Н. Н. Удалова, Т. А. Колесникова

МАТЕМАТИКА

средняя школа

НАГЛЯДНО И ДОСТУПНО

Москва

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
У28

Макет подготовлен при содействии ООО «Айдиономикс»

Удалова, Наталья Николаевна.

У28 Математика / Н. Н. Удалова, Т. А. Колесникова. — Москва : Эксмо, 2025. — 192 с. — (Наглядно и доступно. Средняя школа).

ISBN 978-5-04-169363-3

Пособие предназначено для подготовки учащихся средних классов к урокам, ВПР и ОГЭ по математике.

В книгу включены необходимые справочные материалы по основным разделам школьного курса, представленные в наглядных и удобных для запоминания таблицах. Приводятся определения математических понятий, формулировки правил и пояснения к ним, необходимые формулы и обучающие рисунки, а также примеры задач с решениями.

Книга поможет быстро систематизировать знания и подготовиться к урокам, контрольным, ВПР и ОГЭ в предельно сжатые сроки.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-169363-3

ВВЕДЕНИЕ

Пособие представляет собой краткий справочник теоретического материала, позволяющий в экспресс-режиме подготовиться к урокам, контрольным работам, в том числе ВПР, а также к ОГЭ по математике в 9 классе. Книга включает 8 разделов — «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Числовые последовательности», «Функции», «Координаты на прямой и плоскости», «Геометрия», «Статистика и теория вероятностей». Для удобства восприятия и запоминания материал в основном приведён в таблицах и схемах. Структура и содержание пособия позволяют ученику актуализировать, систематизировать и закрепить знания по математике за курс основной школы.

Авторы надеются, что данное пособие поможет любому ученику успешно подготовиться к урокам, ВПР и ОГЭ по математике.

Раздел 1. ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ

1. Натуральные числа

Натуральные числа хорошо знакомы нам с детства. Это числа, используемые при счёте предметов.

Обратите внимание, что 0 не является натуральным числом, 1 — наименьшее натуральное число. Наибольшего натурального числа не существует.

Множество натуральных чисел обозначается буквой N: $N = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11\ldots\}$.

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ С НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

Сложение

$$a + b = c$$

слагаемые сумма

Свойства:

$$a + b = b + a$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a + 0 = a$$

Вычитание

$$a - b = c$$

уменьшаемое разность

вычитаемое

Свойства:

$$a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$$

$$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$$

$$a - (b - c) = (a - b) + c$$

$$a - 0 = a$$

Умножение

$$a \cdot b = c$$

множители

произведение

Свойства:

$a \cdot b = b \cdot a$

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$

Деление

$$a : b = c$$

делимое

частное

делитель

Свойства:

$(a : b) : c = a : (b \cdot c)$

$a : (b : c) = (a : b) \cdot c$

$(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$

$(a \cdot b) : c = a \cdot (b : c)$

СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Степенью числа a с натуральным показателем n, бо́льшим 1, называется произведение n множителей, каждый из которых равен a.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ множителей}}$$

***a* — основание степени**

***n* — показатель степени**

Свойства степеней

$a^1 = a$

$(a^x)^y = a^{xy}$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

$a^x \cdot b^x = (ab)^x$

$\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$, **где** $a \neq 0$

$\dfrac{a^x}{b^x} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^x$, **где** $b \neq 0$

Таблица квадратов

Десятки	Единицы									
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Таблица степеней

a^n	Значения n					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
2^n	2	4	8	16	32	64
3^n	3	9	27	81	243	729
4^n	4	16	64	256	1024	4096
5^n	5	25	125	625	3125	15 625
6^n	6	36	216	1296	7776	46 656
7^n	7	49	343	2401	16 807	
8^n	8	64	512	4096	32 768	
9^n	9	81	729	6561	59 049	

a^n	Значения n			
	7	**8**	**9**	**10**
2^n	128	256	512	1024
3^n	2187	6561	19 683	59 049

При чётной степени

$a,\ b > 0$

$(-a)^n = b$ $\qquad -a^n = -b$

$(-3)^4 = 81$ $\qquad -3^4 = -81$

Если в основании отрицательное число

$a^n > 0$, если n — чётное число (2; 4; 6...):

$$(-3)^4 = 81.$$

$a^n < 0$, если n — нечётное число (1; 3; 5...):

$$(-2)^5 = -32.$$

а) $\dfrac{8^2}{2^5} = \dfrac{\left(2^3\right)^2}{2^5} = \dfrac{2^{3\cdot 2}}{2^5} = \dfrac{2^6}{2^5} = 2^{6-5} = 2^1 = 2;$

б) $\dfrac{6^{25}\cdot 9^{11}}{27^{15}\cdot 4^{12}} = \dfrac{(2\cdot 3)^{25}\cdot \left(3^2\right)^{11}}{\left(3^3\right)^{15}\cdot \left(2^2\right)^{12}} = \dfrac{2^{25}\cdot 3^{25}\cdot 3^{22}}{3^{45}\cdot 2^{24}} =$

$= \dfrac{2^{25}\cdot (3^{25}\cdot 3^{22})}{2^{24}\cdot 3^{45}} = \dfrac{2^{25}\cdot 3^{47}}{2^{24}\cdot 3^{45}} = 2^{25-24}\cdot 3^{47-45} =$

$= 2^1\cdot 3^2 = 18.$

ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Делителем натурального числа n называется такое натуральное число k, на которое число n делится без остатка.

Например:

2 и 5 — делители числа 10.

Натуральное число k называется **кратным** натуральному числу n, если число n делится на число k без остатка.

Например:

Число 10 кратно 2.

> Слово «кратно» можно заменить словосочетанием «делится на».

Простые и составные натуральные числа

Простым называется натуральное число, которое делится на единицу и на само себя.

Например:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 и т. д.

Натуральное число, имеющее более двух делителей, называется **составным.**

Например:

4, 6, 8, 9, 10, 12 и т. д.

> Число 1 не является ни простым, ни составным, поскольку имеет только один делитель.

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Признак делимости на 2

Число делится на 2, если его последняя цифра — 0, 2, 4, 6 или 8.

Признаки делимости на 3 и на 9

На 3 делятся только те числа, у которых сумма цифр делится на 3; на 9 делятся только те числа, у которых сумма цифр делится на 9.

Признаки делимости на 5

На 5 делятся числа, последняя цифра которых — 0 или 5.

Признаки делимости на 10

На 10 делятся только те числа, последняя цифра которых — 0.

НОК И НОД

НОД (наибольший общий делитель)

$\Downarrow$

Наибольшее натуральное число, на которое делятся без остатка числа a и b.

Например:

НОД $(36; 48) = 12$, НОД $(24; 35) = 1$.

Натуральные числа называются **взаимно простыми**, если их наибольший общий делитель равен 1.

Чтобы найти **наибольший общий делитель** нескольких натуральных чисел, необходимо:

1) разложить эти числа на простые множители;
2) из множителей подчеркнуть те, которые входят в разложение всех чисел;
3) найти произведение подчёркнутых множителей.

Например:

Найдём наибольший общий делитель чисел 60, 80 и 48.

$60 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 3 \cdot 5$, $80 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$, $48 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$;

НОД $(60; 80; 48) = 2 \cdot 2 = 4$.

НОК (наименьшее общее кратное)

$\Downarrow$

Наименьшее натуральное число, которое кратно натуральным числам a и b.

Например:

НОК $(6; 8) = 24$, НОК $(24; 6) = 24$,

НОК $(11; 9) = 99$.

Чтобы найти **наименьшее общее кратное** нескольких натуральных чисел, необходимо:
1) разложить эти числа на простые множители;
2) выписать множители, входящие в разложение одного из чисел;
3) дописать к ним недостающие множители из разложения других чисел;
4) найти произведение получившихся множителей.

Например:

Найдём наименьшее общее кратное чисел 60, 80 и 48.

$60 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}$, $80 = 2 \cdot 2 \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 5$, $48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$;

$\text{НОК}(60; 80; 48) = (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5) \cdot 2 \cdot 2 = 240.$

ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ

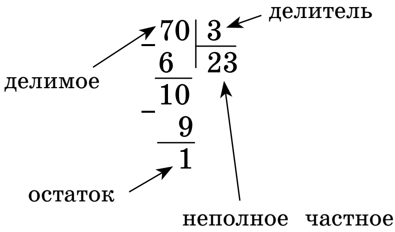
Пусть a и b — натуральные числа. Разделить a на b с остатком — значит найти такие натуральные числа q и r, что $a = bq + r$, причём $0 < r < b$.

делимое неполное частное

$$a : b = q \text{ (ост. } r)$$

делитель остаток

Например:



2. Дроби

Дробь — форма представления числа в математике. Существует два вида дробей: обыкновенные и десятичные.

ОБЫКНОВЕННАЯ ДРОБЬ

Число вида $\frac{m}{n}$, где $m \in Z$, $n \in N$, называют **обыкновенной дробью.**

$m \leftarrow$ числитель

$n \leftarrow$ знаменатель

Основное свойство дроби

Если числитель и знаменатель дроби умножить (разделить) на одно и то же число, отличное от 0, то получится дробь, равная данной:

$$\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}, \text{ где } c \neq 0.$$

Например:

$$\frac{0,35}{0,4}=\frac{0,35\cdot 100}{0,4\cdot 100}=\frac{35}{40}=\frac{7}{8}.$$

ДЕЙСТВИЯ С ОБЫКНОВЕННЫМИ ДРОБЯМИ

$$\boldsymbol{\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}} \qquad \boldsymbol{\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}} \qquad \boldsymbol{\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}}$$

Выделение целой части из неправильной дроби:

$$\frac{17}{7}=2\frac{3}{7}.$$

$$\begin{array}{r|l} -\,17 & 7 \\ \cline{2-2} \underline{14} & 2 \\ 3 & \end{array}$$

Перевод обыкновенной дроби в десятичную:

$$\frac{17}{8}=2,125;$$

$$\frac{3}{25}=\frac{3\cdot 4}{25\cdot 4}=\frac{12}{100}=0,12;$$

$$\frac{3}{8}=\frac{3\cdot 125}{8\cdot 125}=\frac{375}{1000}=0,375.$$

$$\begin{array}{r|l} -\,17 & 8 \\ \cline{2-2} \underline{16} & 2,125 \\ -\,10 & \\ \underline{8} & \\ -\,20 & \\ \underline{16} & \\ -\,40 & \\ \underline{40} & \\ 0 & \end{array}$$

Перевод смешанного числа в неправильную дробь:

$$3\frac{5}{9}=\frac{3\cdot 9+5}{9}=\frac{32}{9}.$$

Чтобы **сложить (вычесть) смешанные числа**, надо:

1) привести дробные части этих чисел к наименьшему общему знаменателю;
2) отдельно выполнить сложение (вычитание) целых частей и отдельно — дробных.

   • Если при сложении дробных частей получилась неправильная дробь, нужно выделить целую часть из этой дроби и прибавить её к полученной целой части.

   • Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, надо превратить её в неправильную дробь, уменьшив на единицу целую часть.

а) $2\frac{7^{\backslash 2}}{9}+3\frac{5^{\backslash 3}}{6}=2\frac{14}{18}+3\frac{15}{18}=5\frac{29}{18}=6\frac{11}{18}$;

б) $7-3\frac{2}{11}=6\frac{11}{11}-3\frac{2}{11}=3\frac{9}{11}$;

в) $9\frac{7^{\backslash 2}}{15}-2\frac{5^{\backslash 5}}{6}=9\frac{14}{30}-2\frac{25}{30}=8\frac{44}{30}-2\frac{25}{30}=6\frac{19}{30}$;

г) $3\frac{5}{6}-2=1\frac{5}{6}$.