

УДК 373.5:51
ББК 22.1я2
Б83



eksmo.ru

Официальный
интернет-магазин
издательства «Эксмо»



Хочешь стать
автором «Эксмо»?

Макет подготовлен при содействии ООО «Айдиономикс»

Бородачева, Елена Михайловна.
Б83 Математика / Е. М. Бородачева. — Москва : Эксмо, 2025. — 320 с. — (Карманный справочник для подготовки к ЕГЭ, ОГЭ и ВПР).

ISBN 978-5-04-206086-1

Справочник содержит все темы школьной программы по математике с 5 по 11 класс. Теоретический материал удобно структурирован и представлен понятным языком. Приводится информация по разделам «Начала анализа и алгебры», «Геометрия», «Элементы математического анализа», «Элементы комбинаторики и теории вероятностей».

Пособие поможет в подготовке к ЕГЭ, ОГЭ и ВПР, а также контрольным и самостоятельным работам. Благодаря своей компактной форме его можно всегда брать с собой и повторить материал в любой момент.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я2

ISBN 978-5-04-206086-1

- © Бородачева Е.М., 2025
- © ООО «Айдиономикс», 2025
- © Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2025

СОДЕРЖАНИЕ

Некоторые постоянные..... 9

1. Начала анализа и алгебры

1.1. Числа, действия с числами.....	11
Классы чисел.....	11
Правила округления	20
Модуль действительного числа и его свойства	22
Дробные выражения	23
Проценты.....	24
Пропорциональность	25
Степени и корни	27
Числовые последовательности и прогрессии	33
Числовые неравенства.....	40

Логарифмы	45
Тригонометрические формулы.....	47
1.2. Многочлены	65
Действия над одночленами	65
Действия над многочленами	68
Разложение многочлена на множители.....	74
Корни многочлена.....	76
1.3. Уравнения и неравенства	83
Уравнения	83
Система уравнений	133
Неравенства	151
1.4. Функции и графики.....	162
Основные определения	162
Линейные преобразования графиков функций.....	170
Линейная функция	177
Квадратичная функция.....	184

Обратно пропорциональная зависимость	188
Дробно-линейная функция	191
Степенная функция	194
Показательная функция	197
Логарифмическая функция	200
Свойства и графики тригонометрических функций	202
Свойства и графики обратных тригонометрических функций	211

2. Геометрия

2.1. Планиметрия	220
Треугольник	220
Четырёхугольники	232
Многоугольник	239
Окружность, круг	241
2.2. Стереометрия	245

Многогранник, призма, параллелепипед, куб, правильный многогранник	245
Пирамида	252
Конус, цилиндр	254
Сфера, шар	257
2.3. Аналитическая геометрия	261
Система координат на плоскости и в пространстве	261
Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости	267
Простейшие задачи анали- тической геометрии	270
Векторы	271
Прямая на плоскости	278
Плоскость	283
Уравнения окружности и сферы	287

3. Элементы математического анализа

3.1. Пределы	289
Свойства пределов	289
Некоторые пределы	290
3.2. Производные и дифференциалы	293
Определения	293
Дифференцирование арифметических операций	294
Производные основных элементарных функций	296
Использование производной в исследовании функции	299
3.3. Интегральное исчисление	300
Неопределённый интеграл	300
Определённый интеграл	306

4. Элементы комбинаторики и теории вероятностей

4.1. Элементы комбинаторики.....	308
Перестановки	309
Размещения	310
Сочетания	311
4.2. Элементы теории вероятностей ...	312
Случайные события и действия над ними	312
Действия над событиями.....	314
Основные теоремы о вероят- ностях.....	316

Некоторые постоянные

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{1}{6} \approx 0,166$$

$$\frac{1}{10} = 0,1$$

$$\frac{1}{3} \approx 0,333$$

$$\frac{1}{7} \approx 0,142$$

$$\frac{1}{100} = 0,01$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{1}{8} = 0,125$$

$$\frac{1}{1000} = 0,001$$

$$\frac{1}{5} = 0,2$$

$$\frac{1}{9} \approx 0,111$$

$$\sqrt{2} \approx 1,414$$

$$\sqrt{7} \approx 2,645$$

$$\sqrt{3} \approx 1,732$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2,828$$

$$\sqrt{5} \approx 2,236$$

$$\sqrt{10} \approx 3,162$$

$$\sqrt{6} \approx 2,449$$

$$0! = 1$$

$$3! = 6$$

$$1! = 1$$

$$4! = 24$$

$$2! = 2$$

$$5! = 120$$

$$\ln 0 = 1$$

$$\ln 2 \approx 0,693$$

$$\ln 3 \approx 1,098$$

$$\ln 4 \approx 1,386$$

$$\ln 5 \approx 1,609$$

$$\ln 6 \approx 1,791$$

$$\ln 7 \approx 1,945$$

$$\ln 8 \approx 2,079$$

$$\ln 9 \approx 2,197$$

$$\lg 1 = 0$$

$$\lg 2 \approx 0,301$$

$$\lg 3 \approx 0,477$$

$$\lg 4 \approx 0,602$$

$$\lg 5 \approx 0,699$$

$$\lg 6 \approx 0,778$$

$$\lg 7 \approx 0,845$$

$$\lg 8 \approx 0,903$$

$$\lg 9 \approx 0,954$$

$$\pi \approx 3,141$$

$$\pi^2 \approx 9,869$$

$$\pi^3 \approx 31,006$$

$$\pi^4 \approx 97,409$$

$$2\pi \approx 6,283$$

$$\frac{\pi}{2} \approx 1,570$$

$$\frac{\pi}{3} \approx 1,047$$

$$\frac{1}{\pi} \approx 0,318$$

$$\sqrt{\pi} \approx 1,772$$

$$e \approx 2,718$$

$$e^2 \approx 7,389$$

$$\frac{1}{e} \approx 0,367$$

$$\sqrt{e} \approx 1,648$$

1. НАЧАЛА АНАЛИЗА И АЛГЕБРЫ

1.1. Числа, действия с числами

Классы чисел

Натуральные числа

Натуральными называют числа, с помощью которых можно считать предметы: 1, 2, 3 и т. д. Число 0 не является натуральным.

Последовательность всех натуральных чисел, расположенных в порядке их возрастания, называется **натуральным рядом**.

Множество всех натуральных чисел принято обозначать символом N (от лат. *naturalis* — естественный):

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}.$$

Любое натуральное число можно представить в виде суммы разрядных слагаемых:

$$a = \overline{a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_2 a_1 a_0} =$$

$$= a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0,$$

где 10^i — i -я разрядная единица, a_i — количество i -х разрядных единиц, $a_n > 0$.

Таблица разрядов и классов натуральных чисел

Порядок	Значение разрядной единицы	Классы	Разряды
0	10^0	единица	единицы
1	10^1		десятки
2	10^2		сотни
3	10^3	тысяча	единицы тысяч
4	10^4		десятки тысяч
5	10^5		сотни тысяч

>>>

>>>

Порядок	Значение разрядной единицы	Классы	Разряды
6	10^6	миллион	единицы миллионов
7	10^7		десятки миллионов
8	10^8		сотни миллионов
9	10^9	миллиард	единицы миллиардов
10	10^{10}		десятки миллиардов
11	10^{11}		сотни миллиардов

Числа высокой разрядности:

10^9 — миллиард,

10^{12} — триллион,
 10^{15} — квадриллион,
 10^{18} — квинтиллион,
 10^{21} — секстиллион,
 10^{24} — септиллион,
 10^{27} — октиллион,
 10^{30} — нониллион,
 10^{33} — дециллион.

Целые числа

Два числа, отличающиеся друг от друга только знаком, называются **противоположными** (например: $+1$ и -1 , $+5$ и -5). **Положительные** числа — это числа больше нуля (со знаком $+$), а **отрицательные** — это числа меньше нуля (со знаком $-$).

Целыми называются все натуральные числа, число 0 и все отрицательные числа, противоположные натуральным. Множество целых чисел обозначается Z :

$$Z = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2\dots\}.$$

Однозначными называются целые неотрицательные числа, которые можно записать с помощью одной десятичной цифры (0, 1, 2...9), **двузначными** — с помощью двух цифр (10, 11, 12...99) и т. д. Числа, для записи которых используется более одной цифры, называются **многозначными**.

Рациональные числа

Число, которое можно записать в виде отношения $\frac{m}{n}$, где m — целое число, n — натуральное, называется **рациональным**.

Множество рациональных чисел обозначается Q :

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in Z, n \in N \right\}.$$

Существуют две формы записи рационального числа — обыкновенная и десятичная дроби.

Обыкновенная (или **простая**) дробь — запись рационального числа в виде $\pm \frac{m}{n}$ ($n \neq 0$). При этом делимое m называется **числителем** дроби, а делитель n — **знаменателем**.

Обыкновенная дробь может быть правильной, неправильной и смешанной. **Правильной** называется дробь, у которой модуль числителя меньше модуля знаменателя ($|m| < |n|$) и которая представляет собой число по модулю меньше единицы. Дробь, не являющаяся правильной, называется **неправильной** и представляет собой число больше единицы или равное ей по модулю.