

Содержание

Глава 1. Три тайны	9
Глава 2. С подходящего конца ложки	21
Глава 3. Силой мысли	31
Глава 4. Настоящая магия	39
Глава 5. Невидимые действия	45
Глава 6. Откажитесь от чтения	57
Глава 7. Позиция маленького ребенка	73
Глава 8. Теория осязания	95
Глава 9. Что-то идет не так	109
Глава 10. Научиться видеть	125
Глава 11. Мячик и бита	145
Глава 12. Нет никакой хитрости	161
Глава 13. Показать идиотом	177
Глава 14. Боевое искусство	189
Глава 15. Даже не страшно	213
Глава 16. Озарение	231
Глава 17. Управлять Вселенной	245
Глава 18. Слон в комнате	259
Глава 19. Абстрактный и мягкий	279
Глава 20. Пробуждение к математике	297
<i>Эпилог</i>	<i>317</i>
<i>Для тех, кому нужно больше</i>	<i>329</i>
<i>Благодарности</i>	<i>343</i>
<i>Источники иллюстраций</i>	<i>345</i>

Глава 1

Три тайны

Цель этой книги — изменить ваш взгляд на мир.

Ее отправная точка — мой собственный путь, долгое странствие, которое преобразило меня и наделило необычными способностями. Но оно было не только моим. Это всеобщее странствие, одно из самых древних и значительных, какие только могут быть. Его начала горстка людей в доисторические времена, но оно и поныне преобразует нашу цивилизацию, наши язык и мышление.

Сколько нас, чувствующих живой пульс математики внутри? Не знаю. Знаю только, что нас ничтожно мало, и мы еще не поведали миру о себе.

Считается, что путь математики непостижим. Изучающему ее надо быть причастным к элите, получить особый дар. Величайшие математики писали труды, чтобы опровергнуть это. Как мы увидим дальше, они добились таких высот обычными человеческими средствами, преодолевая сомнения и слабости, любопытство и воображение. Так они утверждали.

Никто не захотел им поверить. Возможно, они не смогли рассказать свою историю простыми словами. А может, недооценили силу мифа, который подвергали сомнению, одного из великих мифов человечества — об интеллекте.

Математика придает нашему миру форму. Она — инструмент власти и господства. Но для тех, кто живет ею, постижение математики — это прежде всего внутренний опыт, чувственный и духовный поиск.

Этот опыт мало похож на то, чему нас учат в школе. Отчасти это своего рода ясновидение, экстрасенсорное мышление. Отчасти это продолжение того загадочного процесса, который позволил нам в раннем детстве научиться говорить.

Понять математику — значит пройти тайной тропой, ведущей к гибкости нашего детского ума. Восстановить эту гибкость, приручить ее и уметь применять. Эта тропа интеллекта удивительно близка к той, которой мы следуем в повседневной жизни. Но доступ к ней скрытан, скрыт за нашими привычками, страхами и запретами.

И мне хотелось бы помочь вам отыскать эту тропу.

Нечто загадочное

«У меня нет особого таланта. Я просто страсть как любопытен».

В 15 лет я ненавидел эту фразу Эйнштейна. Я считал ее неискренней, это напоминало мне о тех случаях, когда топ-модели принимают нас объяснять, что важнее всего внутренняя красота. Ну правда, кому охота слушать такую чушь?

И все же главная идея этой книги в том, что слова Эйнштейна надо принимать всерьез.

Кстати, поразительно, насколько нам трудно принять их всерьез. За Эйнштейном не водилась репутация законченного болвана или патологического лжеца. Спросите любого прохожего, и он скажет, что теория относительности — величайший вклад в человеческую мысль. Стало быть, то, что мог сказать и написать Эйнштейн, заведомо должно заслуживать внимания.

Но стоит ему намекнуть, что его уровень творческих способностей может быть достигаем для других, что это результат лишь немного другого взгляда на мир и так может каждый, — мы тут же решаем, что он не всерьез. Старикан сам не понимает, что несет. Или, хуже того, это ложная скромность, он так говорит, просто чтобы выпендриться.

Проблема в том, что, пока мы отказываемся принимать всерьез слова Эйнштейна, мы лишаем себя возможности продолжить разговор. А он заслуживает продолжения.

Фраза Эйнштейна объективно интригует, но мало о чем говорит. Если даже предположить, что она правдива, то что нам с ней дальше делать? Чем она может нам быть полезна? Без дальнейших уточнений, конкретных деталей или практических советов сложно понять, какие уроки следует из нее извлечь.

И все-таки невероятно, что никто не сообразил ответить ему: «Альберт, то, что ты сказал, безумно интересно, но хотелось бы узнать больше. Как насчет пояснения? Мы хотим узнать скрытые подробности, понять, как оно на самом деле у тебя работает. Заходи на чашечку кофе! Или, может, тебе больше по нраву долгие прогулки по лесу? Приходи и расскажи нам, у нас к тебе куча вопросов...»

Очевидно, что в первую очередь мы хотели бы задать самые глупые вопросы.

1. Откуда взялось любопытство Эйнштейна?

Я знаю мало людей, любопытных до такой степени, чтобы закрыться в комнате и размышлять о проблемах теоретической физики. Но кое-кого все же знаю, и все они говорят одно и то же: если им хочется закрыться в комнате наедине с проблемами теоретической физики, разумеется, ими движет научное честолюбие, но при этом — и в первую очередь — они получают истинное удовольствие.

И тогда вопрос начинает звучать так: как Эйнштейну удавалось находить удовольствие в занятиях физикой?

2. Как Эйнштейну удавалось не сдаваться?

Быть «страсть как любопытным» — значит иметь способность интересоваться чем-то с неослабевающим интересом, увлеченно, не пасуя перед сложностями. Эйнштейн явно нашел тайное средство, чтобы не отчаиваться там, где другие сдаются. И в чем же секрет?

Занимаясь математическими исследованиями высокого уровня, я понял одну важную вещь: когда запираешься в комнате наедине со сложной задачей, возникает ровно одно желание — сбежать оттуда.

Столкнуться с настоящей сложностью, достичь пределов своего ума, наткнуться на препятствия, месяцами барахтаться на месте, чувствовать себя слишком глупым, чтобы все это понять, и не иметь ни малейшего представления, как найти выход, — это же просто ужасно!

Эйнштейн нашел способ приручить свой страх и воспротивиться рефлекторному желанию сбежать. Что же это за способ?

3. Что именно происходило, когда Эйнштейн запирался в комнате наедине с проблемой?

Или, если говорить прямо, что Эйнштейн делал с проблемой? С какой стороны он к ней подходил? Как он действовал, чтобы с ней справиться?

Мы хотим знать, что на самом деле происходило у Эйнштейна в голове. Мы хотим знать, как он это делал *по правде*. Хотим узнать технику Эйнштейна, секретный фокус, который всегда срабатывал.

Мы знаем, что способность к интеллектуальному творчеству зависит не только от упорного труда. Мы знаем, что тут явно есть что-то еще, своего рода волшебные флюиды, что-то таинственное, что никогда не преподают в школе.

Если бы Эйнштейн нашел время преподавать нам методику, как совершать великие научные открытия, его вклад

в достижения человечества намного превзошел бы его работы по физике. Как говорится, лучше дать удочку, а не рыбу.

Эта дискуссия так и не состоялась. И никогда не состоится. Альберт Эйнштейн умер 18 апреля 1955 года в университетской больнице Принстона. Врачу, выполнявшему вскрытие, самому было так интересно раскрыть тайну Эйнштейна, что он изъясил его мозг без согласия семьи и разрезал на тысячи пластинок.

Это мало чем ему помогло.

Метод

Но вообще, вопрос не только к Эйнштейну. Этому вопросу уже много веков. Он касается наших убеждений и заблуждений об интеллекте и интеллектуальном творении, а также ограничений, которые налагают на нас эти убеждения.

Самое трудное в понимании работ Эйнштейна — математический формализм. Он же создавал больше всего проблем и самому Эйнштейну. Как тот однажды признался школьнице, просившей у него совета: «Не переживай насчет своих проблем с математикой, уверяю тебя, у меня их намного больше».

Четыреста лет назад величайший математик своего времени рассказал о своей жизни в книге, ставшей известной на весь мир. С первых же страниц его послыл абсолютно ясен. Его можно вкратце изложить так: «Я не умнее других. Мне просто посчастливилось открыть волшебный метод, который позволил мне стать сильнее всех остальных. Позвольте мне объяснить, как я это сделал».

Тот же рефлекс, который не дает нам принять всерьез слова Эйнштейна, мешает нам услышать то, что пытается сказать этот математик (Рене Декарт), и поместить его книгу («Рассуждение о методе») на ту полку, где ей и следует быть — среди литературы о личностном развитии.

Сойдемся на том, что нет метода, который позволил бы каждому стать великим математиком, как и метода, который позволяет увеличить пенис или разбогатеть, работая из дома по два часа в день.

И неважно, что Декарт говорит нам прямо противоположное.

Три заблуждения

Мы еще вернемся к «Рассуждению о методе» в главе 14. Но, чтобы услышать, что нам пытаются сказать Эйнштейн и Декарт, сначала нужно избавиться от трех стереотипов о математике.

1. Чтобы заниматься математикой, надо мыслить логически.
2. Некоторые из нас от природы в ладах с числами, а некоторые от природы наделены хорошей геометрической интуицией. Увы, подавляющее большинство не понимает в математике ровным счетом ничего, и с этим надо смириться.
3. Великие математики родились с иной структурой мозга, чем у нас.

По первому стереотипу скажем сразу: нет, математики не мыслят логически. И никто не мыслит логически. Более того, мыслить логически в принципе невозможно. Логика вообще не предназначена для мышления. Она нужна для других вещей — мы еще обсудим для чего.

Второй стереотип — самый токсичный. Он ограничивает нас и делает фаталистами. Он сумел убедить добрую половину человечества, что математика — это чуждые и враждебные земли. Каждому из нас, включая самых одаренных, он полагает непреодолимый предел — уровень математической интуиции, который якобы «от природы» у каждого свой.

Третий стереотип — просто вариация на ту же тему: чтобы быть Эйнштейном или Декартом, надо таким родиться, им нельзя стать. А когда Эйнштейн и Декарт заявляют нам обратное, они просто над нами смеются.

Это представление, согласно которому мы якобы не способны стать успешными в математике, неверно, но исходит из фундаментальной истины: волшебная сила математиков не логика, а интуиция.

Как выстроить свою интуицию

Эйнштейн много говорил о важности интуиции в своих открытиях. «Я верю в интуицию и вдохновение», — сказал он и был при этом совершенно серьезен. Что же до математиков, они прекрасно знают, что есть две разные версии математики.

Официальная версия находится в учебниках — там она представлена логически и структурированно, на заумном языке, основанном на загадочных символах.

Скрытая версия находится в голове у математиков и называется *математической интуицией*. Она состоит из мысленных представлений и абстрактных ощущений, часто визуальных, которые кажутся математикам очевидными и приносят им удовольствие. Но когда речь заходит о том, чтобы поделиться этими очевидными вещами с остальным миром, математики оказываются в большом затруднении. То, что было таким очевидным, вдруг становится сложным.

Чтобы записать свои идеи, математики были вынуждены придумать тот самый заумный язык и загадочные символы, точно так же, как музыкантам пришлось придумать заумную нотную запись, чтобы передать свои сочинения. Только у музыкантов есть огромное практическое преимущество: им достаточно сыграть музыку, чтобы все сразу поняли, о чем идет речь, не занимаясь расшифровкой партитуры.

Большая проблема математиков в том, что у них такой возможности нет. В их голове идеи яркие, просты и богаты. На бумаге они становятся унылыми и невзрачными. Проклятие математиков — *играть* математику только в голове.

Если бы детей приобщали к музыке, заставляя расшифровывать партитуры Моцарта или Майкла Джексона и никогда ничего не давая слушать, музыка была бы таким же предметом всеобщей ненависти, как математика.

Интуиция — это смысл математики. Без интуиции математика не значит буквально ничего. И все же не нужно из этого заключать, что если вы ничего не понимаете в математике, то с этим уже ничего не поделать.

Ошибочно считать, что математическая интуиция — нечто статичное, непреодолимый рубеж. Ведь наше интуитивное представление о математических объектах не врожденное, не застывшее. Мы можем выстраивать его, выращивать день ото дня, если только следовать верной методике.

Математики прекрасно знают, что официальная математика — та, что в учебниках, — рассказывает не все. Они прекрасно знают, что истинная задача — суметь *понять* то, что в учебниках, суметь *увидеть* это и *почувствовать*.

Поэтому в повседневной жизни их занимает вопрос, как развивать свою интуицию, чтобы она становилась богаче. Интуиция математика — в гораздо большей степени, чем его публикации и официальные работы, — это его шедевр, творение всей жизни.

Это необыкновенное искусство *видеть*, *чувствовать*, *действительно понимать* и находить очевидным то, что 99.9999%* человечества считает чудовищно абстрактным и в высшей степени непостижимым, — великое искусство математиков

* Автор намеренно использует точку, а не запятую в качестве десятичного разделителя, о чем в конце книги сделано отдельное примечание.

и их великая тайна. Лишь те, кто занимался этим, знают, куда может привести данное искусство.

Но как у них получается? Вот о чем эта книга.

Три секрета математиков

1. Занятия математикой — это физическая активность. Чтобы понять то, чего не понимаешь, нужно выполнять в уме скрытые действия — невидимые, но необходимые, — которые позволят обогатить интуицию и развить новые мысленные представления, более глубокие и мощные. Это деятельность, которая усиливает и обогащает нас. Учиться заниматься математикой — значит учиться пользоваться своим телом. Это то же самое, что и учиться ходить, плавать, танцевать или ездить на велосипеде. Эти действия не даны нам от рождения, но все мы способны им научиться.

2. Есть метод, позволяющий отлично разбираться в математике. Этот метод никогда не преподают в школе. Впрочем, он не похож ни на какую школьную методику и противоречит всем принципам традиционного образования. Он требует не усилий, а простоты. Его можно сравнить с техникой скалолазания, боевым искусством, своего рода йогой или медитацией. Он учит нас преодолевать страхи, обуздывать позыв к избеганию неизвестного, учит находить удовольствие в столкновении с противоречием. Это способ перепрограммировать нашу интуицию. А значит, это не просто метод, помогающий отлично разбираться в математике, — это метод, позволяющий стать очень умным.

3. Мозг великих математиков работает так же, как и наш. Как и с другими видами физической активности, естественная склонность к математике, конечно, распределена между людьми неравномерно. Но это биологическое неравенство играет все же не такую важную роль.

Математические навыки распределены так чудовищно неравномерно, что биологическая гипотеза не выдерживает критики. Несомненно, некоторым людям генетически присуще более эффективное, быстрое и мощное взаимодействие нейронов, которое — почему бы и нет? — может сделать их, скажем, *в два раза* способнее к математике. Но владеть правильным методом, развить правильные умственные рефлексy, занять правильную психологическую позицию — значит стать способнее к математике *в миллиард раз*.

Есть другое, намного более простое и правдоподобное объяснение, почему существует столь вопиющее неравенство в способностях к математике: нас никогда не учат методу, как начать отлично разбираться в математике. Все отдается на волю случая. Каждому приходится заново, самостоятельно и наудачу открывать крупнцы методики. А чаще всего никому не удается ничего открыть, потому что некоторые ключевые моменты метода неожиданны и идут вразрез с интуицией. Пройти мимо них очень легко.

Мозг великих математиков работает так же, как и наш. Но их личная история, их способ выстроить взаимоотношения с миром дали им возможность познакомиться с этим методом с детства. Они приобщились к нему самостоятельно, не имея такого намерения и не зная, что они делают. Просто так случайно повернулась жизнь.

Устная традиция

Многие ученые-математики признавались, что ощущали себя самоучками. Если вспомнить, какое место занимает математика в школьном образовании, такое ощущение выглядит парадоксальным.

Действительно, они не самоучки в том смысле, что школа научила их массе вещей. Но они в самом деле самоучки в том смысле, что самым важным вещам учились не в школе.

Я сам один из таких парадоксальных самоучек. В школе я научился основам математики в общепринятом смысле. И в то же время я открыл для себя зачатки тайной математики, хотя некому было преподавать их мне.

Очень долго я не понимал связи между невидимыми действиями, которые я производил у себя в голове, — этой привычкой весьма своеобразно использовать воображение — и моими способностями к математике.

Я поделюсь упражнениями для развития воображения, которыми стал заниматься с детства. Вначале это были лишь очень простые и невинные игры. Например, я развлекался, ходя по дому с закрытыми глазами и стараясь запомнить расположение мебели. Казалось бы, никакой связи с тем, чему меня учили в школе?

Когда я только начал, у меня не особо получалось. Я то и дело врзался в стены. Я и не подозревал, что эта игра, как и другие, всё более сложные, позволит мне развить необыкновенно сильную геометрическую интуицию — при той же стартовой позиции, что и у всех.

Эта интуиция стала тайным оружием моей математической карьеры. Я видел то, что никто никогда не видел, и мог решать задачи, которые никто не мог решить.

Поскольку я чувствовал, как математические силы растут во мне с годами, я твердо знаю, что они не врожденные. Я также знаю, что мыслительные привычки, которые позволили им возникнуть, никогда не преподавались мне в школе. В первую очередь они — плод случая и удачи.

Лишь много позже, общаясь с другими математиками и читая свидетельства знаменитых ученых, я обнаружил, что мой опыт ничуть не уникален.

Параллельно с нормативным знанием, содержащимся в учебниках по математике, секрет математиков живет в устной традиции, которая передается и обогащается из поколения в поколение. Она рассказывает о том, о чем никто не осмели-

вается писать в книгах, потому что это выглядит несерьезно, потому что это уже не наука и потому что это как-то чересчур похоже на курсы личностного развития.

Эта история заслуживает, чтобы ее рассказали простыми и доступными словами. Она касается нас всех, двоечников по математике или гениев, молодых или старых, гуманитариев или технарей. Она говорит о наших сильных и слабых сторонах, о наших скрытых талантах и о том, что мы способны совершить. О человеческом разуме, сознании и языке. Это история обо всех нас.

Математическое странствие — это внутреннее странствие, тайное и безмолвное. Но это наш общий путь. Его истинная цель — человек.

В частных разговорах, когда математиков никто не слышит, они наконец могут рассказать друг другу все как есть.

Да, математика внушает страх. Да, она кажется непостижимой. Да, у многих создается впечатление, что они не достигнут успеха. И все же способ есть.

Глава 2

С подходящего конца ложки

Моему сыну Араму год, и он учится есть ложкой. Не буду лукавить — это катастрофа. Через две минуты пюре у него даже в ушах.

Я пытаюсь ему помочь. Наполняю ложку и протягиваю ему. Но он берет ее не с того конца, где ручка, — а с того, где пюре. Я объясняю, что брать нужно с другого конца, с ручки, и показываю, как надо. Но он упорно тянет руку к пюре. В конце концов, это не лишено логики, потому что его интересует именно пюре. Только вот это не так делается.

И все же я совершенно за него не беспокоюсь. У него все получится. Все в конце концов понимают, что ложку нужно держать с нужного конца. Я никогда ни от кого не слышал: «Ложки — это не мое. Так и не понял, зачем это. Меня это быстро выбесило, и я бросил».

У человечества с ложкой прекрасные отношения. Никто не ненавидит ложки. Ложки никого не ненавидят. Это одно из первых настоящих орудий, с которыми мы встречаемся, и они будут сопровождать нас всю жизнь.

Сначала ложка загадочна и непредсказуема. Потом становится привычной. Очень скоро мы начинаем ею пользоваться не задумываясь, как собственной рукой. И в каком-то

смысле она и правда как рука: мозг интериоризирует ложку, ее назначение и возможности. Она становится продолжением нашего тела.

Когда умеешь есть ложкой, кажется, что это просто. Когда не умеешь, кажется, что это сложно. Мы так хорошо научились обращаться с ложкой, что забыли, что этому пришлось учиться. Мы забыли, что это было непросто.

Сложность этого действия вновь становится очевидной, когда мы видим малыша, у которого не получается. Этот жест требует отменной координации движений. Просто взять ложку и правильно держать ее под правильным углом — уже очень тонкое искусство. Не говоря о том, что правильный способ держать ложку зависит от того, что мы хотим ею съесть.

Вот уже 50 лет, как мы умеем отправлять ракеты на Луну. Но мы только-только начали учиться программировать роботов, способных зачерпнуть пюре ложкой. О киви и говорить не будем — это намного сложнее пюре.

Кое-что посерьезнее

Ложка — это только начало. Дальше уже идут серьезные вещи. Мы учимся надевать ботинки и завязывать шнурки. Чистить зубы и стричь ногти. Кататься на велосипеде и на роликах. Чистить лук и варить кофе. Собирать конструкторы Playmobil и пришивать пуговицы. Водить машину и чистить кофеварку от накипи. Часто бывает немного сложно в начале, потом становится проще.

Точно так же, как ложка или велосипед, наши орудия в конце концов становятся продолжением нас самих. Мы пользуемся ими не задумываясь. Они преобразуют нас. Дополняют нас. Делают нас теми, кто мы есть. Без наших орудий мы уже мало что из себя представляем.

Самое трудное — научиться говорить. Неслыханный, необычайно долгий, ужасающе тяжелый труд. В полтора года

мы практически не можем пролепетать ничего внятного. И все же тренируемся весь день напролет.

Есть много поводов отчаяться, и все же мы не перестаем. Никто не думает: «Разговаривать — это не мое. Оно того не стоит. Слишком уж тяжело дается». Никто из родителей не говорит: «Она такая милая с соской, заставлять ее так трудиться — сердце разрывается. В общем, мы решили с ней не разговаривать».

Речь не инструмент по выбору. Это не занятие, доступное лишь избранным, — богатым или гениям.

Если нужно обозначить дату, с которой началось человечество, то это день, когда наши предки решили приобщить всех к речи. Задолго до десяти заповедей мы выбрали себе закон: «Научи разговаривать детей своих».

Радикальный успех

Ближе к нашему времени, около полутора веков назад, было принято еще одно основополагающее решение: учить всех чтению и письму.

Это решение настолько фундаментальное, что уже трудно представить, как вообще выглядел бы наш мир, если бы оно не было принято. Если бы, как до этого времени, доступ к чтению был лишь у крошечной доли населения.

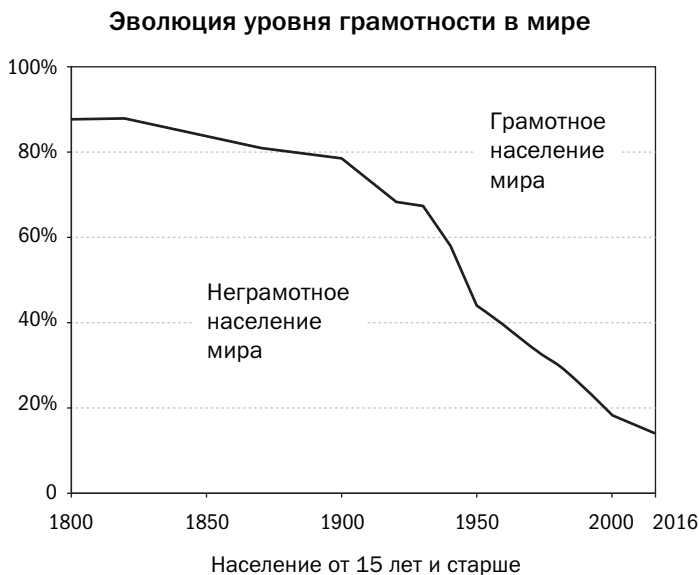
Во времена иероглифов в Древнем Египте искусство письма было сродни магии. Писцы образовывали потомственную касту и передавали свои тайны из поколения в поколение.

В средневековой Европе письменность была призванием. Молодые люди становились монахами, удалялись от мира и посвящали свою жизнь переписыванию рукописей.

Что думали обо всем этом неграмотные крестьяне Средневековья? Казалось ли им, что, чтобы научиться читать и писать, нужен особый дар, особый склад ума, которого у них нет? Считали ли они несправедливым и унижительным,

что им это недоступно? Или просто говорили себе, что у них нет времени, денег и желания и вообще читать им нечего?

Сегодня уже никто не думает, что для чтения и письма нужен особый дар. Никто не думает, что это ни к чему. За редкими исключениями все режимы, вне зависимости от верований и идеологии, отдают начальному образованию высший приоритет.



Источник: Our World in Data, на основе данных ОЭСР и ЮНЕСКО (2016)

Радикальный проект по насаждению грамотности по всей Земле имел оглушительный успех. Конечно, неграмотность не исчезла, но теперь она — удел меньшинства. За несколько поколений человечество смогло осуществить глобальную программу когнитивного преобразования, которой нет равных в истории.

Настоящая катастрофа

В то же самое время, когда начался великий проект по насаждению грамотности в планетарном масштабе, было принято еще одно радикальное решение: теперь основы математики преподаются всем.

Сегодня в начальных, средних и старших классах всего мира более миллиарда мальчиков и девочек изучают математику.

И это настоящая катастрофа.

Сегодня в начальных, средних и старших классах всего мира более пятисот миллионов мальчиков и девочек молча страдают. Им кажется, что они ничего не понимают, и в их душе сменяют друг друга скука (они совершенно не улавливают, чем интересен этот предмет) и унижительное чувство, что они недостаточно умны.

Когда американских подростков спрашивают, какой предмет самый трудный, математика идет во главе списка — 37% ответов. Она же, с большим отрывом, самый ненавистный предмет. Но когда их спрашивают о любимом предмете, математика снова стоит первой — 23%. А для некоторых это даже самый легкий предмет.

Нам всем знаком этот странный феномен. Он стал частью повседневности, и мы привыкли считать его нормальным. Мы считаем нормальным, что есть те, кто любит математику и находит ее простой, а есть те, кто ее ненавидит и считает недоступной пониманию. А еще мы считаем нормальным, что между этими крайностями практически ничего нет.

Мы считаем такое положение вещей настолько нормальным, что возможные варианты отношения к математике вошли в наши культурные стереотипы: «ботаник», который ее обожает (непременно прыщавый); клевая девчонка, которая интересуется модой (непременно полный ноль в математике); еще вон та девчонка, которая решает все задачи

не раздумывая (непременно аутичная); лентяй и хулиган (непременно полный ноль в математике).

Эти стереотипы нелепы и оскорбительны. Я знаю лентяев и хулиганов, которые стали великими математиками. Старшеклассница имеет полное право быть хорошенькой, иметь кучу друзей и мгновенно решать любые задачи по математике. А еще она имеет полное право стать великим математиком.

Мы привыкли к этой ситуации, но она совершенно ненормальна. Более того, это крайне странно. Такое не должно было произойти.

Чтобы осознать это, проще всего сравнить изучение математики с освоением других основных навыков.

Разве нам казалось бы нормальным, что некоторые подростки считают крутым не уметь читать? Что они полагают, будто те, кто читает бегло, кому не приходится разбирать каждую букву, например, не может ни с кем подружиться?

Разве нам казалось бы нормальным, что половина определенной возрастной группы оканчивает школу, не умея правильно есть ложкой? Или не умея завязывать шнурки?

Решать математические задачи старших классов школы должно быть так же просто, как завязывать шнурки, и если это не так, значит, с преподаванием математики есть большая проблема.

Две гипотезы

Чтобы объяснить, почему существуют, с одной стороны, «способные к математике», а с другой — «неспособные к математике», обычно приводят две гипотезы.

Первая гипотеза: это вопрос мотивации. Если человек полный ноль в математике, то это потому, что он ее не любит, а не любит он ее потому, что не понимает, зачем она ему нужна в повседневной жизни. Но разве люди правда верят, что в повседневной жизни им пригодится история? И все же

это не делает ее непостижимой, и уроки истории никого не повергают в панику. Никто никогда не видел, чтобы школьник плакал, потому что не может понять, что такое война или революция.

На самом деле такие «нули» отлично поняли, что разбираться в математике зачем-то да нужно, хотя бы для того, чтобы хорошо учиться в школе и поступить в хороший университет. Они же не идиоты. Они прекрасно поняли, что неспособность к математике закрывает им доступ ко многим профессиям из числа самых высокооплачиваемых и самых престижных. Возможно, они не понимают всю важность математики, но они знают, что она так или иначе важна. И чувствуют себя исключенными из нее, что дает им прекрасный повод ее ненавидеть.

Вторая гипотеза более жестока. Она предполагает, что существует некий загадочный тип интеллекта — *математический интеллект*, крайне неравномерно распределенный среди населения. Это якобы объясняется биологией. Есть математическая железа или математический ген. Способные к математике просто такими родились, а неспособным просто не повезло.

Тот факт, что эта идея так популярна, сам по себе удивителен. Казалось бы, нам следовало научиться с подозрением относиться к таким идеям. Было время, когда люди считали, что определенным расам предназначено природой работать на хлопковых плантациях, а другим — владеть этими хлопковыми плантациями. Еще недавно можно было услышать, что женщины генетически не способны пилотировать истребители. Сейчас эти идеи уже дискредитированы.

Если вы все еще сомневаетесь, то в следующей главе узнаете, что у вас есть все необходимые умственные способности, позволяющие достичь очень высокого уровня в математике.

Биологическое неравенство существует, но оно не похоже на то, что я только что описал. Проще всего понять его, пред-

ложив выпускному классу пробежать стометровку. Кто-то справится за 11 секунд, кто-то за 13 или 18. Возможно, кому-то понадобится целых 30 секунд, чтобы пробежать эту дистанцию.

Этот разрыв можно объяснить многими факторами, такими как мотивация, тренированность, здоровый образ жизни, — и, конечно, генетикой. Мы генетически неравны в предрасположенности к бегу. Но на стометровой дистанции эти генетические факторы помогают выиграть лишь несколько секунд.

А теперь представьте, что кто-то добежал за 11 секунд, но половина класса не пришла к финишу и через неделю. Примерно так выглядит разброс уровня в математике к выпускному классу школы.

Вы идете искать отстающих. Некоторые так и сидят на старте. Они объясняют вам, что стометровка — это худшая вещь на свете. Они не понимают, зачем она может им пригодиться в повседневной жизни, и считают, что физрук — просто злобный садист.

И из этого можно сделать вывод, что все дело в генетике? Серьезно?

Мне хотелось бы убедить вас, что единственное возможное объяснение — гигантское недопонимание. «Неспособные к математике» неспособны к ней, потому что никто не потрудился дать им четкие указания. Никто не сказал им, что математика — это физическая активность. Никто не сказал, что в математике нужно не заучивать, а делать.

Они берут ложку не с того конца, потому что никто не объяснил им, как надо, и они никогда не видели, как ее берут с подходящего конца.

Фразы, которые произносятся на уроке математики, — это не информация, которую надо запомнить. Это советы и указания для невидимых действий, которые каждый должен скрытым образом произвести в своей голове.

Слушать урок математики так, как мы слушаем урок истории или биологии, — так же нелепо, как конспектировать занятия йогой — тщательно, чтобы точно ничего не забыть. Если вы не делаете даже простейших дыхательных упражнений, это ровным счетом ничего не даст.

Глава 3

Силой мысли

Представьте себе круг — идеально правильный, без единого недостатка. Круг — проще некуда. Вы его видите?

В реальной жизни идеальных кругов не существует. Когда мы рисуем круг на бумаге, у него всегда есть небольшие неровности. Не бывает идеально круглых вещей: ни колеса велосипеда, ни солнечный диск, ни круги на воде не идеальны.

Но это совершенно не мешает вам понять, о чем я говорю, и вообразить идеальный круг.

Вы можете не только его представить, но и буквально увидеть его. Вы можете его мысленно перемещать. Увеличить или уменьшить. Да вообще делать с ним все, что пожелаете.

Эта способность видеть предметы, которых не существует в реальности, ощущать их прямо здесь, перед вами, и манипулировать ими в мыслях так же свободно, как если бы вы могли к ним прикоснуться, — и есть одна из ваших волшебных способностей.

Путь, который позволит вам по-настоящему понять математику, начинается отсюда.

Наша удивительная способность к абстракции

Идеальный круг — это математическая абстракция. Круги выглядят для вас знакомыми предметами потому, что вы, как и все люди, обладаете природной способностью к математической абстракции.

Ваша способность к абстракции не ограничена математикой.

Хотите вы того или нет, вы все время смотрите на мир абстрактным взглядом. Это физиологическое свойство вашего тела. Ваш мозг — машина для извлечения абстракций и мысленных манипуляций с ними, так же как ваши легкие — машина для извлечения кислорода из воздуха и передачи его в кровь.

Как такое возможно? Об этом пойдет речь в главе 19, где мы увидим, как структура нашего мозга *от природы* позволяет создавать абстракции и манипулировать ими.

А до тех пор, даже если вы не вполне понимаете, как возможно такое чудо, приходится признать очевидное: вы способны увидеть круг.

Наша удивительная способность к рассуждению

Может ли прямая линия пересекать окружность в трех точках? Не торопитесь. Тут нет подвоха. Просто попробуйте составить собственное мнение. Попробуйте представить все способы, которыми прямая может пересекать окружность, и увидеть, возможны ли в некоторых случаях три точки пересечения.

Нет, прямая не может пересекать окружность в трех точках.

Ответ кажется вам очевидным? Это потому, что вам, как и всем людям, присуща удивительная способность к математическому рассуждению.

Вы не просто способны вообразить абстрактные объекты, такие как прямые и окружности, — вы способны задаваться

абстрактными вопросами об этих объектах и манипулировать ими у себя в голове, чтобы найти ответ.

Ответ для вас очевиден, но что вы будете делать, если кто-то скажет вам, что не понимает?

Вам захочется начать объяснения со слов «ну ты же видишь...», но это не сработает. Если кто-то не понимает, значит, этот кто-то не видит окружности и прямые так же ясно, как вы. Объяснять математику — значит помогать другим увидеть то, что они еще не умеют видеть.

Ваше рассуждение происходит интуитивно и визуально. У вас в голове оно похоже на мультик, где персонажи — окружность и прямая. Такой тип рассуждения очень эффективен, но его трудно передать словами. Слова никогда не могут в полной мере объяснить тонкости того, что вы видите.

Получая математическое образование, вы научитесь преобразовывать свою визуальную интуицию в строгие доказательства. Преобразование никогда не будет идеально точным. Чтобы выразить понятные выводы интуиции, нужно много слов. У вас в голове все так просто. Но стоит это написать — и все становится жутко техничным и сложным.

Наша удивительная интуиция

Вы — единственный, кто способен видеть, что происходит у вас в голове. Пусть это трудно, но только постаравшись строго перевести все это в слова и символы, вы сможете поделиться этим с другими. А еще эти усилия по переводу — единственный способ проверить, что ваша интуиция не ошиблась.

Потому что иногда она ошибается.

Вы это знаете и не любите, когда вам об этом напоминают. Самый верный способ задеть кого-то — посмеяться над его внешностью. Но заставить его усомниться в своей интуиции — вот способ поистине действенный. Обычно сра-

батывает один из двух защитных механизмов: или человек решает, что он полное ничтожество, зарабатывает комплекс неполноценности и перестает рефлексировать, или же говорит себе, что он все равно прав, а остальные — просто болваны (и тоже перестает рефлексировать).

Однако есть и третий путь. Когда Эйнштейну или Декарту говорят, что их интуиция ошибочна, они не чувствуют себя задетыми. Не считают себя ничтожествами. И тем более не считают других болванами. Они реагируют иначе. Как именно? Это одна из центральных тем данной книги.

Когда в школе вас научили не доверять интуиции, учителя совершили две ошибки. Две величайших ошибки, затормозивших ваше интеллектуальное развитие.

Первая ошибка — все преувеличивать. Вам создали комплексы на пустом месте. Да, ваша интуиция иногда ошибается — но не всегда. Зачастую она права. И вы можете сделать так, чтобы она как можно реже ошибалась. Вы можете научить ее видеть яснее и точнее. Начиная на том же уровне, что и вы, математики создают себе сильную и надежную интуицию. Они делают это с помощью простых методов, таких как те, что описаны в этой книге.

Вторая ошибка школы — вам рассказали о недостатках интуиции, но забыли напомнить о ее сильных сторонах. Вы усвоили посыл, что интуиция несовершенна. Но школа забыла передать вам куда более важный посыл: **интуиция — ваш самый могущественный интеллектуальный ресурс.** В каком-то смысле это ваш *единственный* интеллектуальный ресурс.

Это не пустые слова. У меня нет цели польстить вам, рассказывая небылицы.

За всем этим кроется глубинная биологическая истина, к которой мы еще вернемся. А еще это вполне познаваемая на практике реальность, и вы испытывали это тысячи раз. Вы прекрасно знаете, что учить наизусть, применять готовые

методики или следовать рассуждениям строчка за строчкой не значит действительно понимать. Вы никогда полностью не доверяете логическим аргументам, вам гораздо проще с тем, что вы понимаете *интуитивно*.

Дар воображения

Ваша интуиция могущественна — вы это знаете уже давно. Несомненно, вы не осмеливаетесь заявить об этом громко и уверенно, но втайне вы доверяете именно интуиции.

А вот чего вы, возможно, не знали: за величайшими научными революциями и целыми областями математики, которые считаются самыми сложными, всегда стоят проблески интуиции, и они так же просты, как и у вас.

Придумать теорию относительности Эйнштейну позволил мысленный мультфильм, ненамного сложнее того, который позволяет вам увидеть, что прямая линия не может пересекать окружность в трех точках.

Когда Эйнштейн говорил, что верит в интуицию, он имел в виду не какую-то особую интуицию, полученную в дар от небес, которая радикально отличалась бы от вашей. Если бы он так думал, то не говорил бы, что у него «нет какого-то особого таланта».

Это сбивает с толку, но нужно принять эту правду. Эйнштейн говорит о наивной интуиции, о той, которая есть у всех нас, которую так часто считают глуповатой, а в школе учат ее презирать.

Эйнштейн говорил всего лишь о нашей способности воображать разные предметы. Это дар, который мы все получили в равной степени. Может, это и немного, но это само по себе удивительно, ведь ни у кого нет исключительного таланта в этой сфере.

Если бы вы, как и Эйнштейн, научились использовать собственное глупое детское воображение, чтобы стать вели-

чайшим физиком своего времени, вы бы сказали, как и он, что великие научные открытия — это всего лишь вопрос любопытства (и вас бы тоже не приняли всерьез).

Даже если вы не изобрели теорию относительности, вам уже есть чем восхититься.

Вы можете увидеть круг у себя в голове.

Вы можете мысленно им манипулировать.

Вы можете зрительно убедиться, что прямая не может пересекать окружность в трех точках.

И все это вы можете проделать, закрыв глаза и не двигаясь с места.

Вы можете проделать это буквально силой мысли.

Насколько нам сейчас известно, это биологическое достижение свойственно исключительно людям. Если гиппопотамы тоже так умеют, они хорошо шифруются.

Если вам это удастся, не сомневайтесь — у вас подходящий генетический потенциал и умственные способности, чтобы достичь больших успехов в математике. С биологической точки зрения это все, что вам надо. Остальные ингредиенты не генетические, и они также вам доступны. Речь об искренности, терпении, смелости и желании.

Как создавать мощные и ясные образы

Великие идеи всегда интуитивны и всегда просты. Более того, они *до смешного* просты. На самом деле мы умеем понимать только очевидные вещи. Если что-то неочевидно, значит, мы не до конца это поняли.

Этот вселенский закон — человеческий закон. Он гласит, что наша наука придумана людьми, а люди, на самом глубинном уровне, все сделаны по одному образцу.

Великие открытия совершены людьми, которые просто пытаются что-то понять. Они просто хотят, чтобы это было очевидно. Если они не понимают, то они не притворяются,

что понимают. Они продолжают искать подходящий путь, подходящие мысленные образы, подходящий взгляд на вещи — пока все не станет для них очевидным.

Хорошая новость: с помощью этого метода они могут открыть только очевидные вещи. И то, что стало очевидным для них, может стать очевидным и для вас.

А значит, у вас нет никаких оснований бояться.

Это касается всех областей интеллектуального творчества и тем более — математики. Математическое знание не опирается на экспериментальные данные. Для него не нужно накапливать энциклопедические познания. В частности, учебники математики не содержат вообще ничего, кроме очевидных фактов.

Парадокс в том, что, чтобы понять очевидность очевидного, нужно предварительно выстроить мысленные представления, позволяющие это сделать. Стоит один раз создать эти образы — и они позволят видеть суть мгновенно и без усилий. Но для их построения нужно много времени и труда.

Сами того не осознавая, вы уже построили вполне неплохой мысленный образ круга. То, что удалось вам с кругом, нужно будет воспроизвести с другими объектами, строить другие мысленные образы и комбинировать их, чтобы создать еще много других.

Никто не рождается с готовыми образами. Никто не умеет создавать их мгновенно. Процесс их построения занимает гораздо больше времени, чем можно представить. И у всех он состоит из сомнений, продвижения наощупь, тупиков и возвращения к началу. На самом деле он длится всю жизнь.

Занимаетесь вы математикой или нет, ваше видение мира и мысленные образы постоянно эволюционируют.

Вот здесь и начинается устная традиция математиков. Речь идет не о чудотворных рецептах, как стать сверхчеловеком, а о вполне простых принципах, помогающих лучше строить мысленные образы.

На кону — ни много ни мало власть над тем, как вы строите собственный взгляд на мир.

Вы знаете, что для хорошего здоровья надо заниматься спортом, есть фрукты и овощи, избегать наркотиков и выпотеться. Но сможете ли вы назвать несколько базовых принципов, позволяющих создавать мощные и ясные мысленные образы?

Все то время, пока вас пытались убедить, что надо мыслить логически, а вы втайне решали по-настоящему доверять лишь интуиции, никто не рассматривал эту тему всерьез.

Вы как-то справлялись без методики и с ложным убеждением, что ваша интуиция в чем-то хороша, а в чем-то плоха, но, по сути, у вас нет никакой возможности ее развить.

В таких условиях просто чудо, что вы вообще чему-то научились.

И все же, как мы увидим в следующей главе, вам уже удалось развить надежную математическую интуицию. Возможно, вы считаете себя неспособными к математике, но вы прекрасно усвоили математические понятия, которые на протяжении 99% истории человечества считались уделом исключительно гениев.

Вы уже построили отличные мысленные образы и пользуетесь ими изо дня в день.