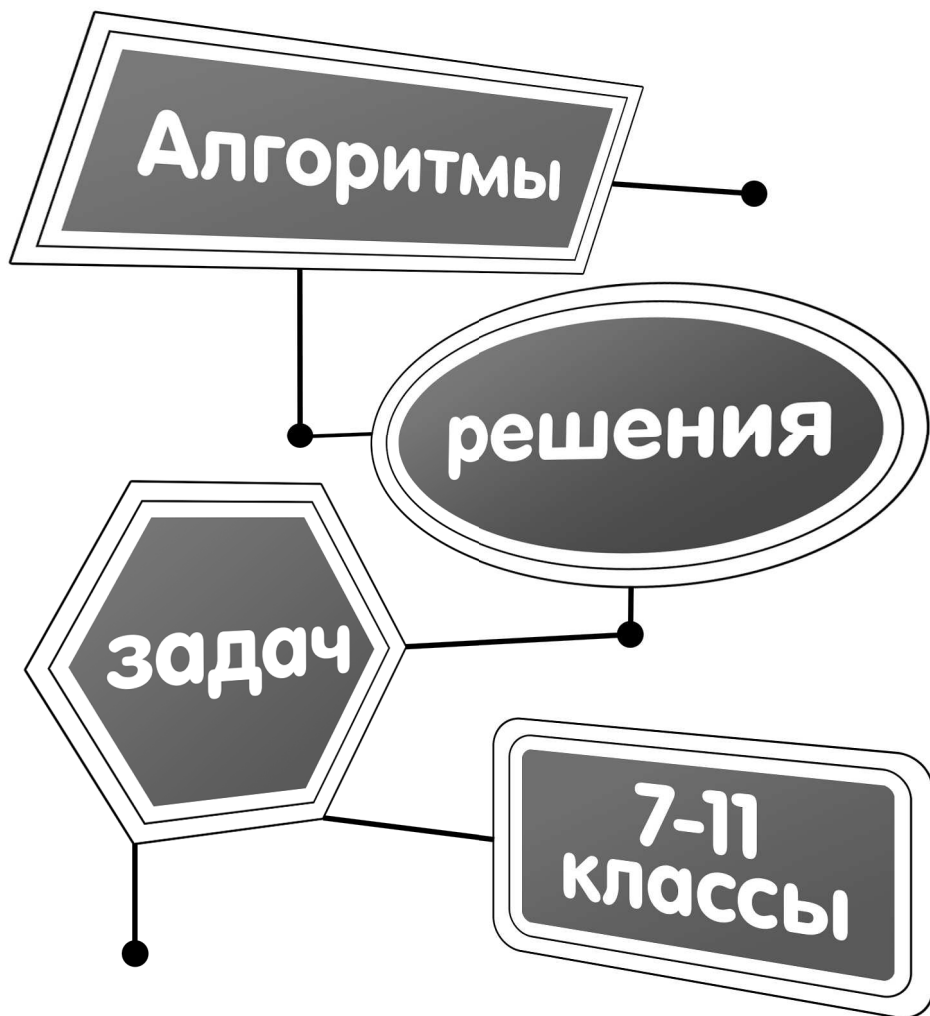


Т.М. Виноградова



Геометрия



Москва
2024

УДК 373.5:514
ББК 22.151я721
В49

Виноградова, Татьяна Михайловна.

В49 Геометрия: 7—11 классы / Т. М. Виноградова. — Москва : Эксмо, 2024. — 112 с. — (Алгоритмы решения задач).

В пособии представлены алгоритмы решения типовых задач и примеров по геометрии, изучаемых в 7—11 классах. Перед каждым алгоритмом помещён краткий теоретический блок по теме с необходимыми правилами и формулами. После алгоритма приведён пример решения задачи, даны задания для самостоятельного выполнения.

Издание адресовано учащимся 7—11 классов, учителям и родителям, помогающим школьнику в выполнении домашних заданий.

УДК 373.5:514
ББК 22.151я721

Все права защищены. Книга или любая ее часть не может быть скопирована, воспроизведена в электронной или механической форме, в виде фотокопии, записи в память ЭВМ, репродукции или каким-либо иным способом, а также использована в любой информационной системе без получения разрешения от издателя. Копирование, воспроизведение и иное использование книги или ее части без согласия издателя является незаконным и влечет уголовную, административную и гражданскую ответственность.

Справочное издание / анықтамалық баспа

Для старшего школьного возраста / мектеп жасындағы ересек балаларға арналған

АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Виноградова Татьяна Михайловна

ГЕОМЕТРИЯ

7—11 классы

(орыс тілінде)

Ответственный редактор *А. Жилинская*. Ведущий редактор *Т. Судакова*
Младший редактор *Д. Орлова*. Художественный редактор *А. Кашлев*

Соответствует техническому регламенту ТР ТС 007/2011
КО ТР 007/2011 техникалық регламентіне сәйкес келеді

Страна происхождения: Российская Федерация
Шығарылған елі: Ресей Федерациясы



eksmo.ru

Официальный
интернет-магазин
издательства «Эксмо»



Хочешь стать
автором «Эксмо»?



ISBN 978-5-04-117721-8



Литрес ≡
Я ТАК ЧИТАЮ



ООО «Издательство «Эксмо»
123308, Россия, г. Москва, ул. Зорге д. 1, стр. 1, эт. 20, каб. 2013. Тел.: 8 (495) 411-68-86.
Home page: www.eksmo.ru E-mail: info@eksmo.ru

Өндүрүш: «Издательство «Эксмо» ЖШС
123308, Ресей, Мәскеу каласы, Зорге көшесі, 1-үй, 1-құрылыс, 20 қабат, 2013-каб.
Тел.: 8 (495) 411-68-86. Home page: www.eksmo.ru E-mail: info@eksmo.ru

Тәуар белгісі: «Эксмо»

Интернет-магазин: www.book24.ru

Интернет-магазин: www.book24.kz

Интернет-дүкен: www.book24.kz

Импортер в Республику Казахстан ТОО «РДЦ-Алматы»-
Қазақстан Республикасына импорттаушы «РДЦ-Алматы» ЖШС.
Дистрибутор и представитель по приему претензий на продукцию
в Республике Казахстан: ТОО «РДЦ-Алматы»
Дистрибутор және Қазақстан Республикасында өнімге шаһымдар
қабылдау жөніндегі өкіл: «РДЦ-Алматы» ЖШС.

Алматы қ., Домбровский көш., 3 «а», литер Б, офис 1.
Тел.: 8 (727) 251-59-90/91/92. E-mail: RDC-Almaty@eksmo.kz

Сведения о подтверждении соответствия издания согласно законодательству РФ
о техническом регулировании можно получить на сайте Издательства «Эксмо»:
www.eksmo.ru/certification

Техникалық реттеу туралы РФ заңнамасына сай басымның сәйкестігін растау
туралы мәліметтерді мына адрес бойынша алуға болады: <http://eksmo.ru/certification/>

Произведено в Российской Федерации
Ресей Федерациясында өндiрiлген
Сертификаттауға жатады

Дата изготовления / Подписано в печать 18.03.2024.
Формат 70x100¹/₁₆. Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,07.
Доп. тираж 4000 экз. Заказ

© Виноградова Т.М., 2021

© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2024

ISBN 978-5-04-117721-8

СОДЕРЖАНИЕ

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПРОСТЕЙШИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР . . . 5	
Точка и прямая. Отрезок. Измерение отрезков	5
Полуплоскости. Полупрямая. Угол. Откладывание отрезков и углов . . .	12
Треугольник. Существование треугольника, равного данному	18
Параллельные прямые. Смежные и вертикальные углы. Свойство смежных и вертикальных углов	19
Виды треугольников. Высота, биссектриса и медиана треугольника . . .	24
Сумма углов треугольника.	30
Внешний угол треугольника	31
Признаки и свойства параллельности прямых	34
Окружность, вписанная в треугольник и описанная около треугольника	36
Четырёхугольники	41
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК. ТЕОРЕМА ПИФАГОРА	45
Прямоугольный треугольник	45
Теорема Пифагора	45
ДЕКАРТОВЫ КООРДИНАТЫ НА ПЛОСКОСТИ И В ПРОСТРАНСТВЕ	48
Декартова система координат на плоскости	48
Декартова система координат в пространстве	50
УРАВНЕНИЯ ПРЯМОЙ И ОКРУЖНОСТИ	51
Уравнение прямой	51
Уравнение окружности на плоскости	51
Взаимное расположение прямых по их уравнениям	53
ВЕКТОРЫ	55
Векторы на плоскости	55
ПОДОБИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ	58
Признаки подобия треугольников	58
Свойства подобных треугольников	58
Свойства преобразования подобия	59
ВПИСАННЫЕ И ЦЕНТРАЛЬНЫЕ УГЛЫ	62
Плоский угол	62
Дополнительный угол	62
Центральный угол	62
Дуга окружности	64
РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ	65
Теорема косинусов	65
Теорема синусов	66


ПЛОЩАДИ МНОГОУГОЛЬНИКОВ	69
Площадь треугольника	69
Площади четырёхугольников	71
ПЛОЩАДИ ПОВЕРХНОСТЕЙ И ОБЪЁМЫ МНОГОГРАННИКОВ	74
Призма	74
Параллелепипед	75
Пирамида	77
ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ	80
Цилиндр	80
Конус	81
Шар. Сфера	82
ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ «ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО»	85
СПИСОК АЛГОРИТМОВ	91
ПРИЛОЖЕНИЯ	95

ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ПРОСТЕЙШИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФИГУР



ТОЧКА И ПРЯМАЯ. ОТРЕЗОК. ИЗМЕРЕНИЕ ОТРЕЗКОВ


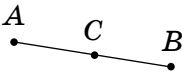
Основные геометрические фигуры на плоскости — это точка и прямая.

Точка A	Прямая a , или прямая AB , или прямая BA
$\cdot A$	

Аксиома — утверждение, которое принимается без доказательства.

<p>Аксиома I. Основные свойства принадлежности точек и прямых на плоскости</p>
<p>Какова бы ни была прямая, существуют точки, принадлежащие этой прямой, и точки, которые ей не принадлежат. Через любые две точки можно провести прямую и только одну.</p>

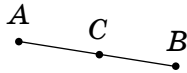
Отрезок — часть прямой, состоящая из всех точек этой прямой, лежащих между двумя её данными точками — концами отрезка.

Отрезок MN , или отрезок NM	$C \in AB$ (точка C принадлежит отрезку AB), или точка C лежит между точками A и B
	

<p>Аксиома II. Основные свойства расположения точек на прямой</p>
<p>Из трёх точек на прямой одна и только одна лежит между двумя другими.</p>

Аксиома III.**Основные свойства измерения отрезков**

Каждый отрезок имеет определённую длину, большую нуля. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые он разбивается любой своей точкой.



$$AB = AC + BC$$

1**Нахождение длины отрезка, если известны длины его частей****АЛГОРИТМ****1**

Найти длину отрезка, сложив длины его частей (согласно аксиоме III).

**2**

Записать ответ.

**ПРИМЕР**

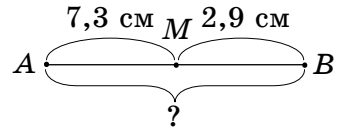
Найти длину отрезка AB , если точка M делит его на две части длиной 7,3 см и 2,9 см.

Решение.

1

$$AB = AM + MB;$$

$$AB = 7,3 + 2,9 = 10,2 \text{ (см).}$$

**2**

Ответ: 10,2 см.

**ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО**

1. Точка E делит отрезок OP на части длиной 10 дм и 1,1 дм. Найти длину отрезка OP .
2. Найти длину отрезка EF , если точка K лежит между точками E и F , $EK = 8,7$ м, $KF = 3,5$ м.
3. Отрезок AB разделён точкой X на части длиной 0,875 дм и 1,007 дм. Найти длину AB .
4. На отрезке QM взята точка F , $QF = 801$ м, $FM = 19$ м. Найти длину QM .

Нахождение длины части отрезка, если известна длина всего отрезка и одной из его частей

2

АЛГОРИТМ

1 Записать основные свойства измерения отрезков.



2 Выразить из записанного равенства длину неизвестной части.



3 Вычислить длину неизвестной части отрезка.



4 Записать ответ.

ПРИМЕР



На отрезке AB взяли точку M так, что $AM = 7,3$ см. Найти длину отрезка MB , если $AB = 11,7$ см.

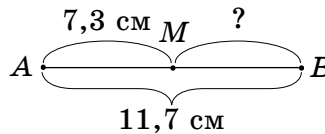
Решение.

1 $AB = AM + MB;$

2 $MB = AB - AM.$

3 $MB = 11,7 - 7,3 = 4,4$ (см).

4 *Ответ:* 4,4 см.



ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО



1. Найти длину отрезка KE , если точка K принадлежит отрезку NE , $NE = 18$ м, $EK = 7,2$ м.
2. На отрезке CD взяли точку B так, что $BC = 9,7$ дм. Найти длину отрезка BD , если $CD = 11,3$ дм.
3. Точка A делит отрезок DP на две части. Найти длину отрезка AD , если $AP = 5,9$ см, $DP = 6,3$ см.
4. Найти длину отрезка KN , если $N \in KO$, $KO = 29$ дм, $NO = 18$ дм.

3

Определение расположения точек на прямой

АЛГОРИТМ

- ① Из данных отрезков выбрать тот, длина которого равна сумме длин двух других.
↓
- ② Сделать вывод о точке, лежащей между двумя другими, опираясь на аксиому III.
↓
- ③ Записать ответ.



ПРИМЕР

Три точки B , C и D лежат на одной прямой. Известно, что $BC = 3,5$ см, $BD = 4,6$ см, $CD = 8,1$ см. Какая из трёх точек B , C , D лежит между двумя другими?

Решение.

- ① Очевидно, что $3,5 + 4,6 = 8,1$ (см).
- ② Значит, $BC + BD = CD$. Поэтому точка B принадлежит отрезку CD , так как выполняется аксиома III. Следовательно, точка B лежит между точками C и D .
- ③ **Ответ:** точка B лежит между точками C и D .



ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. Определить, какая из трёх точек K , L , M , принадлежащих одной прямой, лежит между двумя другими, если $KL = 10,9$ дм; $KM = 3,8$ дм; $ML = 7,1$ дм.
2. Точки E , A , B лежат на одной прямой. Какая из них лежит между двумя другими, если $EB = 3,9$ м; $EA = 0,2$ м; $AB = 3,7$ м?
3. Известно, что $AB = 0,027$ дм, $AC = 0,1$ дм, $BC = 0,073$ дм. Точки A , B и C лежат на одной прямой. Какая из них лежит между двумя другими?

Нахождение длин частей отрезка с помощью уравнения, если в условии указано, что они сравниваются

4

АЛГОРИТМ

① Записать основное свойство измерения отрезков для условия данной задачи.



② Длину меньшей части обозначить x .



③ Выразить длину большей части отрезка через x (если она больше на некоторую величину, то длина большей части отрезка равна сумме x и этой величины, а если она больше в несколько раз, то длина большей части отрезка равна произведению x и этого количества раз).



④ Составить уравнение.



⑤ Решить полученное уравнение.



⑥ Записать длину меньшей части отрезка и вычислить длину большей части.



⑦ Записать ответ.

ПРИМЕР

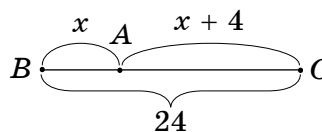


Точка A принадлежит отрезку BC , длина которого равна 24 см. Найти длину отрезков AB и AC , если:

- 1) отрезок AB на 4 см меньше отрезка AC ;
- 2) отрезок AB в 3 раза больше отрезка AC .

Решение. Условие 1

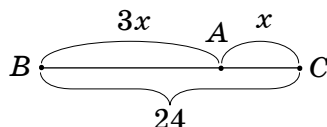
- ① $BC = AB + AC$ (аксиома III).
- ② Пусть $AB = x$ см.
- ③ Тогда $AC = (x + 4)$ см.
- ④ $x + x + 4 = 24$.



- ⑤ $2x = 24 - 4$; $2x = 20$; $x = 20 : 2$; $x = 10$.
 ⑥ Итак, $AB = 10$ см, $AC = 10 + 4 = 14$ (см).
 ⑦ **Ответ:** 10 см; 14 см.

Условие 2

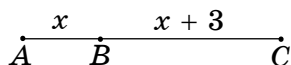
- ① $BC = AB + AC$ (аксиома III).
 ② Пусть $AC = x$ см.
 ③ Тогда $AB = 3x$ см.
 ④ $x + 3x = 24$.
 ⑤ $4x = 24$; $x = 24 : 4$; $x = 6$.
 ⑥ Итак, $AC = 6$ см, $AB = 3 \cdot 6 = 18$ (см).
 ⑦ **Ответ:** 6 см; 18 см.



ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

- Точка E принадлежит отрезку AB длиной 25 дм. Найти длины отрезков AE и BE , если длина отрезка AE на 7 см больше длины отрезка BE .
- Точка K принадлежит отрезку AC длиной 36 м. Найти длины отрезков AK и CK , если длина отрезка AK в 8 раз меньше длины отрезка CK .
- На отрезке DN отметили точку F . Разность длин отрезков NF и DF равна 8 мм. Найти NF и DF , если $DN = 32$ мм.

Помни!



AB меньше BC на 3,
 или BC больше AB на 3,
 или разность BC и AB равна 3.

5

Нахождение длин частей отрезка, если он делится своей точкой на части, пропорциональные данным числам

АЛГОРИТМ

- ① Записать основное свойство измерения отрезков (аксиома III) для условия данной задачи.



- ② Обозначить за x величину одной части отрезка.



**3**

Выразить длину частей отрезка через x , умножив x на соответствующие пропорциональные числа.

**4**

Составить уравнение.

**5**

Решить уравнение.

**6**

Вычислить длины частей отрезка.

**7**

Записать ответ.

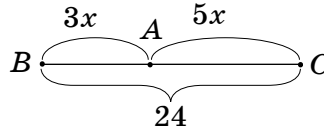
ПРИМЕР

Точка A принадлежит отрезку BC , длина которого равна 24 см. Найти длины отрезков AB и AC , если $AB : AC = 3 : 5$.

Решение.

① $BC = AB + AC$ (аксиома III).

② Пусть x см — величина одной части.



③ Тогда $AB = 3x$ см, $AC = 5x$ см.

④ $3x + 5x = 24$.

⑤ $8x = 24$; $x = 24 : 8$; $x = 3$.

⑥ Итак, $AB = 3 \cdot 3 = 9$ (см); $AC = 5 \cdot 3 = 15$ (см).

⑦ **Ответ:** 9 см; 15 см.

ВЫПОЛНИ САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. На отрезке AB отметили точку D так, что $AD : DB = 7 : 11$. Найти длины отрезков AD и DB , если $AB = 54$ см.
2. Точка N принадлежит отрезку EF длиной 88 дм. Известно, что длины отрезков EN и FN относятся как $7 : 4$. Найти EN и FN .
3. Точка M делит отрезок AK в отношении $11 : 15$. Найти длины отрезков AM и KM , если $AK = 130$ мм.