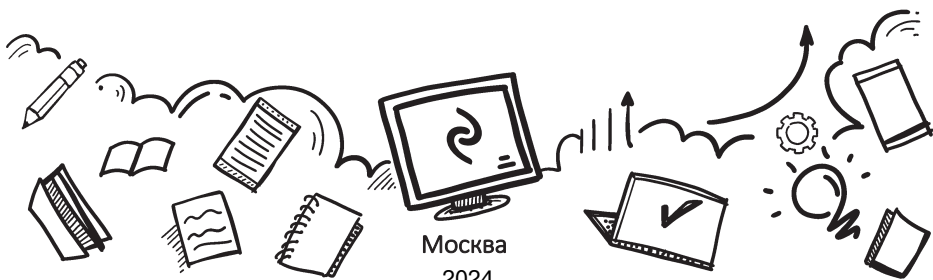


Н. Н. Удалова

МАТЕМАТИКА



Москва
2024

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
У28

Все права защищены. Книга или любая ее часть не может быть скопирована, воспроизведена в электронной или механической форме, в виде фотокопии, записи в память ЭВМ, репродукции или каким-либо иным способом, а также использована в любой информационной системе без получения разрешения от издателя. Копирование, воспроизведение и иное использование книги или ее части без согласия издателя является незаконным и влечет уголовную, административную и гражданскую ответственность.

Макет подготовлен при содействии ООО «Айдиономикс»

Удалова, Наталья Николаевна.

У28 Математика / Н. Н. Удалова. — Москва : Эксмо, 2024. — 224 с. — (Наглядно и доступно. Старшая школа).

Пособие предназначено для подготовки учащихся старших классов к урокам и ЕГЭ по математике.

В книгу включены необходимые справочные материалы по основным разделам школьного курса, представленные в наглядных и удобных для запоминания таблицах. Приводятся определения математических понятий, формулировки правил и пояснения к ним, необходимые формулы и обучающие рисунки, а также примеры задач с решениями.

Книга поможет быстро систематизировать знания и подготовиться к урокам, контрольным и ЕГЭ в предельно сжатые сроки.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

Справочное издание / анықтамалық баспа

Для старшего школьного возраста / мектеп жасындағы ересек балаларға арналған

НАГЛЯДНО И ДОСТУПНО. СТАРШАЯ ШКОЛА

Удалова Наталья Николаевна

МАТЕМАТИКА

(орыс тілінде)

Ответственный редактор *А. Жилинская* Соответствует техническому регламенту ТР ТС 007/2011
Ведущий редактор *Т. Судакова* КО ТР 007/2011 техникалық регламентіне сәйкес келеді
Редактор *А. Проценко* Страна происхождения: Российская Федерация
Художественный редактор *Е. Брынчик* Шығарылған елі: Ресей Федерациясы

В коллаже на обложке и титуле
использованы иллюстрации:
Sapunketele / Shutterstock.com

Используется по лицензии от Shutterstock.com

EAC



eksmo.ru

Официальный
интернет-магазин
издательства «Эксмо»



Хочешь стать
автором «Эксмо»?

■ ■ ■ ЧИТАЙ · ГОРОД

ISBN 978-5-04-184204-8



9 785041 842048 >

ISBN 978-5-04-184204-8

ООО «Издательство «Эксмо»
125080, Россия, г. Москва, ул. Зорге, д. 1, стр. 1, эт. 20, каб. 2013. Тел.: 8 (495) 411-68-86.
Home page: www.eksmo.ru E-mail: info@eksmo.ru

Финансирование: «Издательство «Эксмо» ЖШҚ,
125080, Ресей, Мәскеу қаласы, Зорге көшесі, 1-үй, 1-құрылыс, 20 кабинет, 2013-каб.
Телефоны: 8 (495) 411-68-86. Home page: www.eksmo.ru E-mail: info@eksmo.ru.

Тәуір белгісі: «Эксмо»

Интернет-магазин: www.book24.kz

Интернет-дүкен: www.book24.kz

Импортер в Республике Казахстан ТОО «РДЦ-Алматы»
Казахстан Республикасында импорттаушы «РДЦ-Алматы» ЖШС.

Дистрибутор и представитель по приемке претензий на продукцию

в Республике Казахстан: ТОО «РДЦ-Алматы»

Дистрибутор және Қазақстан Республикасында өнімге шығарылу

қабылдау жөніндегі екіл: «РДЦ-Алматы» ЖШС.

Алматы қ., Дзержинский көш., 3-ақ., пәтер Б, өңір 1.

Тел.: 8 (727) 251-59-90/91/92. E-mail: RDC-Almaty@eksmo.kz

Сведения о подтверждении соответствия издания согласно законодательству РФ

о техническом регулировании можно получить на сайте Издательства «Эксмо»:

www.eksmo.ru/certification

Техникалық реттеу туралы РФ заңнамасына сай бақылаулық сәйкестігі расталу

туралы мәліметтерді мына адрес бойынша алуға болады: <http://eksmo.ru/certification/>

Промодено в Российской Федерации

Ресей Федерациясында өндiрiлген

Сертификаттауға жағдай

Дата изготовления / Подписано в печать 06.05.2024.

Формат 75x108^{1/32}. Печать офсетная.

Бумага офсетная не пухлая.

Усл. печ. л. 10,5. Доп. тираж 2000 экз. Заказ

© Удалова Н.Н., 2023

© ООО «Айдиономикс», 2023

© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2024

ВВЕДЕНИЕ

Пособие, которое вы держите в руках, — краткий справочник теоретического материала для сдачи ЕГЭ, позволяющий в экспресс-режиме подготовиться к экзамену по математике профильного уровня в 11 классе. Книга включает 6 разделов — «Алгебра», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Начала математического анализа», «Геометрия», «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей». Для удобства восприятия и запоминания материал в основном приведён в таблицах и схемах. Структура и содержание пособия позволяют ученику актуализировать, систематизировать и закрепить знания по математике за курс средней школы.

Авторы надеются, что данное пособие поможет любому ученику подготовиться к ЕГЭ по математике и успешно сдать его.

Раздел 1. АЛГЕБРА

1. Числа, корни и степени

В данном разделе рассматриваются действия с десятичными и обыкновенными дробями, рациональными, иррациональными и действительными числами. Представлены свойства степеней с натуральным, целым, рациональным и действительным показателем.

ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА

Натуральные числа (1; 2; 3; 4; 5...), числа, им противоположные (-1; -2; -3; -4; -5...), и число нуль образуют множество **целых чисел**.

Множество натуральных (лат. *naturalis* — природа) чисел имеет специальное обозначение — N ; множество целых (нем. *zahl* — число) чисел — Z .

СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Степенью числа a с натуральным показателем n , бóльшим 1, называется произведение n множителей, каждый из которых равен a .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ множителей}} \quad \begin{array}{l} a \text{ — основание степени} \\ n \text{ — показатель степени} \end{array}$$

Свойства степеней

$$a^1 = a$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$a^x \cdot b^x = (ab)^x$$

$$\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}, \text{ где } a \neq 0$$

$$\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x, \text{ где } b \neq 0$$

При чётной степени

$$a, b > 0$$

$$(-a)^n = b$$

$$-a^n = -b$$

$$(-3)^4 = 81$$

$$-3^4 = -81$$

Если в основании отрицательное число

$$a^n > 0, \text{ если } n \text{ — чётное число (2; 4; 6...):}$$

$$(-3)^4 = 81.$$

$$a^n < 0, \text{ если } n \text{ — нечётное число (1; 3; 5...):}$$

$$(-2)^5 = -32.$$

ДРОБИ

Число вида $\frac{m}{n}$, где $m \in Z$, $n \in N$, называют **обыкновенной дробью**.

$$\frac{m}{n} \leftarrow \text{числитель}$$

$$n \leftarrow \text{знаменатель}$$

Любое число, знаменатель дробной части которого выражается единицей с одним или несколькими нулями, можно представить в виде десятичной дроби.

Основное свойство дроби

Если числитель и знаменатель дроби умножить (разделить) на одно и то же число, отличное от нуля, то получится дробь, равная данной:

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}, \text{ где } c \neq 0.$$

Действия с обыкновенными дробями

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Выделение целой части из неправильной дроби:

$$\frac{17}{7} = 2\frac{3}{7} \quad - \frac{17}{7} = \frac{14}{7} + \frac{3}{7}$$

Перевод обыкновенной дроби в десятичную:

$$\frac{17}{8} = 2,125;$$

$$\frac{3}{25} = \frac{3 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{12}{100} = 0,12;$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{375}{1000} = 0,375.$$

$$\begin{array}{r} -17 \overline{)8} \\ \underline{16} \\ 10 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

Перевод смешанного числа в неправильную дробь:

$$3\frac{5}{9} = \frac{3 \cdot 9 + 5}{9} = \frac{32}{9}.$$

Чтобы сложить (вычесть) смешанные числа, надо:

- 1) привести дробные части этих чисел к наименьшему общему знаменателю;
- 2) отдельно выполнить сложение (вычитание) целых частей и отдельно — дробных.

- Если при сложении дробных частей получилась неправильная дробь, выделить целую часть из этой дроби и прибавить её к полученной целой части.

- Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, превратить её в неправильную дробь, уменьшив на единицу целую часть.

Чтобы выполнить умножение смешанных чисел, надо:

- 1) записать смешанные части в виде неправильных дробей;
- 2) найти произведение числителей и произведение знаменателей этих дробей;
- 3) первое произведение записать числителем, а второе — знаменателем.

Чтобы выполнить деление смешанных чисел, надо:

- 1) записать смешанные части в виде неправильных дробей;
- 2) делимое умножить на число, обратное делителю.

Действия с десятичными дробями

Чтобы сложить (вычесть) десятичные дроби, надо:

- 1) уравнивать в этих дробях количество знаков после запятой;
- 2) записать их друг под другом так, чтобы запятая была записана под запятой;
- 3) выполнить сложение (вычитание), не обращая внимания на запятую;
- 4) поставить в ответе запятую под запятой.

Чтобы **перемножить две десятичные дроби**, надо:

- 1) выполнить умножение, не обращая внимания на запятые;
- 2) отделить запятой столько цифр справа, сколько их стоит после запятой в обоих множителях вместе.

Чтобы **разделить десятичную дробь на натуральное число**, надо:

- 1) выполнить деление целой части на натуральное число;
- 2) поставить в частном запятую, когда кончится деление целой части;
- 3) продолжить деление дробной части, добавляя (по необходимости) ноль к остатку.

Чтобы **разделить число на десятичную дробь**, надо:

- 1) в делимом и делителе перенести запятую вправо на столько цифр, сколько их после запятой в делителе;
- 2) после этого выполнить деление на натуральное число.

ПРОЦЕНТЫ

Процентом (лат. *per cent* — на сотню) называется одна сотая часть величины.

$$1\% = \frac{1}{100} \quad 100\% = 1 \quad 3\% = 0,03 \quad 0,2 = 20\%$$

$$(3 : 100) \quad (0,2 \cdot 100)$$

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Целые и дробные числа (положительные и отрицательные) образуют множество **рациональных чисел**.

Множество рациональных (лат. *ratio* — деление) чисел обозначается Q .

Любое рациональное число можно представить в виде обыкновенной дроби $\frac{m}{n}$, где $m \in Z$, $n \in N$.

Любое рациональное число можно записать в виде десятичной дроби либо в виде периодической дроби.

**Действия с отрицательными
и положительными числами**

Чтобы сложить два отрицательных числа, надо:

- 1) сложить их модули;
- 2) поставить перед полученным числом знак «-».

Чтобы сложить два числа с разными знаками, надо:

- 1) из большего модуля слагаемых вычесть меньший;
- 2) поставить перед полученным числом знак того слагаемого, модуль которого больше.

Чтобы из данного числа вычесть другое, надо к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

Чтобы перемножить (разделить) два числа с разными знаками, надо перемножить (разделить) модули этих чисел и поставить перед полученным числом знак «-».

Чтобы перемножить (разделить) два отрицательных числа, надо перемножить (разделить) их модули.

СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0$$

$$a^0 = 1, a \neq 0$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, a \neq 0, b \neq 0$$

КОРЕНЬ СТЕПЕНИ $n > 1$ И ЕГО СВОЙСТВА

Корнем n -й степени ($n \in \mathbb{N}$, $n > 1$) из действительного числа a называется такое действительное число b , n -я степень которого равна a .

$\sqrt[n]{a}$ не существует, если $a < 0$ и n — чётное число.

Если n — чётное число, то $\sqrt[n]{x^n} = |x|$.

Свойства корней n -й степени

Для любых $a \geq 0$, $b \geq 0$, $n \geq 2$, $m \geq 2$:

$$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \qquad (\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k} \qquad \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}, \quad b \neq 0 \qquad \sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$$

СТЕПЕНЬ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ
И ЕЁ СВОЙСТВА

Пусть $a > 0$, $\frac{m}{n}$ — рациональное число

($n \geq 2$, $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$), тогда $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Все свойства степени с натуральным показателем верны для степени с любым рацио-

нальным показателем и положительным основанием.

$a > 1$, r — рациональное число

Если $r > 0$, то $a^r > 1$. Если $r < 0$, то $0 < a^r < 1$.

$a > 1$, r, t — рациональные числа

Если $r > t$, то $a^r > a^t$.

$0 < a < 1$, r, t — рациональные числа

Если $r > t$, то $a^r < a^t$.

СВОЙСТВА СТЕПЕНИ С ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

При любом $x \in R$ и любом $a > 0$ степень a^x является положительным действительным числом: $a^x > 0$ при $x \in R, a > 0$.

Все свойства степени с рациональным показателем верны для степени с действительным показателем.

$$\begin{aligned} \frac{2^{2\sqrt{3}}}{0,25^{2-\sqrt{3}}} &= \frac{2^{2\sqrt{3}}}{\left(\frac{1}{4}\right)^{2-\sqrt{3}}} = \frac{2^{2\sqrt{3}}}{(2^{-2})^{2-\sqrt{3}}} = \frac{2^{2\sqrt{3}}}{2^{-2(2-\sqrt{3})}} = \frac{2^{2\sqrt{3}}}{2^{-4+2\sqrt{3}}} = \\ &= 2^{2\sqrt{3}-(-4+2\sqrt{3})} = 2^{2\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}} = 2^4 = 16. \end{aligned}$$

2. Основы тригонометрии

Раздел посвящён тригонометрическим функциям, радианной и градусной мерам угла. Рассматриваются основные тригонометрические формулы и их применение при упрощении выражений.

СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС, КОТАНГЕНС ПРОИЗВОЛЬНОГО УГЛА

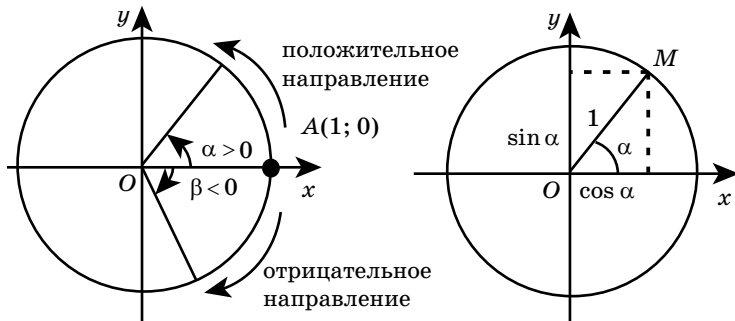
Единичной окружностью в тригонометрии называют окружность радиуса 1 с центром в начале системы координат xOy .

Синусом угла α ($\sin \alpha$) называется ордината точки, полученной поворотом точки $(1; 0)$ вокруг начала координат на угол α .

Косинусом угла α ($\cos \alpha$) называется абсцисса точки, полученной поворотом точки $(1; 0)$ вокруг начала координат на угол α .

Тангенсом угла α ($\operatorname{tg} \alpha$) называется отношение синуса угла к его косинусу.

Котангенсом угла α ($\operatorname{ctg} \alpha$) называется отношение косинуса угла к его синусу.



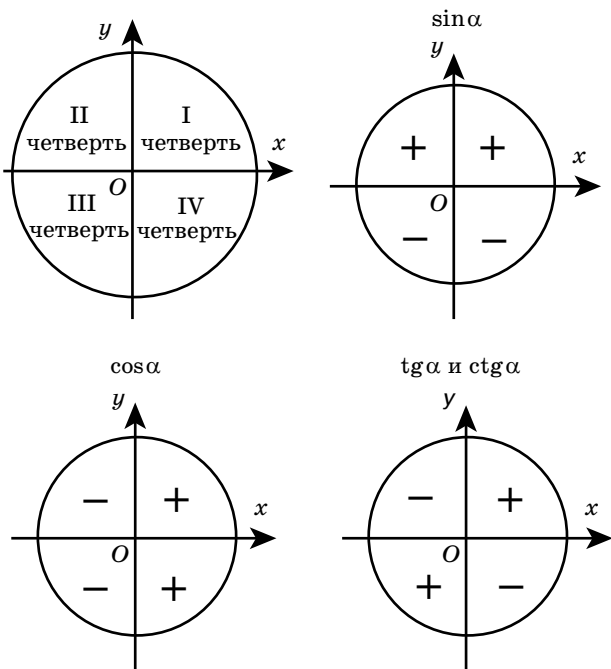
$$\sin \alpha = y$$

$$\cos \alpha = x$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Знаки синуса, косинуса, тангенса и котангенса



РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА

Центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна радиусу окружности, называется **углом в один радиан**.