

Е. В. Тимофеева, Т. А. Колесникова

**СПРАВОЧНИК**  
ПО  
**АЛГЕБРЕ**

---

**ДЛЯ 7–9 КЛАССОВ**



Москва  
2024

УДК 373.5:512  
ББК 22.14я2  
Т41

Макет подготовлен при содействии  
ООО «Аудиономикс»

**Тимофеева, Елена Викторовна.**

Т41      Справочник по алгебре для 7-9 классов / Е. В. Тимофеева, Т. А. Колесникова. — Москва : Эксмо, 2025. — 384 с. — (Справочник для учащихся средней школы).

ISBN 978-5-04-173752-8

В справочнике приводятся теоретические сведения по алгебре за 7-9 классы по всем разделам школьного курса: «Уравнения», «Функции», «Многочлены», «Дроби», «Квадратные корни», «Квадратные уравнения», «Неравенства», «Теория вероятностей» и другие. Книга содержит множество примеров с подробными пояснениями, а также задания для самопроверки. Темы следуют друг за другом в том же порядке, что и в школьных учебниках.

Издание адресовано ученикам 7-9 классов. Справочник будет полезен учителям алгебры для организации образовательного процесса с целью отработки и закрепления материала уроков, а также при подготовке учеников к ОГЭ и ВПР.

УДК 373.5:512  
ББК 22.14я2

ISBN 978-5-04-173752-8

© Тимофеева Е. В., Колесникова Т. А., 2024  
© ООО «Аудиономикс», 2024  
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2025

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>Введение</b> .....	8
<b>Глава 1. Выражения, тождества, линейные уравнения</b> .....	9
Числа и выражения .....	9
Натуральные и целые числа .....	9
Дробные числа .....	10
Рациональные и действительные числа .....	12
Числовые и буквенные выражения .....	13
Преобразование выражений .....	15
Свойства действий над числами .....	16
Тождественные преобразования .....	20
Уравнения с одной переменной .....	22
Равенство и уравнение .....	22
Линейные уравнения. Уравнения, сводящиеся к линейным .....	23
Решение задач с помощью уравнений .....	27
<b>Глава 2. Понятие функции</b> .....	30
Функции и их графики .....	30
Определение функции .....	30
Способы задания функции .....	33
Линейная функция и её график .....	39
<b>Глава 3. Степень</b> .....	47
Степень с натуральным показателем .....	47
Определение степени с натуральным показателем.	
Правила возведения числа в степень .....	47
Свойства степени с натуральным показателем .....	50
Степень с целым показателем .....	53
Свойства степени с целым показателем .....	53
Стандартный вид числа .....	54



<b>Глава 4. Одночлены и многочлены</b> .....	57
Одночлены .....	57
Действия с одночленами .....	59
Многочлены и действия с ними .....	61
Степень многочлена .....	63
Сложение и вычитание многочленов .....	64
Произведение одночлена и многочлена .....	67
Вынесение общего множителя за скобки .....	68
Произведение многочленов .....	70
Геометрический смысл умножения многочленов .....	70
Способы умножения многочленов .....	71
Разложение многочлена на множители способом группировки .....	72
Формулы сокращённого умножения .....	73
Квадрат суммы и квадрат разности .....	73
Разность квадратов .....	76
Куб суммы и куб разности .....	77
Сумма и разность кубов .....	79
Возведение двучлена в любую степень .....	81
Преобразование целых выражений .....	83
Целое выражение, его преобразование в многочлен .....	83
Способы разложения многочлена на множители .....	84
<b>Глава 5. Системы линейных уравнений</b> .....	87
Линейные уравнения с двумя переменными и их системы .....	87
Линейные уравнения с двумя переменными .....	87
График линейного уравнения с двумя переменными .....	90
Системы линейных уравнений .....	93
Решение систем линейных уравнений .....	94
Способ подстановки .....	95
Способ сложения .....	96
Графический способ .....	98
Решение задач с помощью систем уравнений .....	101
<b>Глава 6. Рациональные дроби</b> .....	104
Рациональные дроби и их свойства .....	104
Рациональные выражения .....	104
Основное свойство рациональной дроби .....	107
Сокращение рациональных дробей. Приведение дроби к новому знаменателю .....	109

Сумма и разность дробей.....	112
Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями .....	112
Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями.....	114
Произведение и частное дробей. Возведение дроби в степень .....	119
Умножение дробей.....	120
Возведение дроби в степень.....	122
Деление дробей .....	123
Преобразование рациональных выражений.....	125
<b>Глава 7. Неравенства.....</b>	<b>129</b>
Числовые неравенства и их свойства.....	129
Свойства числовых неравенств.....	132
Неравенства с одной переменной и их системы.....	138
Понятие неравенства с переменной.....	138
Числовые промежутки: интервал, отрезок, луч .....	140
Решение линейных неравенств с одной переменной .....	142
Решение систем неравенств с одной переменной.....	145
<b>Глава 8. Квадратные корни.....</b>	<b>152</b>
Арифметический квадратный корень .....	152
Действительные числа .....	152
Квадратные корни. Арифметический квадратный корень.....	156
Нахождение приближённых значений квадратного корня.....	158
Свойства арифметического квадратного корня.....	162
Извлечение квадратного корня из многозначных чисел.....	164
Применение свойств арифметического квадратного корня.....	166
Вынесение множителя из-под знака корня. Внесение множителя под знак корня .....	167
Преобразование выражений, содержащих корни.....	169
<b>Глава 9. Квадратные уравнения.....</b>	<b>174</b>
Квадратное уравнение. Квадратный трёхчлен.....	174
Виды квадратных уравнений и способы их решения .....	175
Теорема Виета.....	183
Квадратный трёхчлен.....	187
Решение текстовых задач с помощью квадратных уравнений.....	191
Решение целых рациональных уравнений, сводящихся к квадратным .....	193




Дробные рациональные уравнения.....	196
Дробные уравнения и способы их решения.....	196
Решение задач с использованием дробно-рациональных уравнений.....	199
<b>Глава 10. Функции</b> .....	<b>204</b>
Свойства функций.....	204
Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания.....	207
Чётность и нечётность функции.....	209
Ограниченность функции.....	211
Наибольшее и наименьшее значение функции.....	213
Основные элементарные функции, их свойства и графики.....	215
Свойства линейной функции.....	215
Функция $y = \frac{k}{x}$ и её свойства.....	217
Дробно-рациональная функция.....	224
Квадратичная функция, её свойства и график.....	227
Функции $y =  x $ и $y =  f(x) $ .....	244
Степенная функция, её свойства и график.....	246
Функция $y = \sqrt{x}$ , её свойства и график.....	249
Функция $y = \sqrt[3]{x}$ , её свойства и график.....	251
<b>Глава 11. Уравнения и неравенства с одной переменной</b> ....	<b>253</b>
Уравнения с одной переменной.....	253
Целое уравнение и его корни.....	253
Способы решения целых уравнений.....	255
Возвратные уравнения третьей и четвёртой степени.....	262
Неравенства второй степени с одной переменной.....	264
Квадратные неравенства.....	265
Метод интервалов.....	272
Дробно-рациональные неравенства.....	276
Системы неравенств с одной переменной.....	279
<b>Глава 12. Уравнения и неравенства с двумя переменными</b> .....	<b>283</b>
Уравнения с двумя переменными и их системы.....	283
Системы уравнений с двумя неизвестными.....	287
Применение систем уравнений с двумя неизвестными при решении задач.....	291

Неравенства с двумя переменными и их системы.....	293
Линейные неравенства с двумя переменными.....	293
Квадратные неравенства с двумя переменными.....	295
Системы неравенств с двумя переменными.....	297
<b>Глава 13. Арифметическая и геометрическая прогрессии.....</b>	<b>301</b>
Последовательности.....	301
Арифметическая прогрессия.....	304
Свойства арифметической прогрессии.....	308
Сумма арифметической прогрессии.....	310
Геометрическая прогрессия.....	314
Сумма геометрической прогрессии.....	317
Сложные проценты.....	319
<b>Глава 14. Элементы теории множеств, комбинаторики, теории вероятностей и статистики.....</b>	<b>321</b>
Элементы комбинаторики.....	321
Основные понятия теории множеств.....	321
Правила сложения и умножения в комбинаторике.....	324
Перестановки.....	325
Размещения.....	327
Сочетания.....	328
Элементы теории вероятностей.....	329
Случайные события.....	330
Действия над событиями.....	332
Различные подходы к определению вероятности события.....	333
Основные теоремы о вероятностях.....	336
Примеры решения задач о вероятностях при подготовке к ОГЭ.....	341
Элементы статистики.....	345
Таблицы распределения случайных величин.....	346
Графическое представление случайных величин.....	346
Числовые характеристики дискретных случайных величин.....	350
<b>Глава 15. Применение математики в реальной жизни.....</b>	<b>353</b>
Практико-ориентированные задачи.....	353
Выбор оптимального варианта.....	361
<b>Ответы.....</b>	<b>364</b>

# ВВЕДЕНИЕ

Справочник поможет обучающимся систематизировать, обобщить и закрепить знания за курс обучения в 7—9 классах по предмету «Алгебра».

Пособие содержит подробную информацию по теоретическим и практическим аспектам, связанным с решением уравнений и неравенств, изучением и исследованием функций и числовых последовательностей. В справочнике рассматриваются также элементы теории множеств, комбинаторики, теории вероятностей и статистики.

Теоретические блоки информации в пособии чередуются с примерами, схемами, таблицами и алгоритмами выполнения математических действий. Это поможет систематизировать и закрепить изученный материал. Приведённые примеры с развёрнутыми разъяснениями позволят детально разобраться в темах школьного курса алгебры и отработать навыки выполнения различных типов заданий. Особое внимание уделено задачам, подобные которым встречаются при проведении основного государственного экзамена (ОГЭ). Они снабжены изображением . В ответах, размещённых в конце пособия, такие задания сопровождаются наиболее подробными пояснениями. Кроме того, решению практико-ориентированных заданий ОГЭ посвящена глава 15 справочника. Это позволит учащимся познакомиться со спецификой математических задач на ОГЭ.

Пособие поможет при подготовке к школьным занятиям, различным формам текущего и промежуточного контроля, а также к выполнению Всероссийской проверочной работы (ВПР) и сдаче ОГЭ по математике.

Издание будет полезно учителям математики для организации образовательного процесса с целью отработки и закрепления материала уроков, а также осуществления отдельных видов контроля.

Желаем успехов!



# 1

Глава

## ВЫРАЖЕНИЯ, ТОЖДЕСТВА, ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ

### ЧИСЛА И ВЫРАЖЕНИЯ

Числа используются для подсчёта количества предметов, нумерации объектов, описания количественных отношений между ними и измерения величин. В современном мире числа играют всё более важную роль в определении изменений различных величин.

#### Натуральные и целые числа

Числа, которые используются при счёте предметов, называются **натуральными**. Последовательность всех натуральных чисел, расположенных в порядке возрастания, называется **натуральным рядом**. Натуральный ряд бесконечен.

**ВАЖНО ЗНАТЬ!**



Ноль не является натуральным числом. Число 1 — наименьшее натуральное число.



### НА ЗАМЕТКУ

Один из часто задаваемых вопросов: «Какое натуральное число является наибольшим?» Первое натуральное число — 1, второе — 2. Каждое последующее число получается путём прибавления единицы, поэтому **не существует наибольшего натурального числа**, ведь, прибавив к нему 1, мы получим число больше данного. Значит, натуральный ряд является бесконечным.

Множество натуральных чисел обозначают буквой  $N$  и записывают в виде ряда:

$$N = \{1; 2; 3; 4; 5...\}.$$

Если к каждому натуральному числу приписать знак «-» и, добавив ноль, построить ряд чисел (...-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5...), то получится множество чисел, которое называется **рядом целых чисел** или **множеством целых чисел** и обозначается буквой  $Z$ :

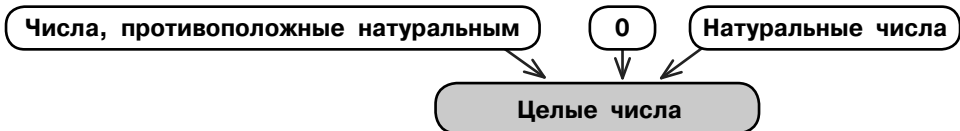
$$Z = \{...-5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5...\}.$$

Запись  $-10 \in Z$ ,  $2 \in Z$  означает, что числа -10 и 2 являются целыми и принадлежат множеству целых чисел.

Запись  $-1,2 \notin Z$ ,  $\frac{2}{3} \notin Z$  означает, что числа -1,2 и  $\frac{2}{3}$  не являются целыми и не принадлежат множеству целых чисел.

Множество натуральных чисел является подмножеством множества целых чисел. Записывается:  $N \subset Z$ .

Ряд целых чисел является бесконечным множеством, он бесконечно продолжается в обе стороны от нуля.



## Дробные числа

Кроме целых, вам уже известны дробные числа, или дроби. Различают дроби обыкновенные и десятичные, правильные и неправильные.



Число вида  $\frac{p}{q}$ , где  $p \in \mathbb{Z}$ ,  $q \in \mathbb{N}$ , называют **обыкновенной дробью**.

$\frac{p}{q}$  ← числитель  
 $q$  ← знаменатель



Если числитель дроби меньше, чем знаменатель, то дробь называется **правильной**.

Если числитель дроби больше знаменателя или равен ему, то дробь называется **неправильной**.

- ✓  $\frac{7}{13}$  — обыкновенная правильная дробь;  $\frac{13}{7}$ ,  $\frac{7}{7}$  — неправильные дроби.

При сложении целого числа и дробной части получается **смешанная дробь** (смешанное число).

- ✓  $-5\frac{2}{7}$  — смешанная дробь.

Среди обыкновенных дробей и смешанных чисел часто встречаются дроби со знаменателем, кратным числу 10. Такие числа называются **десятичными дробями** и записываются без знаменателя.

- ✓  $\frac{5}{10} = 0,5$ ;  $7\frac{3}{1000} = 7,003$ ;  $-\frac{456}{100} = -4,56$ .

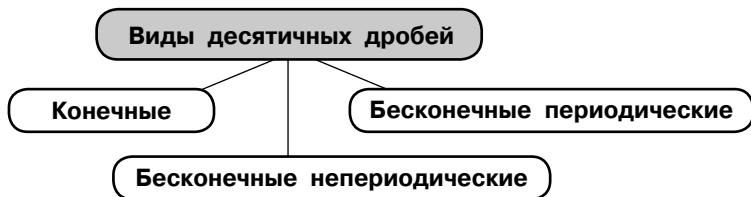
Любое число, в котором знаменатель дробной части выражается единицей с одним или несколькими нулями, можно представить в виде десятичной дроби.

$$a, \overbrace{bcde\dots} = a + \frac{b}{10} + \frac{c}{100} + \frac{d}{1000} + \frac{e}{10\,000} + \dots$$

Целая часть                      Дробная часть

#### ПРАВИЛА

- В десятичной дроби знаменатель всегда кратен числу 10.
- Дробная часть от целой отделяется запятой.



**Конечные десятичные дроби** — десятичные дроби, в записи которых содержится конечное число знаков.

✓  $-7,7$ ;  $4,43$ ;  $0,1384$ .



**Бесконечные периодические десятичные дроби** (или просто **периодические дроби**) — бесконечные десятичные дроби, в записи которых, начиная с некоторого знака после запятой, бесконечно повторяется какая-нибудь цифра или группа цифр, называемая периодом дроби.

✓  $6,33333\dots = 6,(3)$ ;  $-0,73737373 = -0,(73)$ .



**Бесконечные непериодические десятичные дроби** (или просто **непериодические дроби**) — бесконечные десятичные дроби, не имеющие периода.

✓  $0,202202220222\dots$

Числа, которые можно записать в виде бесконечной непериодической десятичной дроби, называют **иррациональными**.

## Рациональные и действительные числа

Все положительные, отрицательные числа (как целые, так и дробные) и нуль образуют множество **рациональных чисел**. Обозначение множества рациональных чисел:

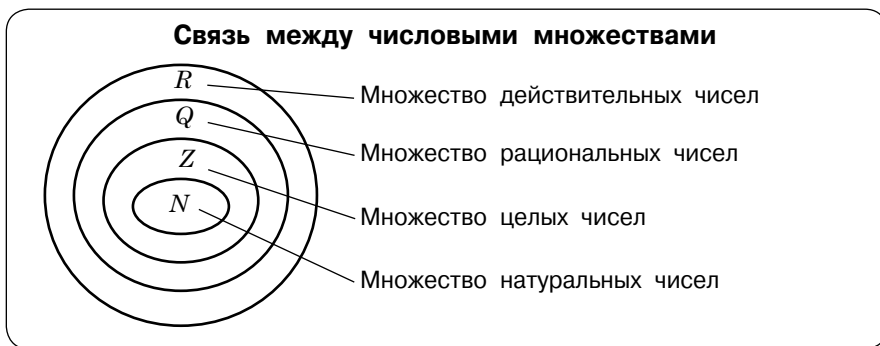
$$Q = \left\{ \frac{p}{q}, p \in Z, q \in N \right\},$$

где  $\frac{p}{q}$  — дробь, в которой числитель — целое число, а знаменатель — натуральное число.

Все положительные числа и нуль называют **неотрицательными числами**. Все отрицательные числа и нуль называют **неположительными числами**.

Множество целых чисел называют подмножеством множества рациональных чисел. Записывается:  $Z \subset Q$ .

Множество рациональных чисел и множество иррациональных чисел составляют **множество действительных чисел**. Множество действительных чисел обозначается буквой  $R$ .



## Числовые и буквенные выражения

Как известно, математические выражения могут содержать как числа, так и буквы (как правило, латинские или греческие), поэтому принято различать числовые и буквенные выражения.

### Числовые выражения



**Числовое выражение** — это выражение, которое состоит из чисел, знаков арифметических действий и скобок.

Числовые выражения часто используются в повседневной жизни: при совершении покупок в магазине, расчёте времени до начала урока и т. п. Примеры, которые встречаются на уроках математики, также представляют собой числовые выражения.

**Простые числовые выражения** состоят из двух чисел и знака арифметического действия между ними.

✓  $4623 + 235$ .

**Составные (сложные) числовые выражения** состоят из нескольких чисел и знаков арифметических действий, возможно использование скобок.

✓  $729 \cdot (2822 - 2213)$ .

После выполнения всех арифметических действий получается число, которое называют **значением числового выражения**.

✓  $82\,922 - 80\,000 = 2922$ .

2922 — значение числового выражения  $82\,922 - 80\,000$ .

Если в выражении есть деление на ноль, то выражение **не имеет числового значения**, так как на ноль делить нельзя. В данном случае мы говорим, что выражение не имеет смысла.

✓ Выражение  $\frac{4 + 2 \cdot 7}{45 - 5 \cdot 9}$  не имеет смысла, поскольку знаменатель при выполнении всех действий обращается в ноль.

### Буквенные выражения



**Буквенное выражение** — это выражение, содержащее буквы, числа, знаки арифметических действий и скобки.

Для записи буквенных выражений в данном пособии используются латинские буквы, в старших классах применяются латинские и греческие буквы.

### ПОРЯДОК ВЫЧИСЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЯ БУКВЕННОГО ВЫРАЖЕНИЯ

- 1) Прочитать и записать выражение. При необходимости упростить буквенное выражение.
- 2) Подставить вместо неизвестной величины её значение.
- 3) Произвести вычисление значения получившегося числового выражения.
- 4) Записать ответ.



**Найти значение выражения** — значит выполнить все действия, указанные в выражении, заменив неизвестные их значениями.

- ✓ Найдите значение выражения  $42 \cdot (x + 433)$  при  $x = 567$ .

**Решение.**

Подставим в выражение значение  $x$ :

$$42 \cdot (567 + 433) = 42 \cdot 1000 = 42\,000.$$

**Ответ:** 42 000.

Буквенные выражения часто называют **выражениями с переменными**.

В зависимости от значения переменных получаются различные значения выражения.

- ✓ Рассмотрим выражение  $\frac{2a}{a-7}$ .

- При переменной  $a = 1$  значение выражения будет равно:

$$\frac{2 \cdot 1}{1 - 7} = \frac{2}{-6} = -\frac{1}{3}.$$

- При переменной  $a = 2$  значение выражения будет равно:

$$\frac{2 \cdot 2}{2 - 7} = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5}.$$

- При  $a = 7$  в знаменателе получается ноль и значение выражения найти нельзя, так как деление на ноль невозможно. Говорят, что при  $a = 7$  данное выражение не имеет смысла.

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ

Для ускорения процесса вычисления буквенных или числовых выражений необходимо изучить алгоритмы их преобразования. В данном разделе приводятся свойства арифметических действий, на которых основаны эти алгоритмы, а также рассматриваются основные виды тождественных преобразований.