

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
Т41

Макет подготовлен при содействии
ООО «Айдиономикс»

Тимофеева, Елена Викторовна.

Т41 Справочник по математике для 5–6 классов / Е. В. Тимофеева. — Москва : Эксмо, 2025. — 352 с. — (Справочник для учащихся средней школы).

ISBN 978-5-04-173753-5

В справочнике приводятся теоретические сведения по математике за 5–6 классы по всем разделам школьного курса: «Натуральные числа», «Дроби», «Рациональные числа». Книга содержит множество примеров с подробными пояснениями, вопросы для самопроверки, а также задания повышенной сложности. Темы следуют друг за другом в том же порядке, что и в школьных учебниках.

Издание адресовано ученикам 5–6 классов. Справочник будет полезен учителям математики для организации образовательного процесса с целью отработки и закрепления материала уроков, а также при подготовке учеников к экзаменам и ВПР.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

© Е. В. Тимофеева, 2024

© ООО «Айдиономикс», 2024

© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2025

ISBN 978-5-04-173753-5

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	6
Глава 1. Натуральные числа	7
Натуральные числа и нуль. Шкалы.....	7
Представление числовой информации в таблицах	7
Цифры и числа.....	10
Отрезок и его длина. Ломаная. Многоугольник.....	19
Плоскость, прямая, луч, угол.....	33
Шкалы и координатный луч	38
Сравнение натуральных чисел	44
Представление числовой информации в столбчатых диаграммах.....	51
Действия с натуральными числами.....	53
Действие сложения. Свойства сложения.....	53
Действие вычитания. Свойства вычитания	63
Действие умножения. Свойства умножения	71
Действие деления. Свойства деления.	
Деление с остатком.....	82
Степень с натуральным показателем	90
Порядок действий в вычислениях.....	92
Числовые и буквенные выражения.	
Упрощение выражений.....	95
Уравнения.....	100
Делимость чисел	107
Делители и кратные.....	107
Признаки делимости.....	110
Простые и составные числа.....	114
Разложение на простые множители.....	115
Наибольший общий делитель натуральных чисел... 118	
Наименьшее общее кратное натуральных чисел..... 119	
Площади и объёмы.....	123
Формулы.....	123
Площадь.....	126
Единицы измерения площадей.....	127
Формула площади прямоугольника.....	129




Объёмы.....	133
Прямоугольный параллелепипед.	
Объём прямоугольного параллелепипеда.....	135
Глава 2. Дробные числа.....	140
Обыкновенные дроби.....	140
Окружность, круг, шар, цилиндр.....	141
Доли и дроби. Дроби на координатном луче.....	145
Сравнение дробей.....	150
Правильные и неправильные дроби.....	154
Смешанные числа.....	158
Основное свойство дроби. Сокращение дробей.....	162
Приведение дробей к общему знаменателю.....	165
Сложение и вычитание дробей.....	168
Сложение и вычитание дробей	
с одинаковыми знаменателями.....	169
Сравнение, сложение и вычитание дробей	
с разными знаменателями.....	174
Сравнение, сложение и вычитание смешанных	
чисел.....	179
Умножение и деление обыкновенных дробей.....	185
Умножение дробей.....	185
Деление дробей.....	189
Нахождение части от числа и числа	
по его части.....	193
Дробные выражения.....	200
Отношения и пропорции.....	203
Отношения.....	203
Пропорция.....	210
Прямая и обратная пропорциональные	
зависимости.....	215
Десятичные дроби.....	222
Определение и виды десятичных дробей.....	222
Разряды в десятичных дробях.....	224
Представление обыкновенной дроби в виде	
десятичной и десятичной — в виде	
обыкновенной.....	225
Изображение десятичных дробей	
на координатном луче.....	228
Сравнение десятичных дробей.....	229
Сложение и вычитание десятичных дробей.....	231
Округление натуральных чисел. Прикидка.....	235

Округление десятичных дробей.....	236
Умножение десятичных дробей.....	239
Деление десятичных чисел.....	242
Бесконечные периодические и непериодические дроби.....	245
Десятичные дроби и именованные числа.....	246
Проценты.....	248
Глава 3. Рациональные числа.....	258
Положительные и отрицательные числа.....	258
Понятие целых чисел.....	258
Координаты на прямой.....	261
Понятие рациональных чисел, их изображение на координатной прямой.....	262
Противоположные числа.....	264
Модуль числа.....	266
Сравнение чисел.....	268
Сложение и вычитание рациональных чисел.....	272
Сложение рациональных чисел.....	273
Вычитание рациональных чисел.....	278
Умножение и деление рациональных чисел.....	282
Умножение рациональных чисел.....	282
Деление рациональных чисел.....	286
Решение уравнений.....	288
Виды уравнений. Раскрытие скобок.....	288
Коэффициент.....	293
Подобные слагаемые.....	294
Правила решения уравнений.....	295
Координаты на плоскости.....	299
Взаимное расположение прямых на плоскости.....	299
Координатная плоскость.....	302
Графики.....	306
Симметрия.....	309
Приложение.....	314
Решение практико-ориентированных задач.....	314
Ответы.....	325

ВВЕДЕНИЕ

Справочник поможет обучающимся систематизировать, обобщить и закрепить знания за курс обучения в 5—6 классах по предмету «Математика».

Пособие содержит подробную информацию по теоретическим и практическим аспектам выполнения математических действий с натуральными, дробными и рациональными числами. В справочнике приведены начальные сведения и формулы из курса геометрии, рассматриваются приёмы работы с пропорциями и процентами, правила и способы решения уравнений.

Теоретические блоки в пособии чередуются с примерами, схемами, таблицами и алгоритмами выполнения математических действий. Это поможет систематизировать и закрепить изученный материал. Приведённые примеры с развёрнутыми разъяснениями позволят детально разобраться в темах школьного курса математики и отработать навыки выполнения различных типов заданий. Обратите внимание: практико-ориентированные задачи выделены изображением , задания повышенной сложности — символом «*». В ответах, размещённых в конце пособия, такие задания сопровождаются наиболее подробными пояснениями. Кроме того, решение практико-ориентированных задач детально рассматривается в приложении к справочнику.

Пособие поможет учащимся при подготовке к школьным занятиям, различным формам текущего и промежуточного контроля, а также к выполнению Всероссийской проверочной работы (ВПР).

Издание будет полезно учителям математики для организации образовательного процесса с целью отработки и закрепления материала уроков, а также осуществления отдельных видов контроля.

Желаем успехов!



НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И НУЛЬ. ШКАЛЫ



Натуральные числа используются для упорядочивания и счёта объектов. В истории развития математической науки первым пределом счёта называют число 10, связанное с количеством пальцев на руках. Наряду с натуральными числами изучается число ноль, которое играет особую роль в математике.

Представление числовой информации в таблицах



КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

- Таблица
- Строка
- Столбец
- Боковик
- Головка
- Ячейка

се ни у одного учащегося нет отметки «2» за год. На отметки «4» и «5» в 5 «В» классе обучаются 9 учащихся. В 5 «Г» классе нет отличников. В 5 «В» и 5 «Б» классах нет учащихся с годовой отметкой «2». Отметку «3» за год имеют 16 учащихся 5 «Б» класса и 22 учащихся 5 «В» класса. На отметки «4» и «5» в 5 «Г» классе обучаются 19 учащихся. В 5 «Г» классе 12 учащихся имеют за год отметку «3».

Класс	Обучаются на «5»	Обучаются на «4» и «5»	Имеют «3»	Имеют «2»
5 «А»	1	13	17	0
5 «Б»	0	4	16	0
5 «В»	1	9	22	0
5 «Г»	0	19	12	0

Информация в форме таблицы воспринимается легче, чем представленная в виде текста.

Чтобы потренироваться считывать информацию по таблице, ответим на следующие вопросы.

- 1) Сколько учащихся в каждом классе?
- 2) Сколько всего учащихся в пятых классах?
- 3) В каком классе меньше всего учеников?
- 4) Сколько всего отличников в пятых классах?
- 5) Сколько учащихся в пятых классах занимаются на «4» и «5»?
- 6) Сколько учащихся в пятых классах имеют отметку «3»?
- 7) Есть ли учащиеся в пятых классах, которые имеют годовую отметку «2»?

Решение.

- 1) В 5 «А» классе: $1 + 13 + 17 + 0 = 31$ ученик. Эту информацию можно найти в строке 5 «А» класса. Аналогично в 5 «Б»: $0 + 4 + 16 + 0 = 20$ учеников. В 5 «В»: $1 + 9 + 22 + 0 = 32$ ученика. В 5 «Г»: $0 + 19 + 12 + 0 = 31$ ученик.

- 2) Всего в пятых классах: $31 + 20 + 32 + 31 = 114$ учеников.
- 3) Сравним числа, полученные в пункте 1, определим, что меньше всего учеников в 5 «Б» классе — 20 человек.
- 4) Всего отличников: $1 + 0 + 1 + 0 = 2$ ученика. Эту информацию можно найти в столбце «Обучаются на 5».
- 5) На «4» и «5» обучаются: $13 + 4 + 9 + 19 = 45$ учащихся.
- 6) Отметку «3» имеют: $17 + 16 + 22 + 12 = 67$ учащихся.
- 7) Ни один из учащихся не имеет годовой отметки «2». Эта информация следует из последнего столбца.

Цифры и числа



КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

- Натуральное число
- Цифра
- Натуральный ряд
- Десятичная запись чисел
- Разряд
- Класс
- Миллион
- Миллиард



ЭТО ИНТЕРЕСНО

Собаки умеют считать до пяти и могут решать простейшие задачи. А куры способны различать числа от 1 до 5 и знакомы с простейшей логикой.

Цифра — знак, используемый для записи чисел.

Древнейшие люди считали предметы на пальцах. Когда возникла необходимость использовать числа, превышающие 10, были изобретены особые обозначения, причём у разных народов они отличались. В настоящее время люди, как правило, используют арабские цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, из которых

образуются числа. Запись числа, составленная из данных цифр, называется **десятичной записью числа**.

Числа, которые используются при счёте предметов, называются **натуральными**. Последовательность всех натуральных чисел, расположенных в порядке возрастания, называется **натуральным рядом**. Натуральный ряд **бесконечен**.

ВАЖНО! Ноль не является натуральным числом. Число 1 — наименьшее натуральное число.

- ✓ Какое натуральное число является наибольшим?

Первое натуральное число — 1, второе — 2. Каждое последующее число получается путём прибавления единицы, поэтому **не существует наибольшего натурального числа**, ведь, прибавив к нему 1, мы получим число больше, чем данное. Значит, натуральный ряд является бесконечным.

Однозначные и многозначные числа

Числа бывают однозначными и многозначными.

Числа, у которых больше одного знака (состоящие более чем из одной цифры), называются **многозначными**. Числа, которые состоят из одной цифры (содержат только один знак), называют **однозначными**.

- ✓ Число 12 является многозначным, число 9 — однозначным, поскольку в числе 9 только один знак.

Если в числе две цифры, то оно двузначное, если три — трёхзначное, если 15 — пятнадцатизначное.

Известно, что первые 10 чисел натурального ряда имеют названия: один, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь, девять, десять. Если необходимо взять больше десяти десятков, то в названии используют сотни (сотня, или число 100, — это 10 десятков). Если нужно использовать более десяти сотен, применяется новое число — тысяча (1000 — это 10 сотен).

- ✓ Приведите пример любого трёхзначного числа.

Ответ: 692.



ЭТО ИНТЕРЕСНО

Число одиннадцать — один-на-дцать, то есть один над десятком, или $1 + 10$. Аналогично образуются и другие числа второго десятка: пятнадцать — пят-на-дцать, то есть пять над десятком, или $10 + 5 = 15$.

- ✓ Приведите пример восьмизначного числа, которое состоит из пяти цифр 4 и трёх цифр 7.

Ответ: 74 747 444 (возможен другой ответ с цифрами в ином порядке).

Чтобы прочитать многозначное число, цифры в его записи разбивают на группы по три цифры справа налево. Эти группы называют **классами**. В каждом классе есть три цифры, которые означают сотни, десятки и единицы данного класса. Позиция или место расположения цифры в записи натурального числа называется **разрядом**.



Данное число читается следующим образом: четыреста шестьдесят пять миллионов, семьсот девять миллионов, пятьсот тридцать восемь тысяч двенадцать.



ЭТО ИНТЕРЕСНО

25 мая в России отмечается День счастливого билетика. Счастливым считается билет, в номере которого сумма первых трёх цифр равна сумме последних трёх цифр. Например, билет с номером 874 199 можно назвать счастливым, так как $8 + 7 + 4 = 1 + 9 + 9 = 19$.



ПОЛЕЗНО ЗНАТЬ

Знаете ли вы, как называются числа?

10 — десять

100 — сто

1000 — тысяча

1 000 000 — миллион

1 000 000 000 — миллиард (биллион)

1 000 000 000 000 — триллион

1 000 000 000 000 000 — квадриллион

1 000 000 000 000 000 000 — квинтиллион

1 000 000 000 000 000 000 000 — секстиллион

1 000 000 000 000 000 000 000 000 — септиллион

1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 — октиллион

1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 — нониллион

1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 — дециллион (декаллион)

1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 — эндекаллион

1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 — додекаллион

Гугол — число, состоящее из единицы и ста нулей.

Необходимость использовать названия чисел, превышающих триллион, в практической деятельности человека возникает довольно редко.

ПОРЯДОК ЧТЕНИЯ ЧИСЕЛ

1) Разбить число на классы, отделяя по три цифры справа налево.

2) Прочитать число слева направо в следующем порядке: называем число, представленное первой группой цифр, и наименование класса, затем — число, представленное второй группой цифр, и наименование класса и т. д.

- Если все три разряда заполнены нулями, то при чтении этот класс пропускается.
- Если некоторые разряды заполнены нулями, то нули, идущие впереди числа, не читают.

- ✓ Прочитайте число 901000049071.

Решение. Разбиваем число на классы, отделяя по три цифры справа налево:

901 000 049 071.

Читаем число 901 000 049 071: девятьсот один миллиард сорок девять тысяч семьдесят один. Класс миллионов пропустили, потому что все разряды в нём заполнены нулями. В разряде тысяч число 049 читается как 49 тысяч, нуль не называется, поскольку он стоит перед числом 49.

Для удобства чтения можно разместить данное число в таблицу, начиная с самого меньшего разряда.

Класс миллиардов			Класс миллионов		
сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.
9	0	1	0	0	0

Класс тысяч			Класс единиц		
сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.
0	4	9	0	7	1

- ✓ Обратите внимание: в числах 1350 и 1035 классы единиц 350 и 035 необходимо читать по-разному. В первом случае читается «триста пятьдесят», а во втором — «тридцать пять».

ПРАВИЛО

Названия чисел «пятьсот», «шестьсот», «семьсот», «восемьсот», «девятьсот» пишутся с мягким знаком.

Слова «миллион», «миллиард», «триллион» пишутся с двумя буквами «л».

Используются сокращения: единица — ед., сотня — сот., десяток — дес., тысяча — тыс., миллион — млн, миллиард — млрд.

ВАЖНО! Миллион — это тысяча тысяч. Миллиард — это тысяча миллионов.

ПРАВИЛО

Любое число можно записать в виде суммы разрядных слагаемых.

$$\checkmark 40\,274 = 40\,000 + 200 + 70 + 4.$$

- ✓ Представьте число 845 920 264 в виде суммы разрядных слагаемых.

Ответ: $845\,920\,264 = 800\,000\,000 + 40\,000\,000 + 5\,000\,000 + 900\,000 + 20\,000 + 200 + 60 + 4.$

ПРАВИЛО

Чтобы узнать, сколько в числе заключается всех единиц данного разряда, надо отбросить все цифры, обозначающие единицы низших разрядов, и прочесть число, выражаемое оставшимися цифрами.

- ✓ Определите, сколько сотен в числе 79 213.

Решение. Выделим числа, которые меньше разряда сотен: $79\,213$. Уберём два выделенных числа, получим число 792 — это и будет количество сотен в данном числе.

Если в записи многозначного числа некоторые числа заменены на буквы, то над записью числа ставят черту. Например, $\overline{5bs83}$ или \overline{df} , где первое число пятизначное, второе — двузначное. Эти числа можно записать в виде суммы разрядных слагаемых:

$$\overline{5bs83} = 5 \cdot 10\,000 + b \cdot 1\,000 + s \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 3;$$

$$\overline{df} = d \cdot 10 + f.$$

- ✓* Сколько натуральных чисел расположено между числами $\overline{34a}$ и $\overline{44a}$?

Проведём рассуждение. $\overline{44a} - \overline{34a} = 100$ единиц. Однако это значение не может быть верным ответом, потому что необходимо найти количество чисел **между** данными, значит, крайние учитываться не должны, то есть разность чисел

надо уменьшить на единицу. Таким образом, количество чисел между $\overline{34a}$ и $\overline{44a}$ — 99.

Для того чтобы лучше понять этот факт, проверим, сколько чисел между 5 и 7: $7 - 5 - 1 = 1$ число (число 6).

Именованные числа

В речи, как правило, используются числа с определённым наименованием: 24 человека, 89 ящиков, 34 единицы. Записи вида «7 кг», «15 ящ.», «185 мм» называют **именованными числами**. Такие числа часто используются для решения задач.

- ✓ В магазин в первый день привезли 18 ящиков апельсинов по 12 кг в каждом, а во второй день — 15 таких же ящиков. Сколько всего килограммов апельсинов привезли в магазин за 2 дня?

Решение. В данной задаче используются следующие именованные числа: 1 день, 2 дня, 18 и 15 ящиков, 12 кг.

Способ 1

1) $18 + 15 = 33$ (ящ.) — столько ящиков привезли за 2 дня.

2) $33 \cdot 12 = 396$ (кг).

Способ 2

1) $18 \cdot 12 = 216$ (кг) — привезли в первый день.

2) $15 \cdot 12 = 180$ (кг) — привезли во второй день.

3) $216 + 180 = 396$ (кг).

Ответ: 396 кг апельсинов привезли за 2 дня.

Римские числа

Помимо арабской системы записи чисел довольно часто применяют римскую систему, получившую некогда широкое распространение благодаря влиянию Римской империи. Римские числа наряду с арабскими нередко используют в исторической ли-

