

**ОГЭ**

**Л.И. Слонимский, И.С. Слонимская**

# **МАТЕМАТИКА**

**Трудные задания  
с решениями и ответами**

**для подготовки  
к основному  
государственному  
экзамену**

Москва  
Издательство АСТ  
2025

УДК 373:51  
ББК 22.1я721  
С48

**Слонимский, Лев Иосифович.**

С48      ОГЭ : математика : трудные задания с решениями и ответами для подготовки к основному государственному экзамену / Л. И. Слонимский, И. С. Слонимская. — Москва: Издательство АСТ, 2025. — 303, [1] с.: ил. — (Подготовка к основному государственному экзамену).

ISBN 978-5-17-178145-3

Данный сборник — учебное пособие для быстрой и эффективной подготовки к основному государственному экзамену по математике. Пособие включает более 800 тренировочных примеров и заданий, вызывающих сложность при изучении и подготовке к итоговой аттестации.

К примерам, сгруппированным по темам официального кодификатора, даны подробные разборы и задачи для самостоятельного решения. В пособии размещены справочные материалы, которые выдаются на экзамене, и образцы экзаменационных бланков. В конце сборника представлены ответы к заданиям для самостоятельного выполнения.

Предлагаемый материал позволит учащимся проверить свои знания и готовность к экзамену по математике в формате ОГЭ любого уровня сложности, а учителям — организовать работу по подготовке к итоговой аттестации в 9-м классе.

УДК 373:51  
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-17-178145-3

© Слонимский Л. И., Слонимская И. С., 2025  
© ООО «Издательство АСТ», 2025

# Содержание

Предисловие . . . . .	5
<b>1. АЛГЕБРА . . . . .</b>	<b>7</b>
<b>1.1. Преобразование и вычисление значений алгебраических выражений . . . . .</b>	<b>8</b>
1.1.1. Числовые выражения . . . . .	8
1.1.2. Выражения с переменными . . . . .	15
<b>1.2. Уравнения и системы уравнений . . . . .</b>	<b>22</b>
1.2.1. Целые уравнения . . . . .	22
1.2.2. Дробные уравнения . . . . .	36
1.2.3. Системы уравнений с двумя переменными . . . . .	43
<b>1.3. Неравенства. Метод интервалов . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>1.4. Текстовые задачи . . . . .</b>	<b>59</b>
1.4.1. Решение текстовых задач арифметическим методом . . . . .	59
1.4.2. Решение текстовых задач алгебраическим методом . . . . .	70
<b>1.5. Последовательности . . . . .</b>	<b>120</b>
1.5.1. Арифметическая прогрессия . . . . .	120
1.5.2. Геометрическая прогрессия . . . . .	126
<b>1.6. Функции . . . . .</b>	<b>130</b>
1.6.1. Квадратичная функция . . . . .	130
1.6.2. Дробно-рациональная функция . . . . .	143
1.6.3. Кусочно-заданная функция . . . . .	148

---

---

<b>2. ГЕОМЕТРИЯ</b> . . . . .	161
<b>2.1. Треугольник</b> . . . . .	162
2.1.1. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника . . . . .	162
2.1.2. Равнобедренный треугольник. . . . .	176
2.1.3. Прямоугольный треугольник . . . . .	182
<b>2.2. Многоугольники</b> . . . . .	188
2.2.1. Выпуклые четырёхугольники. . . . .	188
2.2.2. Параллелограмм . . . . .	191
2.2.3. Трапеция . . . . .	204
<b>2.3. Окружность и круг</b> . . . . .	217
2.3.1. Центральные и вписанные углы . . . . .	220
2.3.2. Касательная и секущая к окружности . . . . .	226
<b>2.4. Площади</b> . . . . .	238
2.4.1. Площадь треугольника . . . . .	238
2.4.2. Площадь параллелограмма. . . . .	242
2.4.3. Площадь трапеции. . . . .	246
<b>3. ЗАДАЧИ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ, ОБЪЕДИНЁННЫЕ ОБЩИМ УСЛОВИЕМ</b> . . . . .	255
<b>4. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ</b> . . . . .	275
<b>ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ</b> . . . . .	281
<b>ОТВЕТЫ на задания для самостоятельного решения</b> . . . . .	289

---

---

## Предисловие

Сборник содержит тренировочный учебный материал, необходимый для овладения навыками правильного и быстрого решения заданий основного государственного экзамена по математике.

Задания в сборнике сгруппированы с учётом кодификатора содержания ОГЭ. Наибольшее внимание уделено разбору задач из второй части экзаменационной работы, так как они вызывают больше трудностей и требуют больше времени на выполнение.

В пособии приводятся образцы экзаменационных заданий в соответствии с темами, по которым составлен демонстрационный вариант КИМ (контрольных измерительных материалов). Это даёт возможность использования данной книги при повторении конкретных разделов математики.

Задачи представлены в виде примеров с подробным разбором решений и задания для тренировки. Авторы старались объяснить сложное простыми словами, чтобы при подготовке у вас появилось не только понимание материала, но и уверенность в своих силах. Помните: трудные задания — это не препятствие, а трамплин. Разобравшись с ними, вы сделаете качественный скачок в своих знаниях.

В разделе дополнительных материалов размещены справочные материалы, которые выдаются на экзамене вместе с экзаменационной работой.

---

---

Основные алгебраические сведения: таблица квадратов двузначных чисел, формулы сокращённого умножения, формулы корней квадратного уравнения, разложения на множители квадратного трёхчлена, формулы  $n$ -го члена и суммы  $n$  первых членов арифметической и геометрической прогрессий; основные формулы из курса геометрии. Калькуляторы на экзамене не используются.

Кроме этого приводится образец экзаменационных бланков.

В конце пособия размещены ответы на задания для самостоятельного решения для самопроверки.

**В связи с возможными изменениями в формате и количестве заданий рекомендуем в процессе подготовки к экзамену обращаться к материалам сайта официального разработчика экзаменационных заданий — Федерального института педагогических измерений: [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru)**

Желаем всем выпускникам успехов на экзаменах!

*Авторы*

---

---

# 1. АЛГЕБРА

---

---

# 1.1. Преобразование и вычисление значений алгебраических выражений

## 1.1.1. Числовые выражения

### **Пример 1**

Найдите значение выражения  $6,72 : \left(3\frac{2}{14} - \frac{12}{35}\right)$ .

*Решение.*

$$1) 3\frac{2}{14} - \frac{12}{35} = 3\frac{10}{70} - \frac{24}{70} = 2\frac{80}{70} - \frac{24}{70} = 2\frac{56}{70} = 2\frac{8}{10} = 2\frac{4}{5}.$$

$$2) 6,72 : 2\frac{4}{5} = 6\frac{72}{100} : 2\frac{4}{5} = 6\frac{18}{25} : 2\frac{4}{5} = \frac{168}{25} : \frac{14}{5} = \frac{168 \cdot 5}{25 \cdot 14} = \frac{84}{5 \cdot 7} = \frac{12 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{24}{10} = 2,4.$$

Можно второе действие выполнить в столбик с помощью десятичных дробей.

$$6,72 : 2\frac{4}{5} = 6,72 : 2,8 = 67,2 : 28.$$

$$\begin{array}{r} 67,2 \quad | \quad 28 \\ - 56 \quad \quad | \quad 2,4 \\ \hline 112 \\ - 112 \\ \hline 0 \end{array}$$

*Ответ:* 2,4.

**Задачи для самостоятельного решения**

1. Найдите значение выражения  $43,05 : \left(6\frac{1}{12} - \frac{5}{6}\right)$ .
2. Найдите значение выражения  $(-8,68) : \left(3\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right)$ .
3. Найдите значение выражения  $21 : \left(4\frac{22}{35} - \frac{3}{7}\right)$ .
4. Найдите значение выражения  $11,61 : \left(3\frac{1}{8} - \frac{17}{40}\right)$ .
5. Найдите значение выражения  $16,72 : \left(4\frac{31}{40} - \frac{3}{8}\right)$ .

**Пример 2**

Найдите значение выражения  $\frac{41}{20} + 1\frac{1}{6} \cdot 1,2$ .

*Решение.*

$$1) 1\frac{1}{6} \cdot 1,2 = \frac{7 \cdot 1,2}{6} = \frac{7 \cdot 12}{6 \cdot 10} = \frac{7 \cdot 2}{10} = 1,4.$$

$$2) \frac{41}{20} + 1,4 = 2\frac{1}{20} + 1,4 = 2\frac{5}{100} + 1,4 = 2,05 + 1,4 = 3,45.$$

*Ответ:* 3,45.

**Задачи для самостоятельного решения**

6. Найдите значение выражения  $1\frac{2}{25} + 1,4 \cdot \frac{3}{35}$ .
7. Найдите значение выражения  $3\frac{2}{3} + 0,1 \cdot 3\frac{1}{3}$ .
8. Найдите значение выражения  $\left(-1\frac{1}{4}\right) + 3,6 \cdot 1\frac{5}{6}$ .

9. Найдите значение выражения  $\frac{10}{3} + 1,4 \cdot \frac{10}{21}$ .
10. Найдите значение выражения  $2\frac{7}{50} + 1,4 \cdot \frac{3}{10}$ .

**Пример 3**

Вычислите  $\frac{\sqrt{84}}{\sqrt{6 - \sqrt{15}} \cdot \sqrt{6 + \sqrt{15}}}$ .

*Решение.*

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{84}}{\sqrt{6 - \sqrt{15}} \cdot \sqrt{6 + \sqrt{15}}} &= \frac{\sqrt{84}}{\sqrt{(6 - \sqrt{15})(6 + \sqrt{15})}} = \\ &= \frac{\sqrt{84}}{\sqrt{6^2 - (\sqrt{15})^2}} = \sqrt{\frac{84}{36 - 15}} = \sqrt{\frac{84}{21}} = \sqrt{4} = 2. \end{aligned}$$

*Ответ:* 2.

**Задачи для самостоятельного решения**

11. Вычислите  $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{\sqrt{61} - 7} \cdot \sqrt{\sqrt{61} + 7}}$ .
12. Вычислите  $\frac{\sqrt{128}}{\sqrt{9 + \sqrt{73}} \cdot \sqrt{9 - \sqrt{73}}}$ .
13. Вычислите  $\frac{\sqrt{\sqrt{111} - 6} \cdot \sqrt{\sqrt{111} + 6}}{\sqrt{3}}$ .

**Пример 4**

Сколько целых чисел расположено между  $6\sqrt{10}$  и  $10\sqrt{6}$ ?

*Решение.* Выполним внесение множителя под знак корня в каждом из чисел.

$$6\sqrt{10} = \sqrt{36}\sqrt{10} = \sqrt{360};$$

$$10\sqrt{6} = \sqrt{100}\sqrt{6} = \sqrt{600}.$$

Воспользуемся таблицей квадратов из справочных материалов ОГЭ.

$$\sqrt{324} < \sqrt{360} < \sqrt{361}; \quad \sqrt{576} < \sqrt{600} < \sqrt{625};$$

$$18 < \sqrt{360} < 19; \quad 24 < \sqrt{600} < 25.$$

Значит между  $\sqrt{360}$  и  $\sqrt{600}$  целые числа от 19 до 24, т. е.  $24 - 19 + 1 = 6$  чисел.

*Ответ:* 6.

### Задачи для самостоятельного решения

14. Сколько целых чисел расположено между  $7\sqrt{11}$  и  $11\sqrt{7}$ ?

15. Сколько целых чисел расположено между  $2\sqrt{13}$  и  $13\sqrt{2}$ ?

16. Сколько целых чисел расположено между  $3\sqrt{14}$  и  $14\sqrt{3}$ ?

### Пример 5

Вычислите  $\sqrt{(6 - 7\sqrt{5})^2} - \sqrt{245}$ .

*Решение.*

$$\sqrt{(6 - 7\sqrt{5})^2} - \sqrt{245} = |6 - 7\sqrt{5}| - \sqrt{245}.$$

Так как  $6 - 7\sqrt{5} = \sqrt{36} - \sqrt{245} < 0$ ;

$$|6 - 7\sqrt{5}| = 7\sqrt{5} - 6 = \sqrt{245} - 6;$$

$$|6 - 7\sqrt{5}| - \sqrt{245} = \sqrt{245} - 6 - \sqrt{245} = -6.$$

*Ответ:* -6.

**Задачи для самостоятельного решения**

17. Вычислите  $8\sqrt{3} - \sqrt{(8\sqrt{3} - 13)^2}$ .

18. Вычислите  $\sqrt{(10\sqrt{7} - 27)^2} + 10\sqrt{7}$ .

19. Вычислите  $\sqrt{(16 - 4\sqrt{13})^2} + 4\sqrt{13}$ .

**Пример 6**

Вычислите  $\frac{1}{\sqrt{15} - 4} - \frac{1}{\sqrt{15} + 4}$ .

*Решение.*

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{15} - 4} - \frac{1}{\sqrt{15} + 4} &= \frac{1 \cdot \sqrt{15} + 4}{\sqrt{15} - 4} - \frac{1 \cdot \sqrt{15} - 4}{\sqrt{15} + 4} = \\ &= \frac{\sqrt{15} + 4 - \sqrt{15} + 4}{(\sqrt{15} - 4)(\sqrt{15} + 4)} = \frac{8}{15 - 16} = \frac{8}{-1} = -8. \end{aligned}$$

*Ответ:*  $-8$ .**Задачи для самостоятельного решения**

20. Вычислите  $\frac{2}{3 - \sqrt{13}} + \frac{2}{3 + \sqrt{13}}$ .

21. Вычислите  $\frac{5}{\sqrt{6} - 2} - \frac{5}{\sqrt{6} + 2}$ .

22. Вычислите  $\frac{9}{5 - \sqrt{10}} + \frac{9}{5 + \sqrt{10}}$ .

**Пример 7**

Вычислите  $(\sqrt{8} - 6)^2 + (\sqrt{8} + 6)^2$ .

*Решение.*

Применим формулы квадрат суммы и квадрат разности  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ .

$$\begin{aligned} & (\sqrt{8} - 6)^2 + (\sqrt{8} + 6)^2 = \\ & = (\sqrt{8})^2 - 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{8} + 6^2 + (\sqrt{8})^2 + 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{8} + 6^2 = \\ & = 8 + 36 + 8 + 36 = 44 \cdot 2 = 88. \end{aligned}$$

Ответ: 88.

### Задачи для самостоятельного решения

23. Вычислите  $(7 + \sqrt{10})^2 + (7 - \sqrt{10})^2$ .

24. Вычислите  $(\sqrt{15} - 9)^2 + (\sqrt{15} + 9)^2$ .

25. Вычислите  $(14 - \sqrt{6})^2 + (14 + \sqrt{6})^2$

### Пример 8

Найдите значение выражения  $7,6 \cdot 10^{-2} + 5,4 \cdot 10^{-1}$ .

Решение.

$$\begin{aligned} 7,6 \cdot 10^{-2} + 5,4 \cdot 10^{-1} &= 7,6 \cdot \frac{1}{10^2} + 5,4 \cdot \frac{1}{10^1} = \\ &= \frac{7,6}{100} + \frac{5,4}{10} = 0,076 + 0,54 = 0,616. \end{aligned}$$

Ответ: 0,616.

### Задачи для самостоятельного решения

26. Найдите значение выражения

$$4,2 \cdot 10^{-2} + 4,2 \cdot 10^{-1}.$$

27. Найдите значение выражения

$$6,6 \cdot 10^{-1} + 8,6 \cdot 10^{-2}.$$

28. Найдите значение выражения

$$7,6 \cdot 10^{-2} + 8,4 \cdot 10^{-1}.$$

29. Найдите значение выражения

$$2,3 \cdot 10^{-1} + 2,7 \cdot 10^{-2}.$$

30. Найдите значение выражения

$$7,9 \cdot 10^{-2} + 4,5 \cdot 10^{-1}.$$

### **Пример 9**

Найдите значение выражения

$$(5,1 \cdot 10^3) : (1,7 \cdot 10^{-3}).$$

*Решение.*

$$\begin{aligned} (5,1 \cdot 10^3) : (1,7 \cdot 10^{-3}) &= \frac{5,1 \cdot 10^3}{1,7 \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 = \\ &= 3 \cdot 10^6 = 3\,000\,000. \end{aligned}$$

*Ответ:* 3 000 000.

### **Задачи для самостоятельного решения**

31. Найдите значение выражения

$$(7,5 \cdot 10^2) : (1,5 \cdot 10^{-2}).$$

32. Найдите значение выражения

$$(7,2 \cdot 10^2) : (1,2 \cdot 10^{-3}).$$

33. Найдите значение выражения

$$(5,7 \cdot 10^3) : (1,9 \cdot 10^{-2}).$$

34. Найдите значение выражения

$$(5,2 \cdot 10^2) : (1,3 \cdot 10^{-2}).$$

35. Найдите значение выражения

$$(9,5 \cdot 10^2) : (1,9 \cdot 10^{-4}).$$

## 1.1.2. Выражения с переменными

### Пример 10

Разложите на множители  $1 - tp^2 + t - p^2$ .

*Решение.*

Для разложения данного многочлена на множители применим способ группировки и формулу разности квадратов

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

$$\begin{aligned} 1 - tp^2 + t - p^2 &= (1 - p^2) + t(1 - p^2) = (1 - p^2)(1 + t) = \\ &= (1 - p)(1 + p)(1 + t). \end{aligned}$$

*Ответ:*  $(1 - p)(1 + p)(1 + t)$ .

### Задания для самостоятельного решения

36. Разложите на множители  $a - 2c + c^2 + 1 - ac$ .

37. Разложите на множители  $a^2 - a^2b - ab + a^3$ .

38. Разложите на множители  $xy + x^2 - x^3 - x^2y$ .

### Пример 11

Сократите дробь  $\frac{m - 6m^2}{6m^2 + 11m - 2}$ .

*Решение.*

Разложим на множители числитель и знаменатель данной дроби, для этого воспользуемся вынесением общего множителя за скобки и формулой разложения на множители квадратного трёхчлена.