

ОСНОВНОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир

МАТЕМАТИКА

НОВЫЙ ПОЛНЫЙ СПРАВОЧНИК

для подготовки

к **ОГЭ**

Москва
Издательство АСТ
2019

УДК 373:51
ББК 22.1я721
М52

Мерзляк, Аркадий Григорьевич.

М52 Математика : новый полный справочник для подготовки к ОГЭ / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. — Москва : Издательство АСТ, 2019. — 447, [1] с.: ил.

ISBN 978-5-17-115836-1

(Новый полный справочник для подготовки к ОГЭ)

ISBN 978-5-17-115833-0

(Самый популярный справочник для подготовки к ОГЭ)

Справочник содержит материал курса «Математика» в объёме, проверяемом на государственной итоговой аттестации.

Структура книги соответствует современному кодификатору элементов содержания по предмету, на основе которого формируются контрольные измерительные материалы (КИМы) основного государственного экзамена (ОГЭ).

Справочник состоит из двух глав. Первая глава «Арифметика. Алгебра» соответствует содержанию курсов математики 5–6 классов и алгебры 7–9 классов основной школы, вторая глава «Геометрия» — содержанию курса геометрии 7–9 классов.

Помимо теоретического материала в справочнике представлено значительное количество разобранных примеров, иллюстрирующих основные методы и приёмы решения задач. Ко всем заданиям в конце пособия даны ответы для самопроверки.

Работа с пособием позволит повторить все основные темы курса математики за 5–9 классы и успешно подготовиться к сдаче ОГЭ.

**УДК 373:51
ББК 22.1я721**

ISBN 978-5-17-115836-1

(Новый полный справочник для подготовки к ОГЭ)

ISBN 978-5-17-115833-0

(Самый популярный справочник для подготовки к ОГЭ)

© Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С., 2019
© ООО «Издательство АСТ», 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--------------------|----|
| Введение | 13 |
|--------------------|----|

ГЛАВА I АРИФМЕТИКА. АЛГЕБРА

| | |
|--|----|
| § 1. Натуральные числа | 17 |
| 1.1. Десятичная запись натуральных чисел. | 17 |
| 1.2. Арифметические действия над натуральными числами. Степень с натуральным показателем | 18 |
| 1.3. Делимость натуральных чисел | 20 |
| 1.4. Признаки делимости. | 21 |
| 1.5. Простые и составные числа | 22 |
| 1.6. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное | 24 |
| 1.7. Деление с остатком | 26 |
| <i>Примеры заданий № 1</i> | 27 |
| § 2. Дроби | 31 |
| 2.1. Обыкновенная дробь. Основное свойство дроби. Сравнение дробей | 31 |
| 2.2. Арифметические действия с обыкновенными дробями. | 34 |
| 2.3. Десятичная дробь. Сравнение десятичных дробей | 35 |
| 2.4. Арифметические действия с десятичными дробями | 37 |
| 2.5. Нахождение части от целого и целого по его части. | 39 |

| | |
|---|----|
| 2.6. Представление обыкновенной дроби в виде десятичной. Бесконечные периодические десятичные дроби | 40 |
| 2.7. Округление чисел | 42 |
| <i>Примеры заданий № 2</i> | 43 |
| 2.8. Проценты | 47 |
| 2.9. Нахождение процентов от величины и величины по её процентам | 48 |
| 2.10. Отношение. Процентное отношение | 49 |
| 2.11. Пропорции | 50 |
| 2.12. Прямая и обратная пропорциональные зависимости | 52 |
| <i>Примеры заданий № 3</i> | 53 |
| § 3. Рациональные числа | 57 |
| 3.1. Целые числа. Рациональные числа | 57 |
| 3.2. Координатная прямая | 58 |
| 3.3. Модуль числа. Сравнение рациональных чисел | 59 |
| 3.4. Арифметические действия с рациональными числами | 61 |
| <i>Примеры заданий № 4</i> | 62 |
| § 4. Целые выражения. | 66 |
| 4.1. Буквенное выражение (выражение с переменными). Алгебраические выражения | 66 |
| 4.2. Свойства степени с натуральным показателем | 67 |
| 4.3. Одночлен | 69 |
| 4.4. Многочлен. Степень многочлена. Корень многочлена с одной переменной | 70 |
| 4.5. Сложение, вычитание и умножение многочленов | 72 |

| | |
|--|-----|
| 4.6. Квадрат суммы и квадрат разности. Формула разности квадратов | 73 |
| 4.7. Формулы суммы кубов и разности кубов | 75 |
| 4.8. Разложение многочленов на множители. . . | 76 |
| <i>Примеры заданий № 5</i> | 77 |
| § 5. Дробные выражения | 82 |
| 5.1. Алгебраические (рациональные) дроби . . . | 82 |
| 5.2. Тождество. Тождественные преобразования выражений | 83 |
| 5.3. Основное свойство рациональной дроби. Сокращение дробей | 83 |
| 5.4. Действия с алгебраическими дробями. . . . | 85 |
| <i>Примеры заданий № 6</i> | 88 |
| 5.5. Степень с нулевым и целым отрицательным показателями | 94 |
| 5.6. Стандартный вид числа | 95 |
| <i>Примеры заданий № 7</i> | 96 |
| § 6. Корень из числа | 99 |
| 6.1. Квадратный корень. Арифметический квадратный корень | 99 |
| 6.2. Свойства арифметического квадратного корня | 100 |
| 6.3. Тождественные преобразования выражений, содержащих квадратные корни | 102 |
| 6.4. Корень третьей степени | 104 |
| 6.5. Запись корня с помощью степени с дробным показателем. | 104 |
| 6.6. Понятие об иррациональном числе. Десятичные приближения иррациональных чисел. | 105 |

| | |
|---|-----|
| 6.7. Понятие о множестве. Числовые множества. Множество действительных чисел | 107 |
| <i>Примеры заданий № 8</i> | 109 |
| § 7. Уравнения с одной переменной | 114 |
| 7.1. Общие сведения об уравнениях с одной переменной | 114 |
| 7.2. Линейное уравнение с одной переменной | 117 |
| 7.3. Квадратное уравнение | 118 |
| 7.4. Теорема Виета | 121 |
| 7.5. Квадратный трёхчлен. Разложение квадратного трёхчлена на множители | 122 |
| <i>Примеры заданий № 9</i> | 124 |
| 7.6. Рациональные уравнения. | 128 |
| 7.7. Метод замены переменной | 129 |
| <i>Примеры заданий № 10</i> | 131 |
| § 8. Функции | 134 |
| 8.1. Понятие функции. Область определения и область значений функции | 134 |
| 8.2. Способы задания функции | 135 |
| 8.3. График функции | 137 |
| 8.4. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Возрастание и убывание функции. Наибольшее и наименьшее значения функции | 139 |
| 8.5. Чтение графиков функций, отображающих реальные процессы. | 142 |
| 8.6. Линейная функция и её свойства. Прямая пропорциональность. | 144 |
| 8.7. Обратная пропорциональная зависимость. Функция $y = \frac{k}{x}$, где $k \neq 0$, и её свойства | 147 |
| <i>Примеры заданий № 11</i> | 149 |

| | |
|--|-----|
| 8.8. Квадратичная функция и её свойства | 164 |
| 8.9. Функция $y = \sqrt{x}$ и её свойства | 169 |
| 8.10. График функции $y = \sqrt[3]{x}$ | 170 |
| 8.11. Функция $y = x $ и её свойства | 170 |
| 8.12. Решение уравнений графическим методом | 171 |
| <i>Примеры заданий № 12</i> | 173 |
| § 9. Уравнения с двумя переменными | 184 |
| 9.1. Решение уравнения с двумя переменными. График уравнения | 184 |
| 9.2. Системы уравнений с двумя переменными. Решение систем уравнений графическим методом | 186 |
| 9.3. Методы решения систем двух уравнений с двумя переменными | 190 |
| <i>Примеры заданий № 13</i> | 194 |
| § 10. Текстовые задачи | 199 |
| 10.1. Решение текстовых задач с помощью уравнений | 199 |
| <i>Примеры заданий № 14</i> | 202 |
| 10.2. Решение текстовых задач с помощью систем уравнений | 206 |
| <i>Примеры заданий № 15</i> | 209 |
| 10.3. Решение текстовых задач арифметическим способом | 211 |
| <i>Примеры заданий № 16</i> | 213 |
| § 11. Неравенства | 216 |
| 11.1. Числовые неравенства и их свойства | 216 |
| 11.2. Оценка значений числовых выражений с помощью свойств числовых неравенств | 218 |

| | |
|--|-----|
| 11.3. Общие сведения о неравенствах с одной переменной | 220 |
| 11.4. Числовые промежутки | 222 |
| 11.5. Линейные неравенства с одной переменной. Системы линейных неравенств | 223 |
| 11.6. Квадратные неравенства | 226 |
| <i>Примеры заданий № 17</i> | 228 |
| § 12. Числовые последовательности | 234 |
| 12.1. Понятие последовательности | 234 |
| 12.2. Способы задания последовательности | 235 |
| 12.3. Арифметическая прогрессия | 238 |
| 12.4. Сумма n первых членов арифметической прогрессии | 239 |
| 12.5. Геометрическая прогрессия. Формула сложных процентов | 240 |
| 12.6. Сумма n первых членов геометрической прогрессии | 244 |
| 12.7. Сумма бесконечной геометрической прогрессии, модуль знаменателя которой меньше единицы | 244 |
| <i>Примеры заданий № 18</i> | 245 |
| § 13. Элементы комбинаторики, теории вероятностей, описательной статистики | 249 |
| 13.1. Комбинаторные задачи. Перебор вариантов | 249 |
| 13.2. Комбинаторные правила суммы и произведения | 251 |
| 13.3. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков | 253 |
| 13.4. Статистика. Статистические характеристики | 255 |
| 13.5. Частота и вероятность случайного события | 257 |

| | |
|---|-----|
| 13.6. Достоверные и невозможные события. Равновозможные события. Классическое определение вероятности | 259 |
| 13.7. Представление о геометрической вероятности | 261 |
| <i>Примеры заданий № 19</i> | 263 |

ГЛАВА II

ГЕОМЕТРИЯ

| | |
|--|------------|
| § 14. Простейшие геометрические фигуры и их свойства | 273 |
| 14.1. Прямая, луч, отрезок. Измерение отрезков | 273 |
| 14.2. Угол. Измерение углов | 275 |
| 14.3. Смежные и вертикальные углы | 277 |
| 14.4. Перпендикулярные прямые. Угол между пересекающимися прямыми. Перпендикуляр и наклонная. Расстояние от точки до прямой | 277 |
| <i>Примеры заданий № 20</i> | 279 |
| § 15. Параллельные прямые | 282 |
| 15.1. Признаки параллельности прямых | 282 |
| 15.2. Свойства параллельных прямых | 283 |
| <i>Примеры заданий № 21</i> | 285 |
| § 16. Треугольник | 287 |
| 16.1. Элементы треугольника. Равные треугольники | 287 |
| 16.2. Виды треугольников | 290 |
| 16.3. Признаки равенства треугольников | 291 |

| | |
|--|-----|
| 16.4. Свойства равнобедренного треугольника . . . | 292 |
| 16.5. Признаки равнобедренного треугольника. . . | 293 |
| 16.6. Сумма углов треугольника. Свойство внешнего угла треугольника | 295 |
| 16.7. Неравенство треугольника. Зависимость между величинами сторон и углов треугольника | 297 |
| 16.8. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Свойства прямоугольного треугольника | 298 |
| 16.9. Теорема Фалеса. Теорема о пропорциональных отрезках | 301 |
| 16.10. Средняя линия треугольника | 302 |
| 16.11. Подобные треугольники | 303 |
| 16.12. Признаки подобия треугольников | 305 |
| <i>Примеры заданий № 22</i> | 308 |
| 16.13. Метрические соотношения в прямоугольном треугольнике | 314 |
| 16.14. Теорема Пифагора | 314 |
| 16.15. Синус, косинус, тангенс и котангенс острого угла прямоугольного треугольника | 315 |
| 16.16. Синус, косинус, тангенс и котангенс угла от 0° до 180° | 318 |
| 16.17. Теорема косинусов | 321 |
| 16.18. Теорема синусов | 322 |
| <i>Примеры заданий № 23</i> | 323 |
| § 17. Окружность и круг | 328 |
| 17.1. Понятие о геометрическом месте точек. Примеры ГМТ | 328 |
| 17.2. Окружность и круг, их элементы | 329 |
| 17.3. Свойства элементов окружности | 331 |
| 17.4. Касательная и секущая к окружности . . . | 332 |

| | |
|---|-----|
| 17.5. Взаимное расположение двух окружностей | 334 |
| 17.6. Окружность, описанная около треугольника | 335 |
| 17.7. Окружность, вписанная в треугольник | 337 |
| 17.8. Центральные и вписанные углы. Градусная мера дуги окружности | 339 |
| 17.9. Длина окружности | 341 |
| <i>Примеры заданий № 24</i> | 342 |
| § 18. Многоугольник | 349 |
| 18.1. Четырёхугольник и его элементы | 349 |
| 18.2. Параллелограмм и его свойства | 351 |
| 18.3. Признаки параллелограмма | 353 |
| 18.4. Прямоугольник, ромб, квадрат | 355 |
| <i>Примеры заданий № 25</i> | 356 |
| 18.5. Трапеция. Средняя линия трапеции | 361 |
| 18.6. Четырёхугольник, вписанный в окружность | 364 |
| 18.7. Четырёхугольник, описанный около окружности | 365 |
| 18.8. Сумма углов выпуклого многоугольника | 365 |
| 18.9. Правильные многоугольники | 366 |
| <i>Примеры заданий № 26</i> | 368 |
| § 19. Площадь и объём | 374 |
| 19.1. Понятие площади многоугольника. Площадь прямоугольника | 374 |
| 19.2. Площадь параллелограмма и трапеции | 376 |
| 19.3. Формулы для нахождения площади треугольника | 377 |
| 19.4. Площадь круга. Площадь сектора | 379 |
| 19.5. Формулы объёмов прямоугольного параллелепипеда, куба и шара | 380 |
| <i>Примеры заданий № 27</i> | 381 |

| | |
|--|------------|
| § 20. Декартовы координаты на плоскости . . . | 388 |
| 20.1. Координатная плоскость | 388 |
| 20.2. Формула расстояния между двумя точками. Координаты середины отрезка. . | 390 |
| 20.3. Уравнение фигуры. Уравнение окружности. | 391 |
| 20.4. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом | 393 |
| 20.5. Графическая интерпретация неравенств с двумя переменными | 395 |
| <i>Примеры заданий № 28</i> | <i>396</i> |
| § 21. Векторы на плоскости. | 399 |
| 21.1. Понятие вектора. Модуль вектора. Коллинеарные векторы. Равные векторы. | 399 |
| 21.2. Координаты вектора | 402 |
| 21.3. Сложение и вычитание векторов | 404 |
| 21.4. Умножение вектора на число | 407 |
| 21.5. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. | 408 |
| 21.6. Скалярное произведение векторов. | 410 |
| <i>Примеры заданий № 29</i> | <i>412</i> |
| § 22. Геометрические преобразования. | 416 |
| 22.1. Движение фигуры. Параллельный перенос. | 416 |
| 22.2. Осевая симметрия | 418 |
| 22.3. Центральная симметрия. | 420 |
| 22.4. Поворот | 423 |
| 22.5. Гомотетия. Подобие фигур | 425 |
| <i>Примеры заданий № 30</i> | <i>428</i> |
| Ответы к примерам заданий | 434 |

ВВЕДЕНИЕ

На основной государственный экзамен (ОГЭ) по математике выносятся темы, рассматриваемые в курсах математики 5–6 классов, алгебры и геометрии 7–9 классов. Основой подготовки к ОГЭ является организация систематического повторения материала, изученного в 5–9 классах. Существует целый ряд способов реализации этой задачи. Например, можно использовать школьные учебники. Неудобства такого подхода очевидны: во-первых, надо иметь под рукой все школьные учебники по математике соответствующих этапов её изучения; во-вторых, поиск необходимого материала может привести к немалой потере времени. Гораздо удобнее использовать пособие, в котором в краткой форме изложены базовые факты: определения, теоремы, формулы, свойства математических объектов и т. п. Именно такую книгу вы держите в руках. Она представляет собой справочник для подготовки к ОГЭ по математике.

Это пособие содержит не только теоретический материал, необходимый для решения вариантов ОГЭ, но и значительное количество разобранных примеров, иллюстрирующих основные методы и приёмы решения задач.

Данный справочник выполняет также и свою традиционную роль — позволяет быстро найти нужную информацию: какими свойствами обладает степень с целым показателем, чему равна сумма n первых членов геометрической прогрессии, как найти дробь от числа, по какой формуле можно вычислить площадь трапеции и т. п.

Справочник состоит из двух глав. Первая глава «Арифметика. Алгебра» соответствует содержанию курсов математики 5–6 классов и алгебры 7–9 классов основной школы, вторая глава «Геометрия» — содержанию курса геометрии 7–9 классов. Каждая из глав разбита на параграфы. Их содержание отвечает кодификатору, на основании которого формируются задания для проведения ОГЭ по математике.

Понятно, что для успешного написания ОГЭ необходимо уметь решать задачи. Поэтому в справочник включён обширный дидактический материал. Каждый параграф содержит одну или две (в зависимости от объёма материала) проверочные работы в рубрике «Примеры заданий». Такое название рубрики связано с тем, что большинство представленных в ней задач аналогичны или близки по содержанию и форме к заданиям, предлагавшимся в разные годы на ОГЭ по математике.

Большинство проверочных работ состоит из двух частей. Задания второй части более сложные. Поэтому советуем приступать к их решению после того, как будут выполнены задания первой части.

Некоторые задания первой части представляют собой задачи, решение которых заключается в выборе одного правильного ответа из четырёх предложенных. Для таких задач в рубрике «Ответы к примерам заданий» указан номер правильного ответа.

Желаем вам успешной сдачи основного государственного экзамена по математике.

ГЛАВА I

**АРИФМЕТИКА.
АЛГЕБРА**