

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ **АРИФМЕТИКА**

Данная книга — это попытка предложить ряд новых, еще не разрабатывавшихся до этого сюжетов арифметических развлечений. Она ограничивается только материалом из науки цифр, стремясь как можно теснее примкнуть к различным отделам школьной арифметики. Чтобы сборник читался легко, не требуя чрезмерного напряжения, составитель избегал трудных, запутанных вопросов и включал только такой материал, который вполне посилен для большинства читателей. Хотя книга имеет в виду читателей, знакомых лишь с элементами арифметики, в ней найдутся страницы, небезынтересные и для более сведущих.

Яков Перельман.

Из предисловия к книге
«Занимательная арифметика»

СТАРОЕ И НОВОЕ О ЦИФРАХ И НУМЕРАЦИИ

ТАИНСТВЕННЫЕ ЗНАКИ

ЗАДАЧА № 1

В первые дни русской революции, в марте 1917 г., жители Санкт-Петербурга (тогда — Петрограда) были немало озадачены и даже встревожены таинственными знаками, неизвестно как появившимися у дверей многих квартир.

Молва приписывала этим знакам разнообразные начертания. Те метки, которые мне пришлось видеть, имели форму восклицательных знаков, чередующихся с крестами, какие ставились раньше возле фамилий умерших. По общему убеждению, они ничего хорошего означать не могли и вселяли страх в растерянных граждан. По городу пошли зловещие слухи. Заговорили о грабительских шайках, помечающих квартиры своих будущих жертв.

Комиссар города, успокаивая население, утверждал, что «таинственные знаки, которые чьей-то невидимой рукой делаются на дверях мирных обывателей в виде крестов, букв, фигур, как выяснилось по произведенному дознанию, делаются провокаторами и германскими шпионами». Он приглашал жителей все эти знаки стирать и уничтожать, «а в случае обнаружения лиц, занимающихся этой работой, задерживать и направлять по назначению».

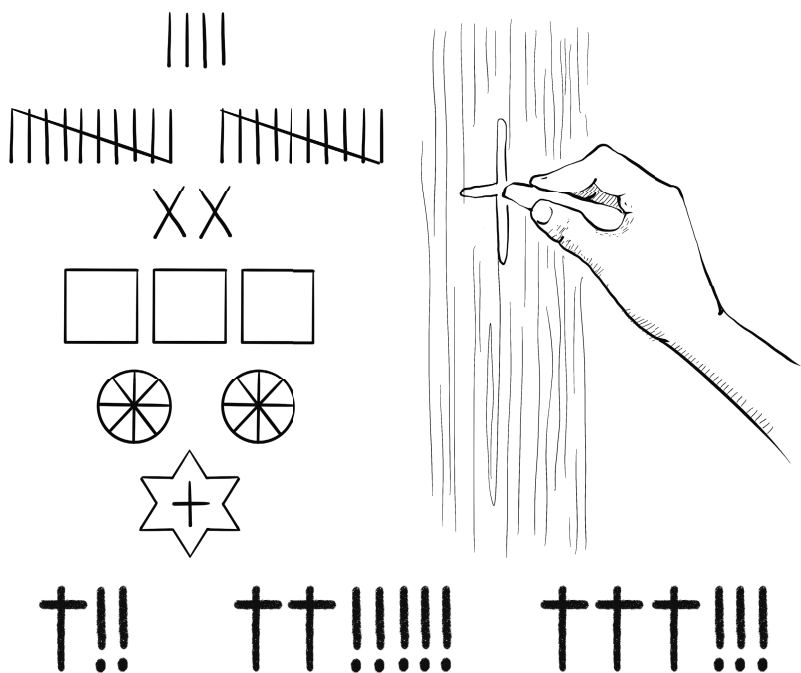
Таинственные восклицательные знаки и зловещие кресты появились также у дверей моей квартиры и квартир моих соседей. Некоторый опыт в распутывании замысловатых задач помог мне, однако, разгадать нехитрый и несколько не страшный секрет этой тайнописи.

РЕШЕНИЕ

Своим открытием я поспешил поделиться с согражданами, поместив в газете следующую заметку:

ТАИНСТВЕННЫЕ ЗНАКИ

«В связи с таинственными знаками, появившимися на стенах многих городских домов, бесполезно разъяснить смысл одной категории подобных знаков, которые, несмотря на зловещее начертание, имеют самое невинное происхождение. Я говорю о знаках такого типа:



Подобные знаки замечены во многих домах на черных лестницах и у дверей квартир. Обычно похожие знаки имеются у всех дверей данного дома, причем в пределах одного дома двух одинаковых знаков не наблюдается. Их мрачное начертание, естественно, вызывает тревогу у жильцов. Между тем смысл их, вполне невинный, легко раскрывается, если сопоставить знаки с номерами соответствующих квартир. Например, приведенные выше знаки найдены мною у дверей квартир № 12, 25 и 33:

†!!

12

††!!!!

25

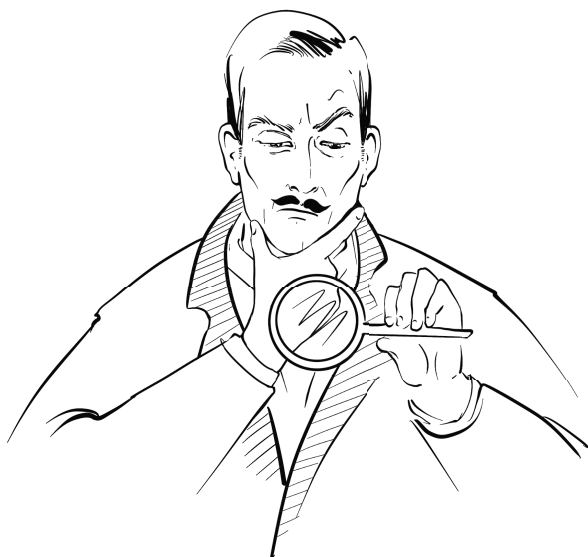
†††!!!

33

Нетрудно догадаться, что кресты означают десятки, а палочки — единицы. Так оказалось во всех без исключения случаях, которые мне приходилось наблюдать. Своеобразная нумерация эта, очевидно, принадлежит дворникам-китайцам (их тогда много было в Санкт-Петербурге), не понимающим наших цифр. Появились эти знаки, надо думать, еще до революции, но только сейчас обратили на себя внимание встревоженных граждан».



Таинственные знаки такого же начертания, но только не с прямыми, а с косыми крестами были обнаружены в домах, где дворниками служили пришедшие из деревень русские крестьяне. Здесь уже нетрудно было выяснить истинных авторов тайнописи, вовсе и не подозревавших, что их безыскусственные обозначения номеров квартир были замечены только теперь и вызвали такой переполох.



СТАРИННАЯ НАРОДНАЯ НУМЕРАЦИЯ

Откуда петербургские дворники взяли этот простой способ обозначения чисел: кресты — десятки, палочки — единицы? Конечно, они не придумали эти знаки в городе, а привезли их из родных деревень. Нумерация эта давно уже широко употреблялась и была понятна каждому, даже неграмотному крестьянину в самом глухом уголке нашей страны. Восходит она, без сомнения, к глубокой древности и употреблялась не только у нас. Не говоря о родстве с китайскими обозначениями, бросается в глаза сходство этой упрощенной нумерации с римской: в римских цифрах палочки означают единицы, косые кресты — десятки. Любопытно, что эта народная нумерация некогда была даже узаконена у нас: по такой системе, только более развитой, сборщиками податей должны были вестись записи в податной тетради.

«Сборщик, — читаем мы в старом Своде законов, — принимая от кого-либо из домохозяев вносимые деньги, должен сам или через писаря записать в податной тетради против имени того домохозяина, которого числа и сколько получено денег, выставляя количество принятой суммы цифрами и знаками.

Знаки сии для сведения всех и каждого ввести повсеместно одинаковые, а именно:

например,

28 рублей 57 копеек $\frac{3}{4}$:

(□□○○○○○○○○○○×××××|||||≡)

В другом месте того же тома Свода законов находим еще одно упоминание об обязательном употреблении народных числовых обозначений. Приводятся особые знаки для 1000 рублей — в виде шестиконечной звезды с крестом в ней, и для 100 рублей — в виде колеса с 8 спицами. Но обозначения для 1 рубля и 10 копеек здесь устанавливаются иные, чем в предыдущем законе.

Вот текст закона об этих так называемых ясачных знаках: «Чтобы на каждой квитанции, выдаваемой родовитому старосте, от которого внесен будет ясак, кроме изложения словами, было показываемо особыми знаками число внесенных рублей и копеек так, чтобы сдающие простым счетом сего числа могли быть уверены в справедливости показания». Употребляемые в квитанции знаки означают:

★ — 1000 рублей;

⊗ — 100 рублей;

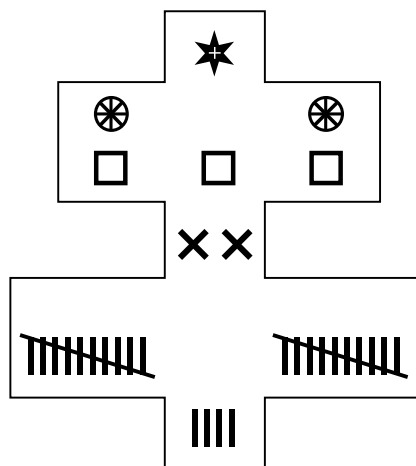
□ — 10 рублей;

× — 1 рубль;

||||| — 10 копеек;

| — 1 копейка.

«Дабы нельзя было сделать здесь никаких прибавлений, все таковые знаки очерчивать прямыми линиями». Например, 1232 рубля 24 копейки изображали так:



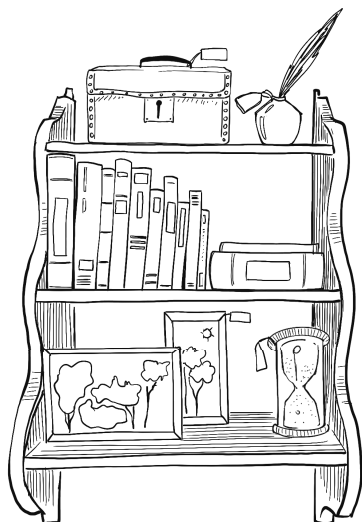
Как видите, употребляемые нами арабские и римские цифры не единственный способ обозначения чисел. В старину применялись у нас другие системы письменного счисления, отдаленно сходные с римскими и совсем не сходные с арабскими цифрами. Но и это еще не все способы изображения чисел: многие торговцы, например, имели свои секретные знаки для числовых обозначений — так называемые торговые меты.

СЕКРЕТНЫЕ ТОРГОВЫЕ МЕТЫ

На вещах, купленных у офеней (торговцев мелочами, странствующих по деревням) или в частных магазинах, особенно провинциальных, можно было заметить иногда непонятные буквенные обозначения вроде:



Это не что иное, как цена вещи без запроса, которую торговец для памяти обозначал на товаре, но так, чтобы ее не мог разгадать покупатель. Бросив взгляд на эти буквы, торговец сразу проникал в их скрытый смысл и, сделав надбавку, называл покупателю цену с запросом.



Такая система обозначения весьма проста, если знать ключ к ней. Торговец выбирал какое-нибудь слово, составленное из 10 различных букв (чаще всего останавливали выбор на словах: трудолюбие, правосудие, ярославец, миролюбец, Миролюбов). Первая буква слова означает 1, вторая — 2, третья — 3 и т.д.; десятой буквой обозначается ноль. С помощью этих условных букв-цифр торговец писал на товарах цену, храня в строгом секрете ключ к своей системе обозначения. Если, например, выбрано слово

п р а в о с у д и е
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0,

то цена 4 рубля 75 копеек будет выглядеть так: в уо. Метка п ое означает 1 рубль 50 копеек (150 копеек), п ее — 1 рубль (100 копеек) и т.п.

Иногда цена на товаре написана в виде дроби. Например, на одной из купленных мной книг имеется надпись

$$\frac{oe}{про}$$

Это значит, что при ключе «трудолюбие» нужно запросить у покупателя 1 рубль 25 копеек, а себестоимость книги составля-

ет 50 копеек. Секрет своей меты торговцы строго берегут, но если купить в одном и том же магазине несколько вещей, то, сопоставляя названную торговцем цену с соответствующими обозначениями, нетрудно догадаться о значении букв. Особенно легко разгадывать меты дешевых товаров, где запрашивают немного, так что первые цифры уплаченных сумм отвечают начальным буквам обозначения. Разгадав же несколько букв, легко понять значение остальных.

При некоторой проницательности может быть разгадан ключ к любой мете. Допустим, вы купили несколько вещей и заплатили за первую 25, за вторую — 22, за третью — 28 копеек. В уголках этих предметов вы находите такие обозначения: *ро*, *рр*, *рд*.

Ясно, что буква *р* означает 2. Отгадав по другим товарам еще одну букву (например, *с* = 6), вы поймете, что ключ — правосудие. Число подходящих слов, надо заметить, ограничено, и выбор не бывает чересчур затруднительным.

АРИФМЕТИКА ЗА ЗАВТРАКОМ

После сказанного легко сообразить, что числа можно изображать не только с помощью цифр, но и любыми иными знаками или даже предметами: карандашами, перьями, линейками, резинками и т. д. Надо только условиться приписывать каждому предмету значение какой-нибудь определенной цифры. Можно даже ради курьеза с помощью таких цифр-предметов изображать действия над числами: сложение, вычитание, умножение, деление. Вот, например, ряд действий над числами, обозначенный предметами сервировки стола. Вилка, ложка, нож, кувшинчик, чайник, тарелка — все это знаки, каждый из которых заменяет определенную цифру.

ЗАДАЧА № 2

Глядя на группу, составленную из столовых приборов и посуды, попробуйте угадать, какие именно числа здесь обозначены. На первый взгляд такая задача кажется очень трудной: приходится разгадывать настоящие иероглифы. Но ваше задание гораздо легче: вы же знаете, что числа хотя и обозначены вилками, ножами, ложками и т. п., написаны здесь по десятичной системе счисления.



Вам известно, что тарелка, стоящая на втором месте (считая справа), есть цифра десятков, что предмет справа от нее — цифра единиц, а по левую сторону — цифра сотен. Кроме того, вы знаете, что расположение всех этих предметов имеет определенный смысл, который вытекает из сущности арифметических действий, производимых над обозначенными ими числами. Все это может значительно облегчить вам решение предложенной задачи.

РЕШЕНИЕ

Вот как можно найти значение расставленных здесь предметов. Рассматривая первые три ряда на нашем рисунке, вы видите, что «ложка», умноженная на «ложку», дает «нож». А из следующих рядов видно, что «нож» без «ложки» дает «ложку» или что «ложка» + «ложка» = «нож». Какая же цифра дает одно и то же число и при удвоении, и при умножении на себя? Это может быть только 2, потому что $2 \times 2 = 2 + 2$.

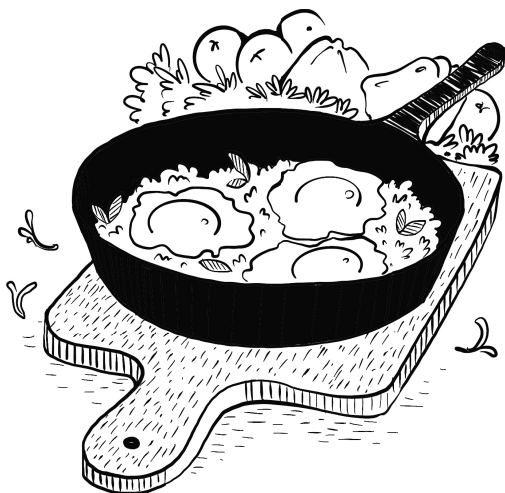
Таким образом узнаем, что «ложка» = 2 и, следовательно, «нож» = 4.

Идем дальше. Какая цифра обозначена «вилкой»? Попробуем разгадать это, присмотревшись к первым трем рядам, где «вилка» участвует в умножении, и к рядам 3, 4 и 5, где она фигурирует в вычитании. Из группы вычитания вы видите, что, отнимая в разряде десятков «вилку» от «ложки», получаем «вилку», то есть $2 - \text{«вилка»} = \text{«вилка»}$. Это может быть в двух случаях: либо «вилка» = 1, и тогда $2 - 1 = 1$, либо же «вилка» = 6, и тогда, вычитая 6 из 12 (единица высшего разряда занимается у «чашки»), получаем 6.

Что же выбрать: 1 или 6? Испытаем, годится ли 6 для «вилки» в других действиях. Обратите внимание на сложение рядов 5 и 6: «вилка» (то есть 6) + «чашка» = «тарелка». Значит, «чашка» должна быть меньше 4 (потому что в рядах 7 и 8 «тарелка» – «вилка» = «чашка»). Но «чашка» не может равняться двум, поскольку цифра 2 обозначена уже «ложкой». Не может «чашка» быть и единицей, иначе вычитание 4-го ряда из 3-го не могло бы дать трехзначного числа в ряду 5. Не может, наконец, «чашка» обозначать и 3: если «чашка» = 3, то «бокальчик» (см. ряды 4 и 5) должен обозначать единицу, потому что $1 + 1 = 2$, то есть «бокальчик» + «бокальчик» = «чашка», убавленная на единицу, которая была занята при вычитании в разряде десятков.



Но «бокальчик» не может равняться единице, потому что тогда «тарелка» в ряду 7 будет обозначать в одном случае цифру 5 («бокальчик» + «нож»), а в другом — цифру 6 («вилка» + «чашка»), чего быть не может. Значит, нельзя допустить, что «вилка» = 6, ее нужно принять равной единице.



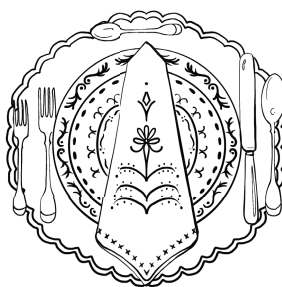
Узнав путем таких довольно долгих поисков, что «вилка» обозначает цифру 1, дальше мы идем более уверенно и быстро. Из действия вычитания в рядах 3 и 4 видим, что «чашка» обозначает либо 6, либо 8. Но 8 приходится отвергнуть, потому что тогда вышло бы, что «бокальчик» = 4, а мы знаем, что цифра 4 обозначена «ножом». Итак, «чашка» обозначает цифру 6, а следовательно, «бокальчик» — цифру 3.

Какая же цифра обозначена «кувшинчиком» в ряду 1? Это легко узнать, раз нам известно произведение (3-й ряд, 624) и один из множителей (2-й ряд, 12). Разделив 624 на 12, получаем 52. Следовательно, «кувшинчик» = 5. Значение «тарелки» определяется просто: в ряду 7 «тарелка» = «вилка» + «чашка» = «бокальчик» + «нож», то есть «тарелка» = $1 + 6 = 3 + 4 = 7$. Остается разгадать цифровое значение «чайника» и «сахарницы» в ряду 7. Так как для цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 предметы уже найдены, то остается выбирать между 8, 9 и 0. Подставим в действие деления, изображенное в последних трех рядах¹, соответствующие цифры вместо предметов. Получим такое расположение (буквами ч и с обозначены «чайник» и «сахарница»).

¹ Расположение чисел здесь такое, какое принято было в Англии и Америке (а в прежнее время употреблялось в русских учебных книгах): частное и делитель пишутся по обе стороны делимого.



Число 712, мы видим, есть произведение двух неизвестных чисел чс и ч, которые, конечно, не могут быть ни нулем, ни оканчиваться нулем. Значит, ни ч, ни с не есть ноль. Остается два предположения: ч = 8 и с = 9 или же, наоборот, ч = 9 и с = 8. Но, перемножив 98 на 8, мы не получаем 712, следовательно, «чайник» обозначает 8, а «сахарница» — 9 (действительно, произведение 89 и 8 дает число 712).



Итак, мы разгадали иероглифическую надпись из предметов столовой сервировки: «кувшинчик» = 5 «ложка» = 2 «вилка» = 1 «чашка» = 6 «бокальчик» = 3 «чайник» = 8 «сахарница» = 9 «тарелка» = 7.

А весь ряд арифметических действий, изображенный этой оригинальной сервировкой, приобретает такой смысл:

$$\begin{array}{r}
 52 \times 12 \\
 \hline
 12 \\
 624 - 312 \\
 \hline
 312 \\
 312 + 462 \\
 \hline
 462 \\
 89) 774 \quad (8 \\
 \hline
 712 \\
 \hline
 62
 \end{array}$$

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ РЕБУСЫ

То, что я предлагаю назвать арифметическими ребусами, занимательная игра американских школьников. Ее суть в отгадывании задуманного слова посредством решения задачи вроде той, какую мы решили в предыдущей статье. Загадывающий задумывает слово, состоящее из 10 неповторяющихся букв, например, «трудюбие», «специально», «просвещать» и др. Приняв буквы задуманного слова за цифры, загадывающий изображает посредством этих букв какой-нибудь случай деления. Если задумано слово «просвещать», то можно взять такой пример деления:

<u>п р о с в е щ а т ь</u>	123564	3548	<i>провес</i>	<i>овса</i>
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	<u>10644</u>	34	<u>пъесс</u>	<i>ос</i>
	17124		<i>пицпрс</i>	
делимое — <i>провес</i> , 123564	<u>14192</u>		<i>псптр</i>	
делитель — <i>овса</i> , 3548	2932		<u>ртор</u>	

При некотором терпении можно успешно разгадывать эти арифметические ребусы, если только пример достаточно длинен и дает необходимый материал для догадок и испытаний. Если же выбраны слова, дающие чересчур короткий случай деления, то разгадывание очень трудно. Например:

<u>т р у д о л ю б и е</u>	<i>блюдо</i>	<i>труд</i>
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	<u>блуб</u>	<i>юе</i>
делимое — <i>блюдо</i> , 86745	<i>уло</i>	
делитель — <i>труд</i> , 1234		

В подобных случаях надо просить загадывающего продолжить деление до сотых или тысячных долей, то есть получить в частном еще два или три десятичных знака. Вот пример деления до сотых долей:

<u>с п е ц и а л ь н о</u>	<i>палец</i>	<i>пила</i>
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0	<u>пила</u>	<i>со,ел</i>
делимое — <i>палец</i> , 26734	<i>нлцо</i>	
делитель — <i>пила</i> , 2576	<u>лль</u>	
	<i>поспо</i>	
	<u>сьоен</u>	
	<i>побь</i>	