

ЮЛИЯ ЛАТЫШЕВА

ЕГЭ

МАТЕМАТИКА
БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ

ПОДГОТОВКА 
за **15**
МИНУТ
В ДЕНЬ

Издательство АСТ
Москва



ВВЕДЕНИЕ

Эта книга — это не просто пособие по подготовке к ЕГЭ по математике. Это настоящее приключение в мире чисел, смешных и коварных задач, которое поможет вам с легкостью подготовиться к экзамену.

Вы узнаете, как не бояться сложных математических терминов и формул, научитесь быстро и легко решать задачи любой сложности, а главное — получите массу положительных эмоций и хорошего настроения. Ведь математика — это не скучно, когда она подается увлекательно! Эта книга станет отличным помощником для всех, кто хочет успешно сдать базовый ЕГЭ по математике!

Уделяя всего 15 минут в день ежедневным занятиям, вы сможете подготовиться к успешной сдаче экзамена благодаря этой книге. Она поможет вам сохранить хорошее настроение, систематизировать знания и научиться решать задачи быстро и правильно.

У вас в руках — незаменимый помощник для всех старшеклассников, готовящихся к единому государственному экзамену по базовой математике. Сборник станет отличным дополнением к основному учебному материалу и поможет учащимся успешно сдать ЕГЭ, а также развить логическое мышление и аналитические способности.

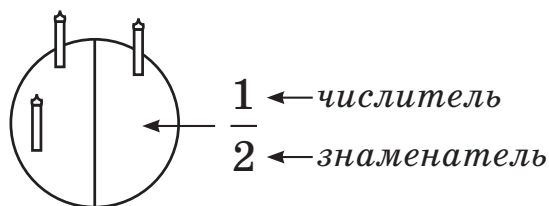
ХОЧУ НАПОМНИТЬ: ДОБИТЬСЯ ЖЕЛАЕМОГО РЕЗУЛЬТАТА — В ВАШИХ РУКАХ. ДЛЯ ЭТОГО НУЖНО НЕМНОГО УПОРСТВА, ЧУТОЧКУ ТЕРПЕНИЯ И ЩЕПОТКУ ТРУДА, А ГЛАВНЫЙ ИНСТРУМЕНТ У ВАС УЖЕ ЕСТЬ — ЭТА КНИГА!



ДРОБИ. ЗАДАНИЕ №14.

Знаю, что многие, прочитав слово «дроби», перекрестились и подумали: «Неужели ОПЯТЬ нужно проходить эти круги ада?». Мой ответ на это будет таков: «Если разложить круги ада по полочкам и разобраться в их устройстве раз и навсегда, тогда они превратятся в захватывающие американские горки». Без полного понимания дробей мы не сможем сделать главного — записать ответ в бланк, именно поэтому начинаем мы с них.

Начнём с главного вопроса: «А что вообще такое дробь?». Давайте представим, что сейчас у вас день рождения, и перед вами на столе стоит большой, красивый и вкусный торт, гости уже требуют чаепития, и задача разрезать его на кусочки ложится на ваши плечи. Представим худшую ситуацию, что на ваш праздник пришёл только один человек, хотя в этом есть свои плюсы: например, каждому из вас достанется пол торта! В математике мы это запишем так: $\frac{1}{2}$ торта досталась каждому. Это значит, что один торт мы разделили на два человека. Верхняя часть дроби называется числитель, нижняя — знаменатель. А черта между числами называется дробной, она означает деление. После 6 класса мы с вами уже забываем знак $\frac{\quad}{\quad}$, и в 90% случаях используем дробную черту.



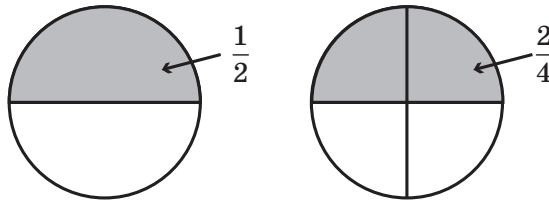
ЗНАМЕНАТЕЛЬ ПОКАЗЫВАЕТ НА СКОЛЬКО ЧАСТЕЙ МЫ РАЗДЕЛИЛИ НЕЧТО ЦЕЛОЕ, А ЧИСЛИТЕЛЬ — СКОЛЬКО ТАКИХ ЧАСТЕЙ МЫ ВЗЯЛИ. ДОПУСТИМ, ЧТО ВЫ ЖАДНЫЙ ИМЕНИННИК И РЕШИЛИ СО СВОИМ ЕДИНСТВЕННЫМ ГОСТЕМ НЕ ДЕЛИТЬСЯ ТОРТОМ И СЪЕСТЬ ЕГО ВЕСЬ, ТОГДА ВЫ ВОЗЬМЁТЕ 2 КУСКА ТОРТА. МАТЕМАТИКИ БЫ СКАЗАЛИ, ЧТО ВЫ ВЗЯЛИ $\frac{2}{2}$ ТОРТА, А ВОТ ДАВАТЬ ОЦЕНКУ ЖАДНЫЙ ВЫ ИЛИ НЕТ НЕ СТАЛИ БЫ, ПОТОМУ ЧТО ЛЮБОЙ МАТЕМАТИК ЗНАЕТ: «ВСЁ В ЭТОМ МИРЕ ОТНОСИТЕЛЬНО».



Смоделируем ситуацию получше. Пусть на праздник пришло 4 человека. Если вы планируете съесть один кусок, то это будет $\frac{1}{4}$, если 2 куска, то $\frac{2}{4}$. Во втором случае дробь можно сократить, если вы помните, что это такое. А если не помните, то я сейчас расскажу. Сократить дробь — это значит разделить числитель и знаменатель на одно и тоже число, в нашем случае на 2.

$$\frac{2}{4} = \frac{2:2}{4:2} = \frac{1}{2}$$

Почему так делать можно? Как так получается, что цифры меняются, а число обозначает всё одно и то же? На рисунке видно, что $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{4}$, это абсолютно одинаковые части торта. Поэтому можете спокойно сокращать и не отказывать себе в этом удовольствии.



Если же у вас в планах съесть 3 куска, то мы получим $\frac{3}{4}$, что логично.

А теперь давайте представим, что тортика у нас 2! Разделим второй торт тоже на 4 кусочка и предположим, что вы хотите съесть весь первый торт и ещё один кусочек второго. Вашему желудку я, конечно, не позавидую в этом случае, но на какие жертвы не пойдёшь ради науки. Тогда какая часть торта окажется у вас в животе? Конечно же у вас получится $\frac{5}{4}$, потому что в первом торте было 4 куска и ещё один кусок из второго, итого вы съели 5. Такие дроби мы называем НЕПРАВИЛЬНЫМИ, и это не потому, что в них допущена ошибка, а просто потому, что числитель больше знаменателя.

$$\frac{4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$\frac{5}{4}$ и $\frac{4}{4}$ — это неправильные дроби, а $\frac{1}{4}$ — правильная.

Вывод: ДРОБЬ, В КОТОРОЙ ЧИСЛИТЕЛЬ МЕНЬШЕ ЗНАМЕНАТЕЛЯ НАЗЫВАЕТСЯ ПРАВИЛЬНОЙ, А ДРОБЬ, В КОТОРОЙ ЧИСЛИТЕЛЬ БОЛЬШЕ ЗНАМЕНАТЕЛЯ ИЛИ РАВЕН ЕМУ, НАЗЫВАЕТСЯ НЕПРАВИЛЬНОЙ. ИЗ НЕПРАВИЛЬНОЙ ДРОБИ МЫ ВСЕГДА

СТРЕМИМСЯ СДЕЛАТЬ СМЕШАННОЕ ЧИСЛО, ТО ЕСТЬ ВЫДЕЛИТЬ ЦЕЛУЮ ЧАСТЬ. ЭТО ДЕЛО НЕ ХИТРОЕ. ДЛЯ ЭТОГО НАМ НЕОБХОДИМО ПОНЯТЬ, СКОЛЬКО РАЗ ЗНАМЕНАТЕЛЬ ПОМЕЩАЕТСЯ В ЧИСЛИТЕЛЬ. В НАШЕМ СЛУЧАЕ РАССМОТРИМ ДРОБЬ $\frac{5}{4}$, И ЗАДАДИМ СЕБЕ ВОПРОС: «СКОЛЬКО РАЗ 4 ВЛЕЗАЕТ В 5?» ОТВЕТ ОЧЕВИДЕН: 1 РАЗ, И ОСТАНЕТСЯ ЕЩЁ ЕДИНИЧКА. ЭТО ОЗНАЧАЕТ, ЧТО $\frac{5}{4} = \frac{4 \cdot 1 + 1}{4} = 1\frac{1}{4}$, КСТАТИ, В ОБРАТНУЮ СТОРОНУ ЭТО ТОЖЕ РАБОТАЕТ!



$$2\frac{3}{7} = \frac{2 \cdot 7 + 3}{7} = \frac{17}{7}$$

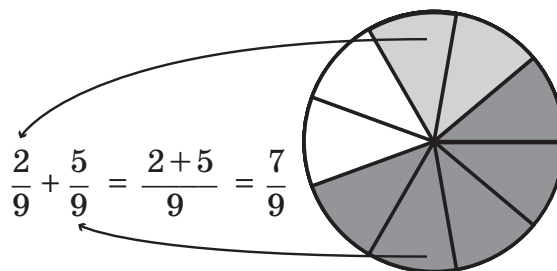
Обобщу всё это в формулу, которой можно пользоваться:

$$\text{целая часть} \frac{\text{числитель}}{\text{знаменатель}} = \frac{\text{целая часть} \cdot \text{знаменатель} + \text{числитель}}{\text{знаменатель}}$$

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ

1) Сложение и вычитание с одинаковыми знаменателями. Тут всё интуитивно понятно: если я съела на празднике $\frac{2}{9}$ тортика, то есть 2 куса, а вы $\frac{5}{9}$, то есть 5 кусков, то всего мы съели 7 кусков, то есть $\frac{7}{9}$ всего тортика.

Вывод: чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, нужно сложить или вычесть числители, а знаменатель остается тот же!



УМНОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ

Чтобы перемножить дроби, нужно перемножить их числители и знаменатели. Если в ответе получится неправильная дробь, нужно выделить в ней целую часть.

Пример 1. Найти значение выражения $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$

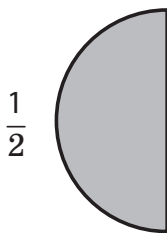
Умножаем числитель первой дроби на числитель второй дроби, а знаменатель первой дроби на знаменатель второй дроби:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6}$$

Получили ответ $\frac{2}{6}$. Желательно сократить данную дробь. Дробь $\frac{2}{6}$ можно сократить на 2. Тогда окончательное решение примет следующий вид:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{6} = \frac{2:2}{6:2} = \frac{1}{3}$$

Выражение $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ можно понимать, как взятие $\frac{2}{3}$ пиццы от половины пиццы. Допустим, у нас есть половина пиццы:



Как взять от этой половины две третьих? Сначала нужно поделить эту половину на три равные части:



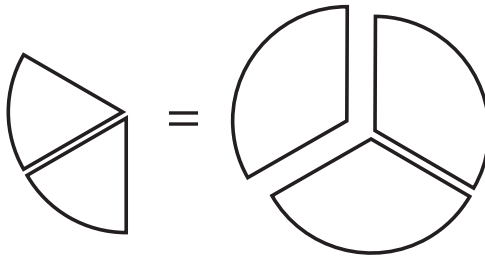
И взять от этих трех кусочков два:



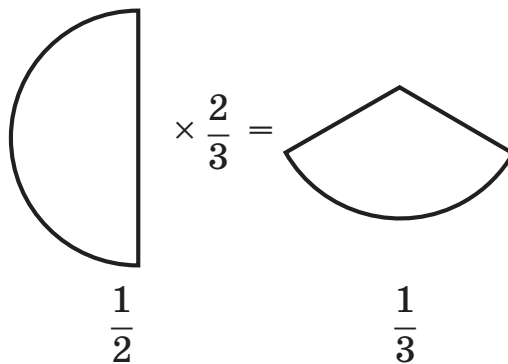
У нас получится $\frac{1}{3}$ пиццы. Вспомните, как выглядит пицца, разделенная на три части:



Один кусок от этой пиццы и взятые нами два кусочка будут иметь одинаковые размеры:



Другими словами, речь идет об одном и том же размере пиццы. Поэтому значение выражения $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ равно $\frac{1}{3}$.



Пример 2. Найти значение выражения $\frac{2}{4} \cdot \frac{5}{2}$

Умножаем числитель первой дроби на числитель второй дроби, а знаменатель первой дроби на знаменатель второй дроби:

$$\frac{2}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 5}{4 \cdot 2} = \frac{10}{8}$$

В ответе получилась неправильная дробь. Выделим в ней целую часть:

$$\frac{2}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 5}{4 \cdot 2} = \frac{10}{8} = 1 \frac{2}{8}$$

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЦЕЛОГО ЧИСЛА В ВИДЕ ДРОБИ

Любое целое число можно представить в виде дроби. Например, число 5 можно представить как $\frac{5}{1}$. От этого пятёрка своего значения не поменяет, поскольку выражение $\frac{5}{1}$ означает «число пять разделить на единицу», а это, как известно, равно пятёрке:

$$\frac{5}{1} = 5$$

ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ

Чтобы разделить дробь на дробь, нужно первую дробь умножить на дробь, обратную второй.

Пример 1. Найти значение выражения $\frac{5}{7} : \frac{3}{5}$.

Умножаем первую дробь на дробь, обратную второй. Грубо говоря, умножаем первую дробь на перевёрнутую вторую:

$$\frac{5}{7} : \frac{3}{5} = \frac{5}{7} \cdot \frac{5}{3} = \frac{5 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \frac{25}{21} = 1 \frac{4}{21}$$

Пример 2. Найти значение выражения $\frac{2}{3} : \frac{1}{7}$.

Умножаем первую дробь на дробь обратную второй:

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{1} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 1} = \frac{14}{3} = 4 \frac{2}{3}$$

КАК ПЕРЕВЕСТИ ЧИСЛО В ДЕСЯТИЧНЫЙ ВИД?

Важный навык, без которого мы не сможем записать большую часть ответов, это перевод обычной дроби в десятичный вид. Чтобы перевести простую дробь в десятичную, можно воспользоваться следующим способом:

И числитель, и знаменатель умножаем на одно и то же число. При этом число должно быть таким, чтобы знаменатель новой дроби делился нацело на 10, 100, 1000, 10000 и т. д. Для этого необходимо понять на какое именно число нужно домножить дробь. В этом нам помогут пары:

$$2 \cdot 5 = 10$$

$$4 \cdot 25 = 100$$

$$8 \cdot 125 = 1000$$

Их стоит запомнить для того, чтобы оперативно принимать решение о домножении. Домножаем всегда на то число, которое идёт в паре с множителем, что находится в знаменателе (на нули внимания не обращаем).

Пример 1:

$$\frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{15}{100} = 0,15$$

находятся в паре

После того, как наш знаменатель принял десятичный вид, переписываем числитель, считаем количество нулей в знаменателе и отсчитываем справа налево столько знаков, сколько было нулей в знаменателе, и ставим запятую, при необходимости спереди приписываем 0.

Пример 2:

$$\frac{768}{100} = 7,68$$

два знака после запятой

два нуля

А теперь время разобрать типовые задания, которые могут встретиться на экзамене!

Задание №1

Найдите значение выражения: $\frac{4}{5} + \frac{2}{4} + 3$

Решение:

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{4} + 3 = \frac{16+10}{20} + 3 = \frac{26}{20} + 3 = \frac{13}{10} + 3 = 1\frac{3}{10} + 3 = 4\frac{3}{10} = 4,3.$$

Ответ: 4,3

Задание №2

Найдите значение выражения: $\left(4\frac{2}{9} - 3\right) \cdot 3\frac{3}{5}$

Решение:

Переведём смешанные числа в неправильные дроби: $\left(\frac{38}{9} - 3\right) \cdot \frac{18}{5}$

Выполним вычитание в скобках: $\frac{38-27}{9} \cdot \frac{18}{5} = \frac{11}{9} \cdot \frac{18}{5}$

Перемножим дроби и сократим:

$$\frac{11}{9} \cdot \frac{18}{5} = \frac{22}{5} = 4,4.$$

Ответ: 4,4

Задание №3

Найдите значение выражения: $\frac{29}{7} \div \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{9}\right)$

Решение:

Переведём дроби к общему знаменателю (домножим числитель и знаменатель первой дроби на 9, а второй на 4): $\frac{35}{9} \div \left(\frac{27}{36} + \frac{8}{36}\right)$

Выполним сложение в скобках:

$$\frac{35}{9} \div \left(\frac{27}{36} + \frac{8}{36}\right) = \frac{35}{9} \div \frac{35}{36}$$

Приведём деление дробей к умножению, для этого перевернём вторую дробь:

$$\frac{35}{9} \div \frac{35}{36} = \frac{35}{9} \cdot \frac{36}{35} = \frac{36}{9} = 4$$

Ответ: 3

Задание №4

Найдите значение выражения: $33 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{11} - \frac{4}{33}\right)$

Решение:

Переведём все дроби в скобках к общему знаменателю:

$$33 \cdot \left(\frac{11}{33} - \frac{6}{33} - \frac{4}{33} \right)$$

Выполним действия в скобках:

$$33 \cdot \left(\frac{5}{33} - \frac{4}{33} \right) = 33 \cdot \frac{1}{33} = 1$$

Ответ: 1

Задание №5

Найдите значение выражения: $3\frac{1}{4} + 4\frac{1}{4} + 3$

Решение:

Выполним отдельно сложение целых частей и дробных:

$$3 + \frac{1}{4} + 4 + \frac{1}{4} + 3 = (3 + 4 + 3) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) = 10 + \frac{2}{4} = 10 + \frac{1}{2} = 10\frac{1}{2} = 10,5$$

Ответ: 10,5

Задание №6

Найдите значение выражения: $\frac{1}{\frac{3}{13} + \frac{22}{39}}$

Решение:

Приведём дроби к общему знаменателю. Для этого домножим числитель и знаменатель дроби $\frac{1}{13}$ на 3, чтобы в знаменателе получилось 39. Получим:

$$\frac{1}{\frac{3}{39} + \frac{22}{39}}$$

Полученные дроби сложим:

$$\frac{1}{\frac{3}{39} + \frac{22}{39}} = \frac{1}{\frac{25}{39}} = \frac{39}{25}$$

Для того, чтобы получить ответ домножим дробь на 4 и переведём в десятичный вид:

$$\frac{39}{25} = \frac{39 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{156}{100} = 1,56$$

Ответ: 1,56

Задание №7

Найдите значение выражения: $\frac{4,7}{6,1-1,4}$

Решение:

$$\frac{4,7}{6,1-1,4} = \frac{4,7}{4,7} = 1$$

Ответ: 1

Задание №8

Найдите значение выражения: $\frac{4,7}{6,1-1,4}$

Решение:

$$\frac{4,7}{6,1-1,4} = \frac{4,7}{4,7} = 1$$

Ответ: 1

Задание №9

Найдите значение выражения: $7,3 \cdot 1,2 + 2,37$

Решение:

Сначала выполним умножение десятичных дробей. Далее суммируем то, что получилось:

$$7,3 \cdot 1,2 + 2,37 = 8,76 + 2,37 = 11,13$$

Ответ: 11,13

Задание №10

Найдите значение выражения: $0,51 : \frac{17}{4} + \frac{22}{25}$

Решение:

$$0,51 : \frac{17}{4} + \frac{22}{25} = \frac{51}{100} : \frac{17}{4} + \frac{22}{25} = \frac{51}{100} \cdot \frac{4}{17} + \frac{22}{25} = \frac{3}{25} + \frac{22}{25} = \frac{25}{25} = 1$$

Ответ: 1

Задание №11

Найдите значение выражения: $\frac{0,408 \cdot 1,12}{40,8 \cdot 0,112}$

Решение:

$$\frac{0,408 \cdot 1,12}{40,8 \cdot 0,112} = \frac{0,408 \cdot 1,12 \cdot 100000}{40,8 \cdot 0,112 \cdot 100000} = \frac{408 \cdot 112}{408 \cdot 1120} = 0,1$$

Ответ: 0,1

ГОТОВИМСЯ К ЭКЗАМЕНУ ЗА 15 МИНУТ!

Здесь советую остановиться и потренироваться. Решите несколько примеров, приведенных ниже. Можете использовать материалы, как справочник. Это позволит вам научиться работать с литературой.

Каждая следующая тема будет более сложной, поэтому нужно тренироваться.

Но я рекомендую вам не просто решать данные примеры, а выделить на их решение ровно 15 минут и постараться уложиться в это время. Если вы потратите на их решение более 15 минут, значит вам нужно уделять дробям больше своего времени и внимания.

Всё на тренировку!

Задание №1

Найдите значение выражения: $\left(-\frac{3}{5} - 2\frac{1}{3}\right) \cdot 0,45$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №2

Найдите значение выражения: $-\frac{15}{27} \div \frac{15}{18} - \frac{1}{3}$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №3

Найдите значение выражения: $157 \div \left(3\frac{5}{57} - \frac{1}{3}\right)$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №4

Найдите значение выражения: $0,78 \div \frac{13}{4} + \frac{22}{25}$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №5

Найдите значение выражения: $\frac{23}{6} \div \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{5}\right)$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №6

Найдите значение выражения: $63 \cdot \left(\frac{2}{7} - \frac{4}{9} - \frac{11}{63} \right)$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №7

Найдите значение выражения: $\left(\frac{4}{5} + \frac{9}{10} \right) \div \frac{17}{15}$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №8

Найдите значение выражения: $58 \div \left(2\frac{9}{42} - \frac{5}{6} \right)$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №9

Найдите значение выражения: $\frac{2}{\frac{3}{49} + \frac{1}{7}}$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №10

Найдите значение выражения: $\frac{43}{3} \div \left(\frac{2}{9} + \frac{3}{8} \right)$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №11

Найдите значение выражения: $0,12 \div \frac{6}{10}$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №12

Найдите значение выражения: $6,8 \cdot 1,6 + 1,84$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №13

Найдите значение выражения: $\frac{11}{28} \div \frac{11}{7} - 2,5$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №14

Найдите значение выражения: $\left(8\frac{1}{4} - 0,7\right) \div \frac{1}{8}$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.

Задание №15

Найдите значение выражения: $\frac{4,5 + 8,7}{3,3}$

Если в ответе присутствует десятичная дробь, пишите её через запятую.