

Государственная итоговая аттестация

Л. И. Слонимский, И. С. Слонимская

Готовимся

— к —

ЕГЭ

за **30** дней

МАТЕМАТИКА

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

Москва
Издательство АСТ
2024

УДК 373:51
ББК 22.1я721
С48

Слонимский, Лев Иосифович.

С48 **Готовимся к ЕГЭ за 30 дней : математика : профильный уровень / Л. И. Слонимский, И. С. Слонимская. — Москва: Издательство АСТ, 2024. — 463, [1] с.: ил. — (Готовимся к ЕГЭ за 30 дней).**

ISBN 978-5-17-164883-1

Пособие предназначено для быстрой и эффективной подготовки учащихся 10–11 классов общеобразовательных организаций к ЕГЭ по математике профильного уровня.

Материал разбит на 30 дней-уроков, включающий все необходимые сведения для плодотворной подготовки к экзамену и успешной его сдачи. Теоретический материал, представленный в форме таблиц, позволит легко и быстро повторить и систематизировать пройденный в школе курс. Практическая часть состоит из подробного разбора экзаменационных примеров и заданий для самостоятельного выполнения. В конце пособия даны ответы на все задания для самопроверки.

Книга «Готовимся к ЕГЭ за 30 дней» предназначена для интенсивной подготовки к единому государственному экзамену, но может быть использована и для систематических занятий в течение учебного года.

**УДК 373:51
ББК 22.1я721**

ISBN 978-5-17-164883-1

© Слонимский Л. И., Слонимская И. С., 2024
© ООО «Издательство АСТ», 2024

Содержание

Предисловие	5
ДЕНЬ 1	7
Экзаменационный вариант №1 для проверки уровня начальных знаний.	7
Инструкция по выполнению экзаменационной работы	7
Вариант	8
Подробный разбор решений.	15
ДЕНЬ 2	32
Задание №1	32
ДЕНЬ 3	61
Задание №1 (окончание)	61
Задание №2	70
ДЕНЬ 4	74
Задание №3	74
ДЕНЬ 5	91
Задание №3 (окончание)	91
ДЕНЬ 6	98
Задание №4	98
Задание №5	107
ДЕНЬ 7	116
Задание №6	116
ДЕНЬ 8	132
Задание №7	132
ДЕНЬ 9	143
Задание №7 (окончание)	143
ДЕНЬ 10	156
Задание №8	156
ДЕНЬ 11	179
Задание №9	179
ДЕНЬ 12	191
Задание №10	191
ДЕНЬ 13	207
Задание №10 (окончание)	207
ДЕНЬ 14	220
Задание №11	220
ДЕНЬ 15	246
Задание №12	246
ДЕНЬ 16	258
Экзаменационный вариант №2 Промежуточная проверка уровня знаний.	258
Вариант	259
Подробный разбор решений.	265

ДЕНЬ 17	283
Задание №13	283
ДЕНЬ 18	293
Задание №13 (окончание)	293
ДЕНЬ 19	303
Задание №14	303
ДЕНЬ 20	320
Задание №14 (окончание)	320
ДЕНЬ 21	328
Задание №15	328
ДЕНЬ 22	339
Задание №15 (окончание)	339
ДЕНЬ 23	353
Задание №16	353
ДЕНЬ 24	381
Задание №16 (окончание)	381
ДЕНЬ 25	389
Задание №17	389
ДЕНЬ 26	401
Задание №17 (окончание)	401
ДЕНЬ 27	408
Задание №18	408
ДЕНЬ 28	415
Задание №18 (окончание)	415
ДЕНЬ 29	421
Задание №19	421
ДЕНЬ 30	431
Экзаменационный вариант №3	
Итоговая проверка	431
Вариант	431
Подробный разбор решений	438
ОТВЕТЫ	454

Предисловие

Книга «Готовимся к ЕГЭ за 30 дней» предназначена для интенсивной подготовки к экзамену, но может быть использована и для систематических занятий в течение учебного года.

В нашем пособии материал разбит на 30 дней-уроков, включающий все необходимые сведения для плодотворной подготовки к экзамену и успешной его сдачи. Темп подготовки выбирайте сами! Это либо занятия раз в неделю в удобное время от остальных уроков и вашего хобби, либо вы можете интенсивно повторить, изучить или просто отработать наиболее сложные темы перед самим ЕГЭ.

Экзаменационная работа по математике профильного уровня состоит из 19 заданий: 12 заданий с кратким ответом и 7 заданий с развёрнутым ответом. Все они распределены и подробно разбираются на протяжении 30 дней-интенсивов нашего сборника.

Каждый такой день-занятие включает в себя:

- краткий теоретический материал, необходимый для выполнения заданий;
- подробный разбор примеров экзаменационных заданий разных типов и уровней сложности;
- задания для самостоятельной отработки полученных знаний.

К заданиям для самостоятельного решения в конце пособия приводятся ответы.

Для более эффективной тренировки и проверки уровня подготовки к экзамену в пособии выделены 3 дня-урока на выполнение полных тренировочных вариантов, соответствующих демонстрационному варианту. Первый вариант — в начале подготовки, второй — в середине цикла и третий — в финале. Советуем самостоятельно выполнить задания данных вариантов, записать ответы и только потом сравнить правильность своих решений с авторскими. Внимательно проверяйте решения простых задач, прежде чем приступать к выполнению более сложных!

Содержание заданий разработано по официальным темам кодификатора проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего

образования и элементов содержания для проведения единого государственного экзамена по математике профильного уровня: «Числа, корни и степени», «Основы тригонометрии», «Логарифмы», «Преобразования выражений», «Уравнения», «Неравенства», «Определение и график функции», «Элементарное исследование функций», «Основные элементарные функции», «Производная», «Исследование функций», «Первообразная и интеграл», «Планиметрия», «Прямые и плоскости в пространстве», «Многогранники», «Тела и поверхности вращения», «Измерение геометрических величин», «Координаты и векторы», «Элементы комбинаторики», «Элементы статистики», «Элементы теории вероятностей».

В связи с возможными изменениями в формате и количестве заданий рекомендуем в процессе подготовки к экзамену обращаться к материалам сайта официального разработчика экзаменационных заданий — Федерального института педагогических измерений: www.fipi.ru.

Желаем успеха!

ДЕНЬ 1

Экзаменационный вариант №1 для проверки уровня начальных знаний

Инструкция по выполнению экзаменационной работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности.

Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 .

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером

Совет!

Решайте вариант, не используя никаких дополнительных материалов: циркулей, карандашей и транспортиров. Отложите телефон! Обстановка должна быть максимально приближена к экзамену. Засеките время! Вам надо успеть выполнить все задания варианта за 235 минут. Используйте 4 тригонометрические формулы из справочных материалов, которые будут написаны в КИМах (контрольно измерительных материалах).

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta.$$

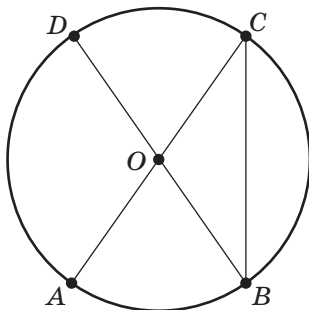
Вариант

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1

В окружности с центром O отрезки AC и BD — диаметры. Центральный угол AOD равен 117° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____

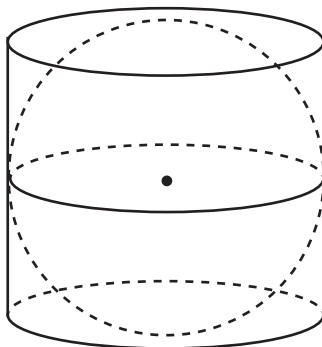
2

Найдите длину вектора $\vec{c}\{15; 8\}$.

Ответ: _____

3

Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 212. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.



Ответ: _____

10**Математика. Готовимся к ЕГЭ за 30 дней****4**

В сборнике билетов по математике всего 30 билетов, в 9 из них встречается вопрос по теме «Трапеция». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по теме «Трапеция».

Ответ: _____

5

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 85 % яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 65 % яиц высшей категории. Всего высшую категорию получают 80 % яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: _____

6

Найдите корень уравнения $36^{x-5} = \frac{1}{6}$.

Ответ: _____

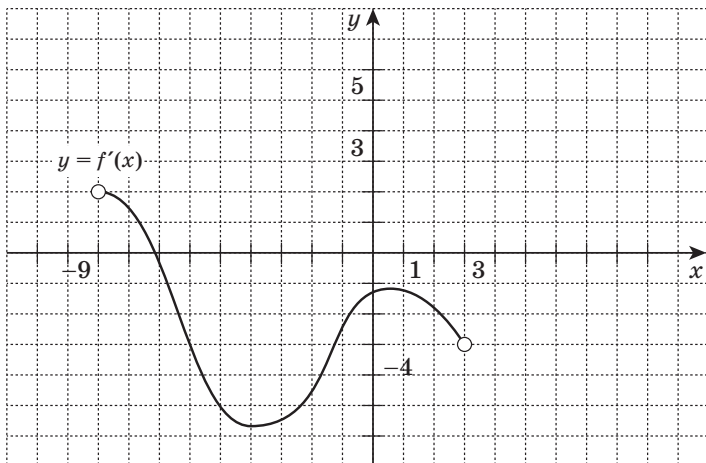
7

Найдите значение выражения $\sqrt{2} \sin \frac{7\pi}{8} \cdot \cos \frac{7\pi}{8}$.

Ответ: _____

8

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 3)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -4x + 13$ или совпадает с ней.



Ответ: _____

9

К источнику с ЭДС $\varepsilon = 130$ В и внутренним сопротивлением $r = 1$ Ом хотят подключить нагрузку с сопротивлением R Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, задаётся формулой $U = \frac{\varepsilon R}{R + r}$. Найти наименьшее значение сопротивления R при напряжении $U \geq 120$ В? Ответ выразите в Омах.

Ответ: _____

10

На изготовление 391 детали первый рабочий затрачивает на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 460 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

Ответ: _____

12

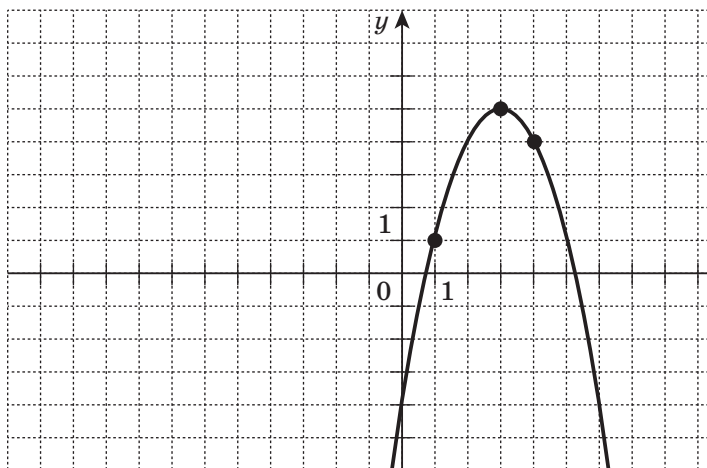
Математика. Готовимся к ЕГЭ за 30 дней

11

На рисунке изображён график функции вида

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

где числа a , b и c — целые. Найдите $f(-4)$.



Ответ: _____

12

Найдите точку минимума функции

$$f(x) = 2x - \ln(x + 3) + 7.$$

Ответ: _____

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $\cos 2x + \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 1 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

14

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 6.а) Докажите, что угол между прямыми AC и BC_1 равен 60° .б) Найдите расстояние между прямыми AC и BC_1 .

15

Решите неравенство

$$\log_4(6 - 6x) < \log_4(x^2 - 5x + 4) + \log_4(x + 3).$$

16

15-го января планируется взять кредит в банке на девять месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 25 % больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

14**Математика. Готовимся к ЕГЭ за 30 дней****17**

Точки E и K — соответственно середины сторон CD и AD квадрата $ABCD$. Прямая BE пересекается с прямой CK в точке O .

а) Докажите, что вокруг четырёхугольника $ABOK$ можно описать окружность.

б) Найдите AO , если сторона квадрата равна 1.

18

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 - x = xy - y, \\ 2ay + ay^2 + ax^2 = (2a - 5)x - 1 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19

Три различных натуральных числа заданы со следующим условием: второе число равно сумме цифр первого числа, а третье число равно сумме цифр второго числа.

а) Может сумма трёх чисел равняться 1971?

б) Может сумма трёх чисел равняться 1967?

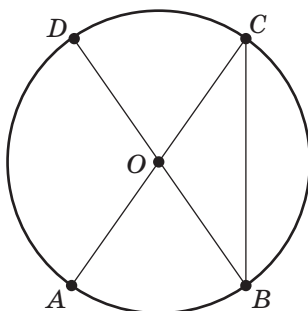
в) Сколько существует троек чисел, где первое число трёхзначное, а третье число равно 5?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Подробный разбор решений

1

В окружности с центром O отрезки AC и BD — диаметры. Центральный угол AOD равен 117° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.



Решение.

1) $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$ по свойству угла, вписанного в окружность ($\angle AOB$ — центральный угол).

2) $\angle AOB = 180^\circ - \angle AOD = 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$ — по свойству смежных углов.

3) $\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot 63^\circ = 31,5^\circ$ из 1) и 2).

Ответ: 31,5

2

Найдите длину вектора $\vec{c}\{15; 8\}$.

Решение.

$$|\vec{c}| = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{289} = 17.$$

Ответ: 17