

ДЖОРДАН ЭЛЛЕНБЕРГ

Профессор математики,
автор бестселлера
«Как не ошибаться»



ФОРМА РЕАЛЬНОСТИ

Перевод
Евгения Поникарова
Под редакцией
профессора,
члена Academia Europaea
Михаила Гельфанда

СКРЫТАЯ ГЕОМЕТРИЯ
СТРАТЕГИИ, ИНФОРМАЦИИ,
ОБЩЕСТВА, БИОЛОГИИ
И ВСЕГО ОСТАЛЬНОГО

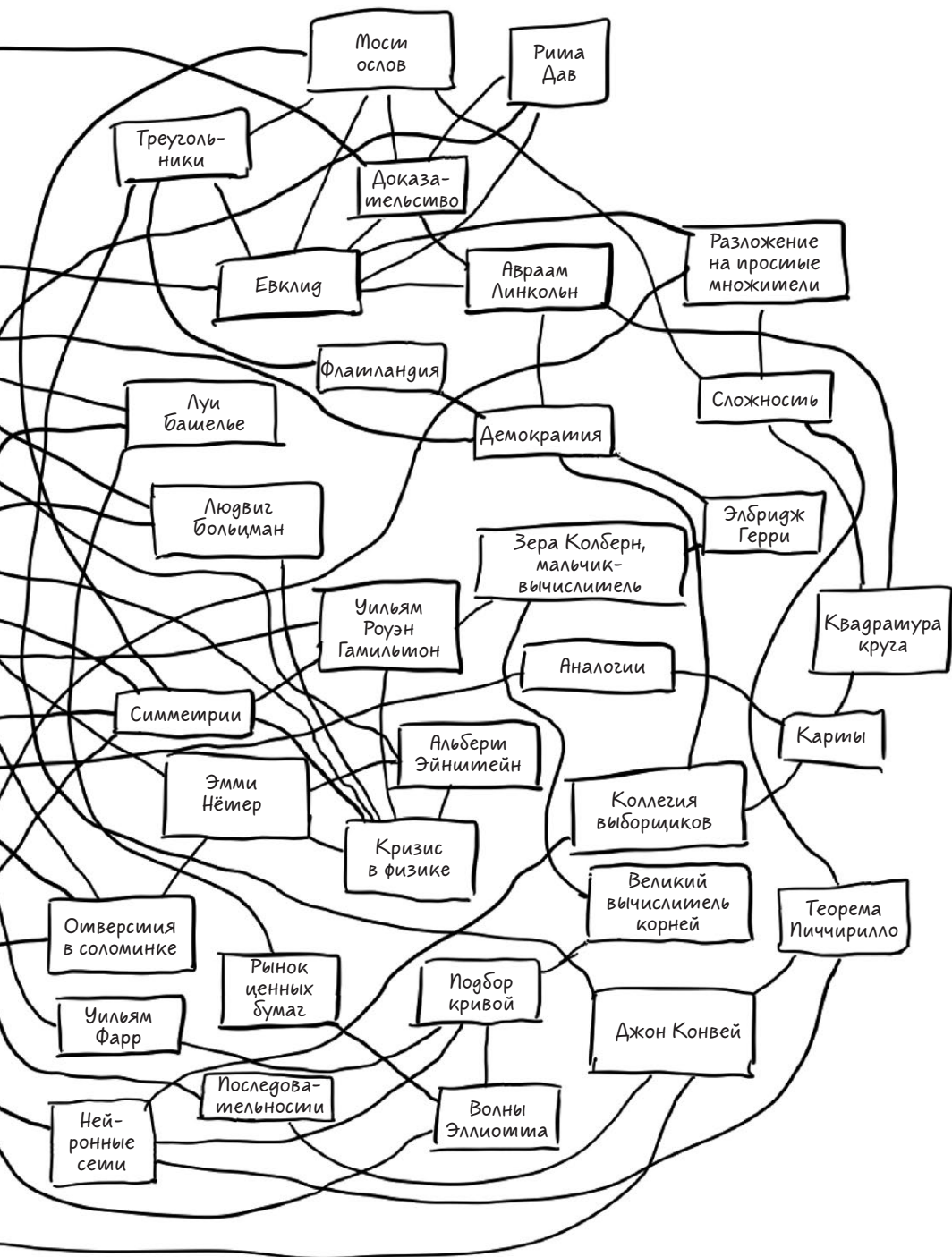


МИ∞

Оглавление

Введение. Каковы вещи на самом деле и как они выглядят	13
Глава 1. «Я голосую за Евклида»	21
Глава 2. Сколько отверстий в соломинке?	50
Глава 3. Одно название разных вещей	71
Глава 4. Фрагмент сфинкса	85
Глава 5. «Его стиль — непобедимость»	125
Глава 6. Загадочная сила метода проб и ошибок	177
Глава 7. Искусственный интеллект как альпинизм	203
Глава 8. Вы — свой нольюродный брат, и другие карты	227
Глава 9. Три года воскресений	242
Глава 10. Что произошло сегодня, произойдет и завтра	249
Глава 11. Этот ужасный закон увеличения	288
Глава 12. Дым в листе	313
Глава 13. Складка в пространстве	353
Глава 14. Как математика разрушила демократию, но все еще может ее спасти	401
Заключение. Я доказываю теорему, и дом расширяется	484
Благодарности	498
Примечания	501
Предметно-именной указатель	539

*Обитателям пространства в целом
и СЖ и АВ в частности*



ВВЕДЕНИЕ

Каковы вещи на самом деле и как они выглядят

Я — математик, публично говорящий о математике. Это как будто снимает блокировку внутри людей, и они начинают делиться со мной историями, которые, я чувствую, уже давно (а может быть, и никогда) никому не рассказывали. И это истории о математике. Иногда они печальные: учитель математики втоптывает эго ребенка в грязь безо всякой причины — просто из низости. Иногда немного счастливее: переживание внезапного озарения в детской голове, к которому взрослые хотели бы вернуться, но так и не смогли. (На самом деле это тоже печально.)

Часто эти истории связаны с геометрией. Похоже, она выделяется в воспоминаниях о старшей школе, как странная высокая нота в припеве. Одни ненавидят ее, говоря, что именно после изучения геометрии математика утратила для них смысл. Другие утверждают, что геометрия — единственная часть математики, которая им понятна. Геометрия — это кинза математики. Мало кто к ней относится нейтрально.

Что же выделяет геометрию? Каким-то образом она первична и встроена в наши тела. С криком покинув материнскую утробу, мы тут же начинаем изучать окружающий мир, каков он на самом деле и как выглядит. Я не из тех людей, которые станут уверять, что все важное в вашей внутренней жизни восходит к потребностям живших в саванне косматых охотников-собирателей, однако вряд ли можно сомневаться в том, что эти люди должны были развить понимание форм, расстояний и мест, вероятно, еще до того, как у них появились слова для их названий. Когда южноамериканские шаманы [1] (и их неюжноамериканские подражатели) совершают свой ритуал, первое, что происходит (ну хорошо, первое, что происходит

после неконтролируемой рвоты), — это восприятие чистых геометрических форм: повторяющиеся двумерные узоры вроде решеток в классической мечети или трехмерное изображение шестиугольных ячеек, собранных в колеблющиеся соты. Геометрия существует даже тогда, когда остальная часть нашего мыслящего разума отключена.

Скажу честно: сначала я был к геометрии равнодушен. Что, наверное, странно, если учесть, что сейчас я математик, а заниматься геометрией — моя непосредственная работа!

Все было иначе, когда я был членом школьной команды по математике. Команда называлась «Углы ада»*, на турниры мы приходили в одинаковых черных футболках и обязательно приносили магнитофон, который играл песню *Hip to Be Square*** группы Huey Lewis and the News. При этом мои товарищи прекрасно знали, что у меня проблемы с задачками типа «показать, что угол APQ равен углу CDF » или что-то в этом роде. Это не значит, что я их вообще не решал! Я их решал, но самым громоздким из возможных способов, то есть вводил координаты для точек, а затем исписывал целые страницы алгебраическими вычислениями, находя площади треугольников и длины отрезков. Все что угодно — лишь бы не так, как принято в геометрии. Иногда я решал задачу правильно, иногда — неправильно. Но каждый раз решение было уродливым.

Если и существует такая вещь, как «геометричность по природе», то я — ее полная противоположность. Можете попробовать пройти с ребенком [2] геометрический тест. Вы показываете ему последовательно пары картинок: преимущественно одинаковой формы, но примерно в каждой третьей паре правая фигура перевернута. Дети гораздо дольше рассматривают перевернутые формы. Они осознают: что-то происходит; и их исследующие мир умы тянутся

* Игра слов: *Hell's Angles* звучит похоже на *Hells Angels*. «Ангелы ада» — один из крупнейших в мире клубов байкеров. *Прим. пер.*

** Название песни можно перевести примерно так: «Круто быть нормальным», то есть не бунтарем, а законопослушным, обычным, скучным человеком. *Прим. пер.*

к новому. Дошкольники, дольше разглядывающие перевернутые фигуры, как правило, получают более высокие баллы и в тестах по математике на пространственное мышление. Они быстрее и точнее представляют себе формы и их внешний вид после поворотов или склеивания. Ну а я? У меня таких способностей практически нет. Знаете маленькую картинку на терминалах бензоколонок, которая показывает, как правильно ориентировать кредитную карту? Для меня она бесполезна. Перевести этот плоский рисунок в трехмерное действие — за пределами моих умственных способностей. Каждый раз мне приходится проверять все варианты — магнитная полоса вверху справа, магнитная полоса вверху слева, магнитная полоса внизу справа, магнитная полоса внизу слева, — пока терминал не согласится прочитать мою карту и продать мне немного бензина.

И все же в целом считается, что геометрия лежит в основе того, что требуется для реального понимания мира. Кэтрин Джонсон, математик из НАСА, ставшая широко известной после книги и фильма «Скрытые фигуры», описала свой успех в отделе летных исследований так: «Все парни имели степени [3] по математике, но забыли всю геометрию, которую знали... А я все еще ее помнила».

Могучее очарование

Уильям Вордсворт в длинной, во многом автобиографической поэме «Прелюдия, или Становление сознания поэта» рассказывает несколько неправдоподобную историю о жертве кораблекрушения — выброшенном на берег человеке, у которого не было ничего, кроме экземпляра «Начал» Евклида (книги с аксиомами и теоремами, положившей начало геометрии как предмету около двух с половиной тысяч лет назад). Это было удачей для потерпевшего кораблекрушение: несмотря на подавленность и голод, он утешался, пробираясь через рассуждения Евклида и вычерчивая рисунки палкой на песке. «Вот что значит быть молодым, чувствительным, поэтичным!» — пишет Вордсворт в зрелом возрасте. Или, говоря словами самого поэта:

*...Огромна абстракций чистых власть
над тем умом, что сам в себе не властен
и влеком толпою образов...** [4]

(У шаманов аналогичный подход: ритуал перезагружает мозг и поднимает разум над мучительным лабиринтом, где, как ему кажется, он застрял.)

Самое странное в рассказе Вордсворта о геометрии и кораблекрушении то, что в основном он правдив. Поэт позаимствовал его из мемуаров Джона Ньютона — молодого помощника работорговца, который в 1745 году оказался на острове Плантейн у берегов Сьерра-Леоне; правда, не в результате кораблекрушения: его бросил там хозяин. Островок не был необитаемым: с ним жили африканцы, и его главной мучительницей была африканская женщина, контролирувавшая распределение еды. «Важная персона в некоей собственной стране, — описывает ее Ньютон, а затем жалуется, поистине поразительно не улавливая сути дела: — Эта женщина (не знаю, по какой причине) с самого начала была настроена против меня».

Через несколько лет Ньютон едва не умирает в море, ударяется в религию, становится англиканским священником, пишет книгу «Великая благодать» (в которой предлагает изучать совсем другую книгу, если вы в депрессии), наконец отказывается от работорговли и превращается в активного участника движения за отмену рабства в Британской империи. Но вернемся на остров Плантейн. Да, у Ньютона была с собой единственная книга — издание Евклида в переводе Исаака Барроу, и в мрачные моменты жизни он прятался в ее абстрактном комфорте. «Так я часто глушил свои горести [5], — пишет он, — и почти забывал о своих переживаниях».

История о геометрии на песке не единственное заигрывание Вордсворта с этой темой. Томас де Квинси, современник Вордсворта, в своих воспоминаниях писал: «Вордсворт был большим поклонником [6] величавой математики, как минимум высшей геометрии.

* Перевод Т. Стамовой. Прим. ред.

Секрет его преклонения перед геометрией лежал в антагонизме между этим миром бестелесной абстракции и миром страсти». В школе Вордсворт не преуспевал в математике [7], но завязал крепкую дружбу с молодым ирландским математиком Уильямом Роуэном Гамильтоном; именно он, по мнению некоторых [8], и вдохновил Вордсворта на добавление к «Прелюдии» знаменитого описания Ньютона (Исаака, а не Джона): «Память о разуме гения, что в одиночку бороздит необозримый мысли океан».

Гамильтон с ранней юности был очарован [9] всеми видами академических знаний — математикой, древними языками, поэзией, — но его интерес к математике сильно подстегнула встреча с Зерой Колберном, американским мальчиком-вычислителем. Однажды небогатый фермер из Вермонта Абья Колберн обнаружил, что его шестилетний сын повторяет таблицу умножения, которой его не учили. У мальчика оказались невероятные способности к счету в уме, ничего подобного в Новой Англии до сих пор не видели. (Как и у всех мужчин в семье, у него было по шесть пальцев на руках и ногах.) Отец Зеры показывал сына различным местным сановникам, включая губернатора Массачусетса Элбриджа Герри (мы еще вернемся к нему в совершенно ином контексте), которые посоветовали отвезти мальчика в Европу, поскольку только там есть люди, способные понять и развить его выдающиеся способности. Колберны пересекли Атлантику в 1812 году, и Зера попеременно то учился, то за деньги демонстрировал свой талант по всей Европе. В Дублине он выступал вместе с гигантом-альбиносом и мисс Ханиуэлл — американкой, показывавшей чудеса ловкости с помощью пальцев ног. В 1818 году, когда ему было четырнадцать, он соревновался в вычислениях с Гамильтоном, своим ирландским подростком-аналогом, и с честью вышел [10] из этого состязания, хотя противник был силен. Однако Колберн не стал заниматься математикой: его интересовали исключительно вычисления в уме. Изучая Евклида, он нашел его легким, но «сухим и лишенным интереса». Когда два года спустя Гамильтон встретил вычислителя («Он потерял все признаки шестого пальца», — вспоминал Гамильтон; лондонский хирург удалил

его [11]) и стал расспрашивать его о применяемых методах, то обнаружил, что Колберн слабо понимает причины [12] эффективности его арифметических методов. Бросив образование, он попробовал себя на английской сцене, не преуспел, вернулся в Вермонт и прожил остаток жизни проповедником.

Когда Гамильтон в 1827 году встретил Вордсворта, ему было всего 22 года, а он уже был профессором Дублинского университета и королевским астрономом Ирландии. Вордсворту было 57 лет. Гамильтон в письме сестре описывал эту встречу так: молодой математик и старый поэт совершили «долгую-долгую полночную прогулку [13], где больше не было ничего, кроме звезд и наших собственных горячих мыслей и слов». Судя по стилю, Гамильтон не совсем отказался от поэтических амбиций. Он начал посылать Вордсворту свои стихи, и поэт отзывался о них тепло, но критически. Вскоре Гамильтон все же отказался от поэзии, фактически сделав это в стихах, прямо обращаясь к музе в произведении под названием «К поэзии», которое послал Вордсворту. Затем, в 1831 году, он передумал, написал еще одно стихотворение под названием «К поэзии» и тоже отправил его Вордсворту. Ответ поэта — один из классических случаев вежливого «опускания с небес на землю»: «Вы шлете мне потоки стихов, которые я получаю с большим удовольствием, как и все мы; однако мы опасаемся, что это занятие может сбить вас с пути Науки, который вам, похоже, суждено пройти с огромной честью для себя и пользой для других».

Не все окружение Вордсворта ценило сочетание страсти и холодного странного одинокого разума так же, как он и Гамильтон. На званом обеде [14] в доме художника Бенджамина Роберта Хейдона в конце 1817 года друг Вордсворта Чарльз Лэм напился и начал дразнить Вордсворта, издеваясь над Ньютоном и называя ученого «человеком, который не верил ничему, если это не было настолько же ясно, как три стороны треугольника». Подключился к обвинениям и Джон Китс, заявив, что Ньютон лишил радугу романтики, показав, что призма дает тот же оптический эффект. Вордсворт смеялся, стиснув зубы и, вероятно, стараясь избежать ссоры.

В портрете Вордсворта, рисуемом де Квинси, рекламируется еще одна, пока не опубликованная математическая сцена из «Прелюдии». Оказывается, в те времена у стихов были трейлеры! Де Квинси с волнением обещает, что эта сцена, по его мнению, «достигает непревзойденной величественности». В ней Вордсворт засыпает, читая «Дон Кихота», и ему снится встреча с бедуином, едущим на верблюде через пустыню. В руке араба две книги, но, что характерно для сновидений, одна не просто книга, а одновременно и тяжелый камень, а вторая — сияющая морская раковина. (Через несколько страниц оказывается, что бедуин — это Дон Кихот.) Книга-раковина выдает апокалиптические пророчества, если поднести ее к уху. А книга-камень? Это все те же «Начала» Евклида, которые здесь предстают не как скромный инструмент самопомощи, а как средство связи с бесчувственным и неизменным космосом: книга «связала души чистейшими узами разума, пред коими бессильны и пространство, и время». Логично, что де Квинси был хорош в этой психоделической среде: будучи некогда юным дарованием, он потом пристрастился к настойке опия и описал свои головокружительные видения в «Исповеди англичанина, употребляющего опиум» — сенсационном бестселлере начала XIX века.

Представление Вордсворта о геометрии — типичный взгляд стороннего наблюдателя. Да, восхищение, но так восхищаются гимнастом на олимпиаде, выполняющим такие сальто и кульбиты, которые обычному человеку кажутся невозможными. Именно это вы видите в самом знаменитом стихотворении о геометрии — сонете 45 Эдны Сент-Винсент Миллей: «Один Евклид узрел нагую Красоту, лишь он один. И пусть умолкнут те, кто мелет всякий вздор о красоте»*. У Миллей Евклид — необычная, неземная фигура, которую в один «святой

* К 1922 году, когда Миллей это написала, Евклид фактически уже не был один: неевклидовы геометрии (по-своему столь же прекрасные без одежды) были уже не только известны, но и осознавались (благодаря Эйнштейну) как истинная геометрия пространства-времени, как мы увидим в главе 3. Меня заинтересовало, знала ли об этом Миллей и намеренно ли использовала анахроничный образ, однако мои друзья-литературоведы сказали, что она вряд ли была в курсе последних достижений в математической физике.

ужасный день» пронзил луч просветления, в отличие от всех нас, кому, по словам Миллей (и то, если повезет), посчастливится лишь услышать раздающийся вдалеке стук сандалий Красоты по камню.

По большому счету эта книга вовсе не о геометрии. Не поймите меня неправильно. Как математик, я получаю немало пользы от престижа геометрии. Приятно, когда люди считают твою работу таинственной, вечной и возвышающейся над обыденностью. «Как прошел день?» — «Святой и ужасный, как всегда».

Но чем сильнее вы отстаиваете эту точку зрения, тем больше склоняете людей рассматривать изучение геометрии как некую обязанность. И она приобретает легкий затхлый запах чего-то, чем восхищаются, потому что так принято. Типа оперы. Однако такого рода восхищения недостаточно для поддержания антрепризы. Написано множество новых опер, но можете ли вы их назвать? Нет: услышав слово «опера», вы, скорее всего, представляете в черно-белом цвете меццо-сопрано в мехах, во все горло орущую Пуччини.

В геометрии также много нового, но, подобно новой опере, это не так широко освещается, как хотелось бы. Геометрия — это уже давно не Евклид. Это не культурный реликт со шлейфом запаха школьного класса, а живой предмет, развивающийся сейчас быстрее, чем когда-либо ранее. В следующих главах мы познакомимся с новой геометрией распространения пандемии, путаными политическими процессами в США, шашками на профессиональном уровне, искусственным интеллектом, английским языком, финансами, физикой и даже поэзией. (Многие геометры втайне мечтали, подобно Уильяму Гамильтону, стать поэтами.)

Мы живем в динамично развивающемся, глобальном городе геометрии. Геометрия не где-то там, вне пространства и времени, а прямо здесь, с нами, смешанная с рассуждениями повседневной жизни. Она красива? Да, но она не нагая. Геометры видят Красоту в рабочей одежде.