спрашивает: «А почему $\frac{4}{20}$ не сократили?» А потому, что не изучили Волшебного свойства дроби. Кстати, у вас на мою загадку ответ тоже был ДРОБЬ? Молодцы!

ВЫ СКАЖЕТЕ, В ШКОЛЕ НЕ БЫЛО ТАКОЙ ТЕМЫ «ВОЛШЕБНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ»! НО ТЕМА «ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ» ТОЧНО БЫЛА! А ВЕДЬ ЭТО СВОЙСТВО ПОИСТИНЕ ВОЛШЕБНОЕ! СЕЙЧАС ВЫ УВИДИТЕ, КАКИЕ ОНО ОТКРЫВАЕТ ВОЗМОЖНОСТИ!



Снова разрезаем нашу буханку хлеба на 20 равных частей. И давайте разложим их на тарелки по 4 кусочка на каждую (как на рисунке).



Разумеется, получилось 5 тарелок. То есть по сути мы разделили весь хлебный кирпичик на пять одинаковых частей. Значит, одна такая тарелка, а точнее её содержимое, 4 кусочка, составляет одну пятую от всей булки хлеба. Всё сходится: разделили на 5 равных частей и взяли одну часть — вот тебе и одна пятая, а ещё и запишем $\frac{1}{5}$.

Но с другой стороны, весь хлеб был поделён на 20 частей, значит, один кусок это $\frac{1}{20}$, а четыре куска из тарелки — это четыре двадцатых: $\frac{4}{20}$. Выходит, что $\frac{4}{20}$ и $\frac{1}{5}$ это одно и то же?! Да! Смело ставим между ними знак равенства: $\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$.

Мы сейчас сократили дробь, не зная правила. Слово «сократили» не случайное. Видите, числа в числителе и знаменателе стали меньше. Заметили, во сколько раз меньше? Было 4 стало 1, было 20 стало 5. И числитель, и знаменатель стали меньше в 4 раза. А что означает в 4 раза меньше? Пока вспоминаете первую учительницу, и свой 2 класс, и действие деление, закажем пиццу! И разделим её на три равные части. Каждая такая часть называется «одна третья» и записывается дробью $\frac{1}{3}$. А теперь разделим каждую из частей ещё на 2 кусочка. Получается, что мы разделили всю пиццу уже на 6 равных частей, и одна такая часть обозначается так: $\frac{1}{6}$. А теперь посмотрите, сколько таких кусочков в одной третьей части? Два! Выходит, что $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$? Да, это так! Что произошло? Вот что: числитель и знаменатель теперь увеличились в одно и то же число раз.

Вот теперь мы подошли к этому **Волшебному Основному свойству** дроби:

ЕСЛИ ЧИСЛИТЕЛЬ И ЗНАМЕНАТЕЛЬ ДРОБИ УМНОЖИТЬ ИЛИ РАЗДЕЛИТЬ НА ОДНО И ТО ЖЕ, НЕ РАВНОЕ НУЛЮ ЧИСЛО, ТО ДРОБЬ НЕ ИЗМЕНИТСЯ.

Вот теперь мы можем не только выполнить шестое задание из ОГЭ, но и понять, сколько же мы получим по контракту за свою работу! Итак, прочитав эту книжку, вы успешно сдали экзамен по математике и по всем остальным предметам, поступили в колледж, закончили его и стали суперсварщиком или великим шеф-поваром! И получили по первому контракту $\frac{1}{4}$ миллиона, а по второму $\frac{3}{5}$ миллиона. Вопрос: сколько вы получили?

Проще говоря, сумеете сложить $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{5}$? $\frac{1}{4}+\frac{3}{5}=$? $\frac{1}{4}$ — она и в Африке $\frac{5}{20}$! Как это? Да, изи! Числитель и знаменатель умножили на 5 (на одно и то же число).

$$\frac{1}{4}=\frac{1\cdot5}{4\cdot5}=\frac{5}{20}$$

А $\frac{3}{5}$ и $\frac{12}{20}$ ведь тоже одно и то же!

$\frac{3}{5}=\frac{3\cdot4}{5\cdot4}=\frac{12}{20}$ (числитель и знаменатель умножили на одно и то же число).

Каждую из дробей мы заменили дробью со знаменателем 20.

$$\frac{1}{4}+\frac{3}{5}=\frac{5}{20}+\frac{12}{20}=\frac{5+12}{20}=\frac{17}{20}$$

И это не просто $\frac{17}{20}$ из учебника 5 класса, это $\frac{17}{20}$ вашего миллиона, вернее не вашего и не миллиона, а его части. А в рублях сколько? Вспоминайте, что означает дробное число. На 20 частей разделили и 17 таких частей взяли! Никакой математики, один здравый смысл!

1 000 000 : 20 · 17 = 50 000 · 17 = 850 000

Ничего себе! 850 тысяч рублей! Чтобы так зарабатывать, всё-таки надо успешно сдать экзамен за 9 класс! А весь успех зависит от того, как хорошо вы считаете, главное правильно, без ошибок, и желательно быстро. В каждом задании нужно уметь выполнять действия с числами, а проверить ваши навыки счёта призвано задание № 6. Бывает попадаются примеры, похожие на тот, где мы получили 850 000.

1) 0,0005 · 5 · 500 000

2) 0,006 · 0,6 · 60

3) 0,09 · 0,009 · 900

4) 0,8 · 0,008 · 80 000

Видите, во всех четырёх примерах перемножаются числа с запятыми и с нулями (да простят меня учителя математики). Конечно, я знаю, что числа с запятыми это десятичные дроби, но сейчас не название главное, к десятичным дробям ещё вернёмся. Главное — как перемножить, как получить результат? Слушайте и запоминайте суровый челябинский лайфхак!

ЧТОБЫ ПЕРЕМНОЖИТЬ ЧИСЛА С ЗАПЯТЫМИ И С НУЛЯМИ, НАДО ПЕРЕМНОЖИТЬ ИХ, НЕ ОБРАЩАЯ ВНИМАНИЕ НА ЗАПЯТЫЕ И НУЛИ (КАК БУДТО ИХ НЕТ), ЗАТЕМ ПРИПИСАТЬ ВСЕ НУЛИ И ОТСЧИТАТЬ СПРАВА СТОЛЬКО ЦИФР, СКОЛЬКО ИХ ПОСЛЕ ЗАПЯТОЙ ВО ВСЕХ МНОЖИТЕЛЯХ. НУЛИ, СТОЯЩИЕ ПОСЛЕ ЗАПЯТОЙ ЗА ПОСЛЕДНЕЙ ЗНАЧАЩЕЙ ЦИФРОЙ, ЗАЧЕРКНУТЬ И ОТБРОСИТЬ.

Например: 0,0004 · 4 000 000 · 0,4. Перемножаем, не обращая внимание на запятые и нули: 4 · 4 · 4 = 64. Нули в конце только у числа 4 000 000, значит, все эти шесть нулей приписываем: 64 000 000. Теперь отсчитаем столько цифр после запятой справа, сколько их во всех множителях; а запятые у двух чисел: 0,0004 и 0,4. В них всего 5 цифр после запятой (считаем пальцем). Отсчитываем в результате справа 5 цифр и ставим запятую: 640,00000 и нули после запятой отбрасываем. Все эти рассуждения проводим мысленно или вслух, а на бумаге пишем так:

0,0004 · 4 000 000 · 0,4 = 640,~~00000~~ = 640

Пожалуйста, вернитесь чуть назад и выполните те четыре похожих примера, проговаривая каждое действие. Сверьте ответы! Получите положительные эмоции и продлите удовольствие:

1) 0,00002 · 10 000	**4)** 5,4 · 1000
2) 2,4 · 100	**5)** 21,85 · 100
3) 9,3 · 10	**6)** 36,7 · 0,1
7) 0,2 · 0,004 · 50 000	**8)** 1,25 · 0,8 · 9300
9) 0,25 · 4000 · 9,7	**10)**1,6 · 0,002 · 500 000

А теперь вопрос на засыпку: удалось запомнить Основное свойство дроби? Сверяйте: если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же, не равное нулю число, то дробь не изменится.

А в каких случаях делить? А в каких умножать?

ЕСЛИ НУЖНО СОКРАТИТЬ ДРОБЬ, ТО ДЕЛИМ НА ОДНО И ТО ЖЕ ЧИСЛО И ЧИСЛИТЕЛЬ, И ЗНАМЕНАТЕЛЬ.

Например: перед нами дробь $\frac{12}{18}$, видим, что числитель и знаменатель можно разделить на 6, значить сокращаем, проговаривая: «12 делю на 6, будет 2, а 18 делю на 6, будет 3». А на бумаге запи сываем: $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$.

Вот вам серия дробей для сокращения. Обязательно проговаривайте ход своих действий и правило, с помощью которого сокращаете дробь. Поехали:

1) $\frac{8}{36}$ 2) $\frac{3}{15}$ 3) $\frac{4}{16}$ 4) $\frac{12}{32}$ 5) $\frac{14}{28}$

6) $\frac{15}{25}$ 7) $\frac{32}{48}$ 8) $\frac{18}{81}$ 9) $\frac{135}{180}$ 10) $\frac{150}{225}$

Так-так-так! А кто это не произносит правила: «Чтобы сократить дробь, надо числитель и знаменатель разделить на одно и то же, не равное нулю число!» С двумя последними дробями справились? Я, например, не вижу сразу окончательного делителя, но помню со 2 класса признак делимости на 5. В дроби $\frac{135}{180}$ числитель и знаменатель оканчиваются на 5 и 0 соответственно. Значит, разделю их на одно и то же число 5. А дальше посмотрим, может ещё какой-нибудь общий делитель найдётся!

$$\frac{135}{180}=\frac{135:5}{180:5}=\frac{27}{36}=\frac{27:9}{36:9}=\frac{3}{4}$$

$\frac{150}{225}$ так же делим на 5, если не удалось увидеть, что на 15 легко делится ($150:15=10$, а $225:15=15$, это в таблице квадратов весь 8 класс лицезрели). А кто-то сразу на 25 или ещё круче на 75, наверное, разделил. Как бы то ни было, после всех сокращений получаем: $\frac{150}{225}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$.

А когда же умножать числитель и знаменатель на одно и то же число? Когда мы хотим дробь с одним знаменателем заменить дробью с другим знаменателем. Используется это правило в случае сложения или вычитания дробей с разными знаменателями. От простого к сложному:

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{4}=\frac{1\cdot2}{6\cdot2}+\frac{1\cdot3}{4\cdot3}=\frac{2}{12}+\frac{3}{12}=\frac{5}{12}$$

Здесь легко увидеть, что 12 — общий знаменатель. Хотя, как говорится, кому легко, а кому не очень. Есть ещё один дедовский метод. Берём из двух знаменателей тот, который больше, в этом примере 6. 6 на 4 не делится, значит, 6 — не общий знаменатель. Следующее число, которое делится на 6, это 12, а вот 12 из «четвёрки» сделать легко: $4 \cdot 3 = 12$. Итак, в первой дроби числитель и знаменатель домножаем на 2, а во второй — на 3:

$$\frac{1}{6}^{\backslash 2}+\frac{1}{4}^{\backslash 3}=\frac{2}{12}+\frac{3}{12}=\frac{5}{12}.$$

Многие ученики несколько лет не особо «парились» из-за учёбы. Не делали «домашку», а если и делали, то с калькулятором. Я и сейчас предлагаю не париться из-за этих дробей! Вот вам способ решить дёшево и сердито: просто перемножьте знаменатели, а числитель каждой дроби домножьте на знаменатель другой. Не забудьте полученную дробь сократить.

$$\frac{1}{6}^{\backslash 4}+\frac{1}{4}^{\backslash 6}=\frac{4}{24}+\frac{6}{24}=\frac{10}{24}=\frac{10:2}{24:2}=\frac{5}{12}$$

$$\frac{1}{2}^{\backslash 25}-\frac{13}{50}=\frac{25}{50}-\frac{13}{50}=\frac{12}{50}=\frac{6}{25}.$$

Смотрим на оба знаменателя, видим: если 2 умножить на 25, получим 50, но, по основному свойству дроби, и единицу в числителе тоже умножаем на 25. Так $\frac{1}{2}=\frac{25}{50}$. А дальше дело техники.

Второй способ — «тупо» перемножаем знаменатели и получаем общий, а числители домножаем на соответствующий знаменатель.

$$\frac{1}{2}^{\backslash 50}-\frac{13}{50}^{\backslash 2}=\frac{50}{100}-\frac{26}{100}=\frac{24}{100}=\frac{24:4}{100:4}=\frac{6}{25}.$$

А теперь выполните сложение или вычитание дробей любым, удобным вам способом.

1) $\frac{1}{4}-\frac{3}{25}$ **2)** $\frac{27}{50}-\frac{1}{5}$ **3)** $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$ **4)** $\frac{3}{4}-\frac{1}{6}$ **5)** $\frac{2}{5}+\frac{13}{15}$

6) $\frac{3}{8}-\frac{1}{20}$ **7)** $\frac{3}{4}-\frac{7}{12}$ **8)** $\frac{9}{10}-\frac{7}{15}$ **9)** $\frac{1}{18}+\frac{5}{9}$ **10)** $\frac{1}{10}+\frac{21}{50}$

Интересно, возникли у вас вопросы по поводу ответа в третьем и пятом примерах? Давайте их разберём.

3) $\frac{3}{4}^{\backslash 5}+\frac{2}{5}^{\backslash 4}=\frac{15}{20}+\frac{8}{20}=\frac{23}{20}$ **4)** $\frac{2}{5}^{\backslash 3}+\frac{13}{15}=\frac{6}{15}+\frac{13}{15}=\frac{19}{15}$

Так у вас получилось? В каждом из этих примеров в результате имеем дробь, у которой числитель больше знаменателя. Такая дробь называется неправильной.

Во всех остальных примерах у вас должны получиться правильные дроби (это дроби, у которых числитель меньше знаменателя).

А если числитель равен знаменателю? Такая дробь тоже относится к **неправильным** и равна единице. Посудите сами. Вот пирог, разделили его на 4 части и все эти четыре части взяли. Ничего не изменилось — перед нами по-прежнему весь пирог: $\frac{4}{4}=1$. Хоть на сколько частей делите, если вы их все возьмёте, то целое останется целым: $\frac{7}{7}=1$; $\frac{8}{8}=1$; $\frac{10}{10}=1$.

А что же с дробями $\frac{23}{20}$ и $\frac{19}{15}$? Они получаются больше единицы? Там пирог разделили на 20 частей, а взяли 23? А в другой дроби разделили на 15, а взяли 19? Ведь если я делю на 20 частей, то могу взять не более 20?! Правильно... А откуда ещё 3 куска пирога появились? А во второй дроби аж 4? А это остатки от ещё одного пирога, т. е. $\frac{23}{20}=\frac{20}{20}+\frac{3}{20}=1+\frac{3}{20}=1\frac{3}{20}$. Читается такая запись так: «Одна целая три двадцатых». Это смешанные числа, состоящие из целой и дробной частей.

Неправильную дробь, у которой числитель больше знаменателя, можно записать в виде смешанного числа. Для этого необязательно рисовать пироги. Можно прикинуть, сколько раз знаменатель (число внизу) вмещается в числитель (число наверху), это и будет целой частью, а остаток уйдёт в числитель, а знаменатель останется тем же:

$$\frac{19}{15}=1\frac{4}{15};\ \frac{19}{8}=2+\frac{3}{8}=2\frac{3}{8}.$$

Вы спросите: а что это за знак «плюс» между целой и дробной частями? Смешанное число — это по сути кратная запись суммы целой и дробной частей. Вот в холодильнике стоят два полных пакета молока и один начатый, в котором пол-литра. Сколько всего молока? Мы так и говорим: 2 целых литра да ещё поллитра: $2+\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$. Одним словом, смешанное число — это сумма: $4\frac{2}{7}=4+\frac{2}{7}$.

Для девятиклассников вот такое задание под номером 6 из ОГЭ кажется жутко страшным: $2\frac{3}{4}+1\frac{10}{19}$! Но мы-то знаем, что каждое смешанное число надо заменить суммой, а дальше реально легкотня. Смотрите:

$$2\frac{3}{4}+1\frac{10}{19}=2+\frac{3}{4}+1+\frac{10}{19}=(2+1)+\left(\frac{3}{4}^{\backslash 19}+\frac{10}{19}^{\backslash 4}\right)=3+\left(\frac{3\cdot 19}{4\cdot 19}+\frac{10\cdot 4}{19\cdot 4}\right)=$$

$$=3+\left(\frac{57}{76}+\frac{40}{76}\right)=3+\frac{97}{76}=3+\frac{76}{76}+\frac{21}{76}=3+1+\frac{21}{76}=4+\frac{21}{76}=4\frac{21}{76}.$$

Это очень подробная запись решения, чтобы вы видели каждый шаг, на деле же половина из записанного делается устно. Видите дробь $\frac{97}{76}$. 76 в 97 поме-ся один раз, значит, одна целая уже есть, 97 – 76 = 21 — это остаток, который пишем в числитель (наверх), а знаменатель (внизу) тот же — 76.

$$\frac{97}{76}=1\frac{21}{76}.$$

И сами смешанные числа на бумаге можно не расписывать в виде сумм, а сделать это мысленно и устно... сложить целые части, а потом дробные.

$$2\frac{3}{4}+1\frac{10}{19}=3+\left(\frac{3}{4}+\frac{10}{19}\right)=3+\frac{57}{76}+\frac{40}{76}=3+\frac{97}{76}=3+1\frac{21}{76}=4\frac{21}{76}.$$

Как сказал Исаак Ньютон, «примеры в математике важнее теории». Поэтому вперёд! Самостоятельная!

1) $1\frac{3}{4}+2\frac{4}{5}$ **2)** $\frac{12}{17}+2\frac{7}{11}$ **3)** $1\frac{4}{15}+2\frac{9}{10}$ **4)** $2\frac{9}{10}+1\frac{4}{15}$ **5)** $3\frac{1}{5}+5\frac{2}{3}$

6) $5\frac{9}{10}+2\frac{8}{15}$ **7)** $2\frac{2}{3}+3\frac{2}{7}$ **8)** $12\frac{5}{6}+2\frac{1}{3}$ **9)** $7\frac{1}{4}+2\frac{2}{3}$ **10)** $4\frac{2}{3}+3\frac{1}{6}$

ВЫЧИТАНИЕ СМЕШАННЫХ ЧИСЕЛ

Самый высший пилотаж — это вычитание смешанных чисел. Хочешь проверить, как у твоего ребёнка обстоят дела с дробями, предложи ему вычислить вот эту разность: $3\frac{2}{9}-1\frac{5}{6}$. Если у него получится $1\frac{7}{18}$, то можно сделать вывод, что с дробями у него всё хорошо. Попробуем и мы прийти к верному ответу. Каждое смешанное число запишем в виде суммы.

$$3\frac{2}{9}-1\frac{5}{6}=3+\frac{2}{9}-\left(1+\frac{5}{6}\right)=3+\frac{2}{9}-1-\frac{5}{6}=2+\frac{4}{18}-\frac{15}{18}=1+1+\frac{4}{18}-\frac{15}{18}=$$

$$=1+\frac{18}{18}+\frac{4}{18}-\frac{15}{18}=1+\frac{18+4-15}{18}=1+\frac{7}{18}=1\frac{7}{18}$$

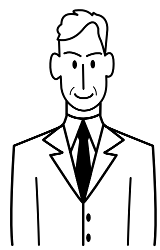
Коварство этого примера в том, что дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого. Чтобы выйти из этого затруднительного по ложения, мы у целой части занимаем единицу и превращаем её в дробь $1=\frac{18}{18}$.

Итак, чтобы найти разность смешанных чисел, нужно вычесть целые части и дробные, при необходимости занять единицу у целого. ещё один пример разберём подробно.

$$5\frac{1}{6}-2\frac{4}{9}=\left|\begin{array}{l}\text{сначала вычитаем}\\ \text{целые части: } 5-2=3;\end{array}\right|=3+\frac{1}{6}^{\backslash 3}-\frac{4}{9}^{\backslash 2}=\left|\begin{array}{l}\text{приводим дроби}\\ \text{к общему знаменателю;}\end{array}\right|=$$

$$=3+\frac{3}{18}-\frac{8}{18}=\left|\begin{array}{l}\text{видим, что } \frac{3}{18}<\frac{8}{18}\text{, следовательно;}\\ \text{занимаем единицу у целого;}\end{array}\right|=$$

$$=2+1+\frac{3}{18}-\frac{8}{18}=\left|\begin{array}{l}\text{единицу заменяем}\\ \text{дробью } 1=\frac{18}{18}\end{array}\right|=2+\frac{18}{18}+\frac{3}{18}-\frac{8}{18}=2+\frac{13}{18}=2\frac{13}{18}$$



КАК ГОВОРИЛ КАПИТАН ДЖЕК-ВОРОБЕЙ, «ХОЧЕШЬ СДЕЛАТЬ ХОРОШО, СДЕЛАЙ САМ!»

---

1) $4\frac{11}{16}-3\frac{7}{8}$ **2)** $2\frac{3}{4}-1\frac{4}{5}$ **3)** $5\frac{1}{16}-1\frac{1}{12}$ **4)** $3\frac{1}{15}-\frac{4}{9}$ **5)** $12\frac{11}{12}-5\frac{13}{18}$

6) $6\frac{4}{9}-3\frac{6}{7}$ **7)** $9\frac{1}{6}-5\frac{3}{4}$ **8)** $5\frac{1}{4}-1\frac{3}{8}$ **9)** $5\frac{1}{4}-1\frac{1}{2}$ **10)** $7\frac{10}{51}-4\frac{21}{34}$.

Рассмотрим пример № 10.

$$7\frac{10}{51}-4\frac{21}{34}=\left|\begin{array}{l}\text{сначала вычитаем}\\ \text{целые части: } 7-4=3;\end{array}\right|=$$

$$=3+\frac{10}{51}^{\backslash 2}-\frac{21}{34}^{\backslash 3}=\left|\begin{array}{l}\text{видим, что } 51=3\cdot 17\text{, а } 34=2\cdot 17\text{, и понимаем,}\\ \text{что если 51 умножить на 2, а 34 на 3, то получим}\\ \text{одно и то же число — 102; домножаем на 2 и 3}\\ \text{соответствующие числители}\end{array}\right|=$$

$$=3+\frac{20}{102}-\frac{63}{102}=\left|\begin{array}{l}\text{видим, что } 20<63\text{, следовательно}\\ \text{надо у тройки занять единицу;}\end{array}\right|=$$

$$=2+1+\frac{20}{102}-\frac{63}{102}=\left|\begin{array}{l}\text{единицу превращаем}\\ \text{в дробь: } 1=\frac{102}{102}\end{array}\right|=2+\frac{102}{102}+\frac{20}{102}-\frac{63}{102}=2+\frac{59}{102}=2\frac{59}{102}.$$

Знаете, сколько людей занимаются спортом, а олимпийских чемпионов можно на пальцах пересчитать. Почему кто-то становится первым, а другие нет?! Как сказал один чемпион: «Я всегда делал на пять подтягиваний больше, чем велел тренер, а остальные в точности выполняли задание».

Вот вам ещё пять примеров для полного счастья:

1) $8\frac{9}{14}-3\frac{3}{7}$ **2)** $3\frac{1}{12}-1\frac{1}{6}$ **3)** $6\frac{3}{8}-2\frac{5}{9}$ **4)** $12\frac{11}{12}-5\frac{13}{8}$ **5)** $6\frac{3}{8}-1\frac{4}{5}$

Как вы думаете, какое действие с дробями чаще всего применяется в быту по несколько раз в день? Можно, конечно, поспорить со мной, но вычитание части из целого каждому приходится ежедневно выполнять. От всей зарплаты три четверти уходит на питание, сколько остаётся на всё остальное? Здравый смысл подсказывает, что четвертей всего четыре, три четверти истратили, стало быть осталась одна четверть. А на бумаге записываем маленький пример из 5 класса:

$$1-\frac{3}{4}=\frac{4}{4}-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}.$$

Так же поступаем с любыми дробями. Единицу заменяем дробью с одинаковыми числителем и знаменателем. Например:

$$1-\frac{6}{7}=\frac{7}{7}-\frac{6}{7}=\frac{1}{7}$$

$$1-\frac{2}{5}=\frac{5}{5}-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$$

А если нужно дробь вычесть не из единицы, а, например, из 8? Заменим 8 суммой чисел 7 и 1 и произведём вычитание из 1:

$$8-\frac{4}{9}=7+1-\frac{4}{9}=7+\frac{9}{9}-\frac{4}{9}=7+\frac{5}{9}=7\frac{5}{9}.$$

А теперь сами:

1) $1-\frac{1}{14}$ **2)** $1-\frac{1}{3}$ **3)** $1-\frac{1}{9}$ **4)** $5-\frac{3}{4}$

5) $9-\frac{1}{9}$ **6)** $1-\frac{13}{15}$ **7)** $1-\frac{1}{11}$ **8)** $1-\frac{19}{20}$

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

В ОГЭ ответы на задания первой части нужно записывать в виде целого числа или в виде конечной десятичной дроби.

За годы своей жизни вы не могли не заметить, что очень много величин делится на 10, 100, 1000 и т. д. частей. Например, 1 рубль разделён на 100 копеек, в 1 см — 10 мм, в 1 кг — 1000 г. Поэтому 1 копейка — это $\frac{1}{100}$ рубля; 1 мм — это $\frac{1}{10}$ см; $1\text{ г} = \frac{1}{1000}$ кг. Такие дроби, у которых в знаменателе (внизу) 10, 100, 1000 и т. д., называются десятичными, и для них придумана «одноэтажная» запись:

$$\frac{1}{10} = 0{,}1;\ \frac{1}{100} = 0{,}01;\ \frac{1}{1000} = 0{,}001;$$

$$\frac{2}{10} = 0{,}2;\ \frac{13}{100} = 0{,}13;\ \frac{4}{1000} = 0{,}004;$$

$$\frac{17}{1000} = 0{,}017;\ 2\frac{3}{100} = 2{,}03;\ 5\frac{27}{1000} = 5{,}027.$$

С этим всё просто. Сами придумайте себе самостоятельную работу.

А мы будем вспоминать, а кое-кто и узнавать, как превратить обыкновенную дробь в десятичную. Иными словами, как из «двухэтажной дроби с чертой» сделать «одноэтажную с запятой».

Есть «железный способ» — нужно разделить числитель на знаменатель. Заодно вспомним деление столбиком.

Возьмём $\frac{5}{4}$ и 5 разделим на 4. Четыре один раз целиком помещается в 5.

$$\begin{array}{r|l}
-5 & 4 \\ \cline{2-2}
\underline{4} & 1{,}25 \\
-10 & \\
\underline{8} & \\
-20 & \\
\underline{20} & \\
0 &
\end{array}$$

Берём по одному. Деление целых закончено, ставим после единицы в частном (это результат деления) запятую, отделяя целую часть от дробной. Сносим 0, получили 10, прикидываем, сколько раз 4 вмещается в 10. Два раза, значит берём по 2, умножаем $2 \cdot 4 = 8$ и из десяти вычитаем 8. Остаток 2, приписываем к нему 0 и уже 20 делим на 4, будет 5. Получаем ответ: $\frac{5}{4} = 1{,}25$.

Ну ещё один пример разберём: $\frac{3}{8}$.

$$
\begin{array}{r|l}
-\,3 & 8 \\
\cline{2-2}
\underline{0} & 0{,}375 \\
-\,30 & \\
\underline{24} & \\
-\,60 & \\
\underline{56} & \\
-\,40 & \\
\underline{40} & \\
0 &
\end{array}
$$

Делим 3 на 8. Восемь целиком не вмещается в 3, другими словами: 8 в числе 3 умещается ноль раз. В разряд целых этот 0 сразу и пишем и ставим запятую. К «тройке» приписываем 0 и делим 30 на 8; берём по 3: $3 \cdot 8 = 24$; $30 - 24 = 6$. Приписываем 0 и 60, делим на 8. Берём по 7: $7 \cdot 8 = 56$; $60 - 56 = 4$. Приписываем 0 и делим на 8: $40 : 8 = 5$.

Ответ: $\frac{3}{8} = 0{,}375$.

В поле ответа записываем каждый символ в отдельную клетку.

0	,	3	7	5		

А теперь честно выполните самостоятельно без калькуляторов. Преобразуйте в десятичную дробь:

1) $\frac{1}{2}$ **2)** $\frac{9}{20}$ **3)** $\frac{53}{40}$ **4)** $\frac{5}{8}$ **5)** $\frac{7}{4}$ **6)** $\frac{19}{8}$ **7)** $\frac{23}{32}$ **8)** $\frac{19}{25}$ **9)** $\frac{19}{16}$ **10)** $\frac{263}{125}$

А теперь, после того как вы научились делить числитель на знаменатель, открою маленький секрет. Можно переводить эти обыкновенные дроби в десятичные с помощью основного свойства дроби. Помните его? Умножим числитель и знаменатель дроби на одно и то же число, но не на случайное, а на такое, чтобы в знаменателе получилось 10, 100, 1000 и т. д. Например: