

Т.А. Колесникова



# Алгебра

*2-е издание, переработанное и дополненное*



Москва

УДК 373.5:512  
ББК 22.14я721  
К60

Макет подготовлен при содействии ООО «Аудиономикс»

**Колесникова, Татьяна Александровна.**

К60 Алгебра. 7—9 классы / Т. А. Колесникова. — 2-е издание, переработанное и дополненное. — Москва : Эксмо, 2025. — 160 с. — (Алгоритмы решения задач).

ISBN 978-5-04-216149-0

В пособии представлены алгоритмы решения типовых задач и примеров по алгебре, изучаемых в 7—9 классах. Перед каждым алгоритмом помещён краткий теоретический блок по теме с необходимыми правилами и формулами. После алгоритма приведён пример решения задачи, даны задания для самостоятельного выполнения.

Издание адресовано учащимся 7—9 классов, учителям и родителям, помогающим ребёнку в выполнении домашних заданий.

2-е издание, переработанное и дополненное.

УДК 373.5:512  
ББК 22.14я721

ISBN 978-5-04-216149-0

© Колесникова Т. А., 2025  
© ООО «Аудиономикс», 2025  
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2025

# Содержание

<b>Введение</b> .....	5
<b>ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ</b> .....	6
Натуральные и целые числа .....	6
Действия с натуральными числами .....	6
Арифметические действия с положительными и отрицательными числами .....	7
Обыкновенные дроби .....	9
Смешанные числа .....	10
Арифметические действия с обыкновенными дробями и смешанными числами .....	11
Десятичные дроби .....	13
Арифметические действия с десятичными дробями .....	14
Рациональные числа и действия с ними .....	15
<b>СТЕПЕНИ И КОРНИ</b> .....	18
Степень с целым показателем. Свойства степени .....	18
Арифметический квадратный корень. Свойства корня .....	19
Иррациональные числа: понятие, сравнение, десятичное приближение, изображение на координатной прямой .....	22
Действительные числа. Числовые множества .....	24
<b>АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ И АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ</b> .....	26
Буквенные выражения. Раскрытие скобок, приведение подобных слагаемых .....	26
Раскрытие скобок в алгебраической сумме .....	26
Приведение подобных слагаемых .....	27
Одночлены. Действия с одночленами .....	28
Сложение и вычитание одночленов .....	29
Умножение одночленов .....	29
Возведение одночлена в натуральную степень .....	29
Деление одночленов .....	29
Многочлены. Действия с многочленами .....	29
Сложение и вычитание многочленов .....	30
Умножение многочлена на одночлен .....	30
Умножение многочлена на многочлен .....	31
Деление многочлена на одночлен .....	31
Формулы сокращённого умножения .....	31
Формулы для квадратов .....	31
Формулы для кубов .....	31
Разложение многочленов на множители .....	32
Алгебраические дроби. Действия с алгебраическими дробями .....	34
Сложение и вычитание .....	35
Умножение .....	35
Деление .....	36
Возведение в натуральную степень .....	36

<b>ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ, СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ, НЕРАВЕНСТВА, СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ</b> .....	38
Линейные уравнения.....	38
Решение задач с помощью линейных уравнений.....	40
Системы двух линейных уравнений с двумя переменными (неизвестными).....	42
Решение задач с помощью системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными.....	45
Неравенства и числовые промежутки.....	45
Линейные неравенства.....	47
Системы линейных неравенств с одной неизвестной.....	49
<b>КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ, КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА</b> .....	51
Квадратные уравнения.....	51
Теорема Виета.....	53
Неполные квадратные уравнения.....	56
Частные случаи квадратных уравнений и способы их решения.....	57
Решение задач с помощью квадратных уравнений.....	59
Системы уравнений с двумя неизвестными, содержащие уравнение второй степени.....	60
Квадратные неравенства.....	62
Применение метода интервалов при решении неравенств.....	63
<b>ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕЙ И ЧЕТВЁРТОЙ СТЕПЕНИ</b> .....	66
Решение дробно-рациональных уравнений.....	66
Решение уравнений третьей степени.....	69
Биквадратные уравнения.....	70
Решение уравнений четвёртой степени.....	71
<b>ФУНКЦИИ</b> .....	74
Прямоугольная система координат на плоскости.....	74
Основные понятия. Способы задания функции.....	75
Способы задания функции.....	76
Свойства функции.....	77
Линейная функция.....	80
Функция $y =  x $ .....	88
Квадратичная функция.....	88
Применение графика квадратичной функции для решения квадратных неравенств.....	95
Функция $y = \sqrt{x}$ .....	99
Обратная пропорциональность.....	99
Преобразование графиков функций.....	104
Построение графиков функций повышенного уровня сложности.....	105
<b>ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ</b> .....	113
Понятие и способы задания числовых последовательностей.....	113
Арифметическая прогрессия.....	115
Геометрическая прогрессия.....	117
<b>ПРАКТИКО-ОРИЕНТИРОВАННЫЕ ЗАДАЧИ</b> .....	123
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ</b> .....	129
<b>ОТВЕТЫ</b> .....	132
<b>СПИСОК АЛГОРИТМОВ</b> .....	158

# Введение

Справочник поможет обучающимся систематизировать, обобщить и закрепить знания по алгебре за курс обучения в 7—9 классах. Особенностью данного пособия является направленность на развитие у учащихся навыков практического применения теоретического материала для решения задач с помощью алгоритмов.

Алгоритмы — это правила выполнения последовательных шагов от начала решения до получения ответа. Применение алгоритмов способствует развитию логического мышления и помогает грамотно объяснить решение.

Пособие содержит основную информацию по теоретическим и практическим аспектам выполнения вычислений алгебраических выражений, решения различных видов уравнений и неравенств. В справочнике приведено понятие математической функции и рассматриваются свойства основных функций. Теоретические блоки информации чередуются с примерами, схемами, таблицами и алгоритмами действий при решении задач. Приведённые примеры с развёрнутыми разъяснениями позволят детально разобраться в правилах применения алгоритмов и отработать навыки выполнения различных заданий. Отдельная глава посвящена решению практико-ориентированных задач. Ответы к заданиям для самостоятельной работы, размещённые в конце пособия, сопровождаются пояснениями.

Пособие поможет учащимся при подготовке к школьным занятиям, различным формам текущего и промежуточного контроля, а также к выполнению Всероссийской проверочной работы, основному и единому государственному экзаменам.

Издание будет полезно родителям для оказания помощи учащимся при подготовке к урокам, а также учителям математики для организации образовательного процесса с целью отработки и закрепления материала.

Желаем успехов!

# Числа и вычисления

## Натуральные и целые числа

Натуральными называются числа, которые используются при счёте предметов.

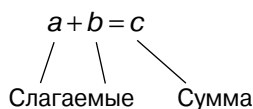
$$N = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10 \dots\}$$

Натуральные числа (1; 2; 3; 4; 5...), числа, им противоположные (-1; -2; -3; -4; -5...), и число ноль образуют множество целых чисел.

$$Z = \{\dots -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3 \dots\}$$

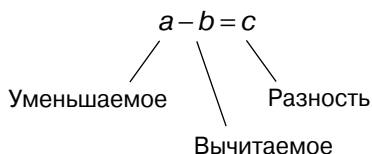
## Действия с натуральными числами

### — СЛОЖЕНИЕ



$$a + b = b + a$$
$$a + (b + c) = (a + b) + c$$
$$a + 0 = a$$

### — ВЫЧИТАНИЕ (ДЕЙСТВИЕ, ОБРАТНОЕ СЛОЖЕНИЮ)



$$a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$$
$$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$$
$$a - (b - c) = (a - b) + c$$
$$a - 0 = a$$
$$a - a = 0$$

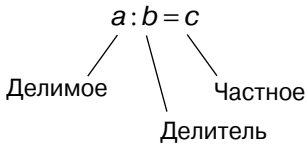
### — УМНОЖЕНИЕ



Вариант обозначения:  $a \times b$ .

$$a \cdot b = b \cdot a$$
$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$
$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$
$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$
$$a \cdot 1 = a$$
$$a \cdot 0 = 0$$

## — ДЕЛЕНИЕ (ДЕЙСТВИЕ, ОБРАТНОЕ УМНОЖЕНИЮ)



Варианты обозначения:  $\frac{a}{b}$  или  $a/b$ .

$$(a : b) : c = a : (b \cdot c)$$

$$a : a = 1$$

$$a : (b : c) = (a : b) \cdot c$$

$$a : 1 = a$$

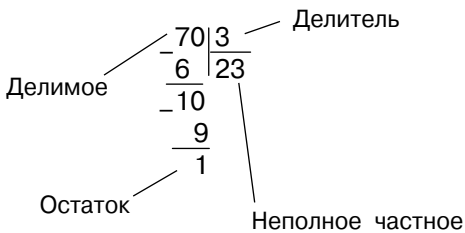
$$(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$$

$$0 : a = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$(a \cdot b) : c = a \cdot (b : c)$$

## — ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ

- Если частное  $c$  является натуральным числом, то говорят, что  $a$  делится (без остатка) на  $b$ .
- Если частное  $c$  не является натуральным числом, то говорят, что  $a$  не делится (без остатка) на  $b$ .
- Разделить с остатком число  $a$  на число  $b$  — значит найти два таких числа  $q$  и  $r$ , что  $a = b \cdot q + r$  и  $r < b$ .



Проверка:  $70 = 3 \cdot 23 + 1$ .

**ВАЖНО!** Остаток должен быть меньше делителя.

## — ВОЗВЕДЕНИЕ В СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Существует краткая запись умножения одинаковых чисел.

Произведение  $n$  одинаковых множителей, равных  $a$ , обозначают как  $a^n$ , где  $n = 2; 3; 4; 5 \dots$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_n$$

Показатель степени —  $n$ , Основание степени —  $a$ ,  $n$  множителей

Выражение  $a^n$  называется **степенью числа  $a$** .

Вторая степень числа называется **квадратом** числа, третья степень — **кубом** числа.

Считают, что  $a = a$

## Арифметические действия с положительными и отрицательными числами

Чтобы определить операции над целыми числами, надо указать модуль и знак числа, полученного в результате выполнения операции.

**Модулем** (абсолютной величиной) действительного числа  $a$  называется само это число, если  $a \geq 0$ , и противоположное число  $-a$ , если  $a < 0$ . Модуль числа  $a$  обозначается  $|a|$ .

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$

### — СЛОЖЕНИЕ ДВУХ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

- 1) Сложить модули данных чисел.
- 2) Поставить перед полученным числом знак «-».

$$\checkmark -2 + (-7) = -(2 + 7) = -9.$$

### — СЛОЖЕНИЕ ДВУХ ЧИСЕЛ С РАЗНЫМИ ЗНАКАМИ

- 1) Из большего модуля слагаемых вычесть меньший.
- 2) Поставить перед полученным числом знак того слагаемого, модуль которого больше.

$$\checkmark -5 + 15 = +(15 - 5) = 10.$$

$$\checkmark -17 + 11 = -(17 - 11) = -6.$$

### — ВЫЧИТАНИЕ

Чтобы из данного числа вычесть другое, надо к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

$$\checkmark -2 - (-5) = -2 + 5 = 3.$$

$$\checkmark 8 - 9 = 8 + (-9) = -1.$$

### — УМНОЖЕНИЕ ДВУХ ЧИСЕЛ С РАЗНЫМИ ЗНАКАМИ

- 1) Перемножить модули данных чисел.
- 2) Поставить перед полученным числом знак «-».

$$\checkmark 10 \cdot (-3,5) = -35.$$

$$\checkmark -0,25 \cdot 4 = -1.$$

### — УМНОЖЕНИЕ ДВУХ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Чтобы перемножить два отрицательных числа, надо перемножить модули данных чисел.

$$\checkmark -7 \cdot (-10) = +70 = 70.$$

### — ДЕЛЕНИЕ ДВУХ ЧИСЕЛ С РАЗНЫМИ ЗНАКАМИ

- 1) Разделить модули данных чисел.
- 2) Поставить перед полученным числом знак «-».

$$\checkmark 140 : (-20) = -7.$$

$$\checkmark -7 : 3 = -\frac{7}{3} = -2\frac{1}{3}.$$

$$\checkmark -6 : 0,2 = -60 : 2 = -30.$$

### — ДЕЛЕНИЕ ДВУХ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Чтобы разделить два отрицательных числа, надо разделить модули данных чисел.

$$\checkmark -81 : (-3) = 27.$$

$$\checkmark -15 : \left(-\frac{3}{5}\right) = 15 \cdot \frac{5}{3} = 25.$$

## Обыкновенные дроби

Число вида  $\frac{m}{n}$ , где  $m$  — целое число,  $n$  — натуральное число, называется **обыкновенной дробью**.

$\frac{m}{n}$  — Числитель  
 $n$  — Знаменатель

**Правильная дробь** — это обыкновенная дробь, числитель которой меньше знаменателя, то есть  $m < n$ .

Любая правильная дробь меньше единицы:  $\frac{m}{n} < 1$ , если  $m < n$ .

✓ Правильные дроби:  $\frac{3}{8}$  ( $3 < 8$ );  $\frac{1}{5}$  ( $1 < 5$ ).

**Неправильная дробь** — это обыкновенная дробь, числитель которой больше знаменателя или равен ему, то есть  $m \geq n$ .

Любая неправильная дробь больше единицы или равна ей:  $\frac{m}{n} \geq 1$ , если  $m \geq n$ .

✓ Неправильные дроби:  $\frac{8}{3}$  ( $8 > 3$ );  $\frac{5}{5}$  ( $5 = 5$ ).

✓ Представление натурального числа в виде неправильной дроби:  $4 = \frac{4}{1}$   
или  $4 = \frac{8}{2}$ .

### Основное свойство дроби

Если числитель и знаменатель дроби умножить (разделить) на одно и то же число, отличное от нуля, то получится дробь, равная данной.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c}; \frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}, c \neq 0$$

**ВАЖНО!** При использовании основного свойства изменяется только внешний вид дроби, её значение при этом остаётся неизменным.

Основное свойство дроби применяется при её сокращении и приведении дроби к новому знаменателю.

**Сокращение дроби** — действие перехода к новой дроби, равной заданной, но с меньшими числителем и знаменателем.

**Сократить дробь** — значит разделить числитель и знаменатель на их общий делитель, который больше 1.

✓  $\frac{18}{26} = \frac{9}{13}$  (числитель и знаменатель дроби разделили на 2).

**Несократимой** называется дробь, числитель и знаменатель которой — взаимно простые числа.

Сокращать дробь можно сразу на наибольший общий делитель числителя и знаменателя либо несколько раз на общий делитель.

✓ Сократим дробь  $\frac{140}{175}$ .

$$\blacksquare 140 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7; 175 = 5 \cdot 5 \cdot 7;$$

$$\text{НОД}(140; 175) = 5 \cdot 7 = 35.$$

$$\text{Тогда } \frac{140}{175} = \frac{140:35}{175:35} = \frac{4}{5}.$$

$$\blacksquare \frac{140}{175} = \frac{140:5}{175:5} = \frac{28:7}{35:7} = \frac{4}{5}.$$

**Приведение дроби к новому знаменателю** — действие замены заданной дроби равной ей дробью, но с большими числителем и знаменателем.

## Смешанные числа

Число, содержащее целую и дробную части, называется **смешанным**.

### Представление неправильной дроби в виде смешанного числа

Разделить числитель на знаменатель с остатком.



Неполное частное — это целая часть, остаток от деления — числитель, знаменатель остаётся прежним.

✓ Представьте в виде смешанного числа неправильную дробь  $\frac{149}{6}$ .

$$\text{Решение. } 149:6 = 24 \text{ (ост. 5), тогда } \frac{149}{6} = 24\frac{5}{6}.$$

### Представление смешанного числа в виде неправильной дроби

Умножить целую часть на знаменатель, прибавить числитель — получим числитель неправильной дроби.



Знаменатель остаётся прежним.

$$\checkmark 3\frac{5}{11} = \frac{3 \cdot 11 + 5}{11} = \frac{38}{11}.$$

## Арифметические действия с обыкновенными дробями и смешанными числами

### — СЛОЖЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

- 1) Привести дроби к общему знаменателю, если знаменатели разные.
- 2) Сложить числители полученных дробей, знаменатель оставить прежним:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}.$$

Если получилась сократимая дробь, её надо сократить; если дробь неправильная, нужно представить её в виде смешанного числа.

$$\checkmark \frac{3}{10} + \frac{7}{15} = \frac{9}{30} + \frac{14}{30} = \frac{23}{30}.$$

$$\checkmark \frac{11}{15} + \frac{3}{10} = \frac{22}{30} + \frac{9}{30} = \frac{31}{30} = 1\frac{1}{30}.$$

$$\checkmark \frac{2}{7} + \frac{3}{14} = \frac{4}{14} + \frac{3}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}.$$

$$\checkmark \frac{4}{9} + \frac{1}{4} = \frac{16}{36} + \frac{9}{36} = \frac{25}{36}.$$

### — СЛОЖЕНИЕ СМЕШАННЫХ ЧИСЕЛ

- 1) Привести дробные части данных чисел к наименьшему общему знаменателю.
- 2) Отдельно выполнить сложение целых частей и отдельно — дробных.

Если при сложении дробных частей получилась неправильная дробь, нужно выделить целую часть из этой дроби и прибавить её к полученной целой части.

$$\checkmark 2\frac{3}{8} + 5\frac{5}{12} = 2\frac{9}{24} + 5\frac{10}{24} = 7\frac{19}{24}.$$

$$\checkmark 7\frac{1}{6} + 2\frac{5}{12} = 7\frac{2}{12} + 2\frac{5}{12} = 9\frac{7}{12}.$$

$$\checkmark 2\frac{7^{12}}{9} + 3\frac{5^{13}}{6} = 2\frac{14}{18} + 3\frac{15}{18} = 5\frac{29}{18} = 6\frac{11}{18}.$$

### — ВЫЧИТАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

- 1) Привести дроби к общему знаменателю, если знаменатели разные.
- 2) Вычесть числители полученных дробей, знаменатель оставить прежним:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}.$$

Если получилась сократимая дробь, её надо сократить.

$$\checkmark \frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{10}{15} - \frac{9}{15} = \frac{1}{15}.$$

$$\checkmark \frac{5}{7} - \frac{3}{14} = \frac{10}{14} - \frac{3}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}.$$

### — ВЫЧИТАНИЕ СМЕШАННЫХ ЧИСЕЛ

- 1) Привести дробные части данных чисел к наименьшему общему знаменателю.
- 2) Отдельно выполнить вычитание целых частей и отдельно — дробных.

Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, нужно превратить её в неправильную дробь, уменьшив целую часть на единицу.

$$\checkmark 3\frac{11}{12} - 2\frac{5}{6} = 3\frac{11}{12} - 2\frac{10}{12} = 1\frac{1}{12}.$$

$$\checkmark 9\frac{2}{7} - 3\frac{5}{7} = 8\frac{7+2}{7} - 3\frac{5}{7} = 8\frac{9}{7} - 3\frac{5}{7} = 5\frac{4}{7}.$$

$$\checkmark 9\frac{7}{15} - 2\frac{5}{6} = 9\frac{14}{30} - 2\frac{25}{30} = 8\frac{44}{30} - 2\frac{25}{30} = 6\frac{19}{30}.$$

### — УМНОЖЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

1) Найти произведение числителей и произведение знаменателей данных дробей (произвести сокращение, если возможно):

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

2) Первое произведение записать в числителе, второе — в знаменателе. Если получилась неправильная дробь, нужно представить её в виде смешанного числа.

$$\checkmark \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}.$$

$$\checkmark \frac{4}{5} \cdot \frac{35}{6} = \frac{4 \cdot 35}{5 \cdot 6} = \frac{2 \cdot 7}{1 \cdot 3} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}.$$

$$\checkmark \frac{4}{15} \cdot \frac{5}{8} = \frac{4 \cdot 5}{15 \cdot 8} = \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 2} = \frac{1}{6}.$$

### — УМНОЖЕНИЕ СМЕШАННЫХ ЧИСЕЛ

1) Записать смешанные числа в виде неправильных дробей.

2) Найти произведение числителей и произведение знаменателей данных дробей.

3) Первое произведение записать в числителе, второе — в знаменателе.

$$\checkmark 2\frac{1}{3} \cdot 4\frac{2}{7} = \frac{7}{3} \cdot \frac{30}{7} = \frac{7 \cdot 30}{3 \cdot 7} = 10.$$

$$\checkmark 5\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{20} = \frac{16 \cdot 81}{3 \cdot 20} = \frac{4 \cdot 27}{1 \cdot 5} = \frac{108}{5} = 21\frac{3}{5}.$$

$$\checkmark 1\frac{2}{5} \cdot 4\frac{4}{7} = \frac{7 \cdot 32}{5 \cdot 7} = \frac{32}{5} = 6\frac{2}{5}.$$

### — ДЕЛЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

Чтобы разделить одну обыкновенную дробь на другую, надо делимое умножить на число, обратное делителю:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}.$$

$$\checkmark \frac{4}{7} : \frac{8}{21} = \frac{4 \cdot 21}{7 \cdot 8} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$

$$\checkmark \frac{8}{35} : \frac{4}{5} = \frac{8}{35} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2}{7}.$$

### — ДЕЛЕНИЕ СМЕШАННЫХ ЧИСЕЛ

- 1) Записать смешанные числа в виде неправильных дробей.
- 2) Делимое умножить на число, обратное делителю.

$$\checkmark 7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2} = \frac{15}{2} : \frac{5}{2} = \frac{15 \cdot 2}{2 \cdot 5} = 3.$$

$$\checkmark 2\frac{3}{5} : 1\frac{6}{7} = \frac{13}{5} : \frac{13}{7} = \frac{13}{5} \cdot \frac{7}{13} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}.$$

## Десятичные дроби

Любое число, знаменатель дробной части которого выражается единицей с одним или несколькими нулями, можно представить в виде десятичной дроби.

$$a, bcde \dots = a + \frac{b}{10} + \frac{c}{100} + \frac{d}{1000} + \frac{e}{10\,000} + \dots$$

Целая часть —  $a$   
Дробная часть —  $bcde \dots$

### Приведение десятичной дроби к обыкновенной

В числителе записать число, стоящее после запятой.

В знаменателе записать разрядную единицу (10, 100, 1000 и т. д.), которая содержит столько же нулей, сколько знаков находится после запятой в десятичной дроби.

$$\checkmark 0,3 = \frac{3}{10}.$$

$$\checkmark 0,019 = \frac{19}{1000}.$$

Если десятичная дробь содержит целую часть, то дробь переводят в смешанное число, в котором целую часть записывают перед дробной.

При необходимости получившуюся обыкновенную дробь надо сократить.

$$\checkmark 17,11 = 17\frac{11}{100}.$$

$$\checkmark 8,2 = 8\frac{2}{10} = 8\frac{1}{5}.$$

## Приведение обыкновенной дроби к десятичной

### Способ 1

Домножить числитель и знаменатель дроби так, чтобы в знаменателе получилась разрядная единица.

В случае смешанного числа домножают только дробную часть, а целая часть не меняется.

### Способ 2

Разделить числитель на знаменатель «уголком».

$$\checkmark \frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2}{10} = 0,2.$$

$$\checkmark \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 0,75.$$

$$\checkmark 9 \frac{2}{125} = 9 \frac{2 \cdot 8}{125 \cdot 8} = 9 \frac{16}{1000} = 9,016.$$

$$\checkmark \begin{array}{r} 1,0 \overline{) 5} \\ \underline{0} \phantom{0} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

Не каждую обыкновенную дробь можно представить в виде конечной десятичной дроби. Несократимую обыкновенную дробь можно перевести в конечную десятичную дробь, если в разложении её знаменателя на простые множители есть только 2 и (или) 5.



## Арифметические действия с десятичными дробями

### — СЛОЖЕНИЕ (ВЫЧИТАНИЕ) ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

- 1) Уравнять в дробях количество знаков после запятой.
- 2) Записать дроби друг под другом таким образом, чтобы запятая разместилась под запятой.
- 3) Выполнить сложение (вычитание), не обращая внимания на запятые.
- 4) Поставить в ответе запятую под запятой.

$$\checkmark 2,35 + 11,7 = 14,05.$$

$$\begin{array}{r} 11,70 \\ + 2,35 \\ \hline 14,05 \end{array}$$

$$\checkmark 12 - 10,346 = 1,654.$$

$$\begin{array}{r} 12,000 \\ - 10,346 \\ \hline 1,654 \end{array}$$

### — УМНОЖЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

- 1) Выполнить умножение, не обращая внимания на запятые.
- 2) Отделить запятой справа налево столько цифр, сколько их стоит после запятой в обоих множителях вместе.

$$\checkmark 3,25 \cdot 2,8 = 9,100 = 9,1.$$

$$\begin{array}{r} \times 3,25 \\ \underline{2,8} \\ + 2600 \\ \underline{650} \\ 9,100 \end{array}$$

### — ДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА НА ДЕСЯТИЧНУЮ ДРОБЬ

1) В делимом и делителе перенести запятую вправо на столько цифр, сколько их находится после запятой в делителе.

2) Выполнить деление на натуральное число.

$$\checkmark 25,6 : 0,08 = 2560 : 8 = 320.$$

$$\checkmark 12,35 : 2,5 = 123,5 : 25 = 4,94.$$

### — ДЕЛЕНИЕ ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ НА НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО

1) Разделить дробь на натуральное число, не обращая внимания на запятую.

2) Поставить в частном запятую, когда кончится деление целой части.

$$\checkmark 70,15 : 23 = 3,05. \quad \begin{array}{r} \underline{70,15} \overline{)23} \\ \underline{69} \phantom{00} \\ \phantom{0}115 \\ \underline{\phantom{0}115} \\ \phantom{000}0 \end{array}$$

## Рациональные числа и действия с ними

Множество рациональных чисел составляют числа, которые можно представить в виде дроби  $\frac{m}{n}$ , где  $m$  — целое число,  $n$  — натуральное число (конечные или бесконечные периодические десятичные дроби). Обозначение:  $Q$ .

Из рациональных чисел с помощью знаков арифметических действий и скобок составляют числовые выражения. Если выполнить все действия, получится число, которое называют **значением выражения**.

### Порядок действий

- Действия 1-й степени: сложение и вычитание.
- Действия 2-й степени: умножение и деление.
- Действия 3-й степени: возведение в степень.