

Л. И. Слонимский, И. С. Слонимская

ОГЭ МАТЕМАТИКА

АЛГЕБРА • ГЕОМЕТРИЯ

**Тематический тренинг
для подготовки
к основному
государственному
экзамену**

Москва
Издательство АСТ
2022

УДК 373:51
ББК 22.1я721
С48

Слонимский, Лев Иосифович.

С48 ОГЭ : Математика : Алгебра. Геометрия : тематический тренинг для подготовки к основному государственному экзамену / Л. И. Слонимский, И. С. Слонимская. — Москва: Издательство АСТ, 2022. — 302, [1] с.: ил. — (ОГЭ. Тематический тренинг).

ISBN 978-5-17-150839-5

Данный сборник — учебное пособие для быстрой и эффективной подготовки к основному государственному экзамену по математике. Пособие включает около 1000 тренировочных примеров и заданий.

К примерам, сгруппированным по темам официального кодификатора, даны подробные разборы и задачи для самостоятельного решения. В разделе дополнительных материалов размещены демонстрационный вариант, образцы экзаменационных бланков и справочные материалы, выдаваемые на экзамене. В конце сборника представлены ответы к заданиям для самостоятельного выполнения.

Предлагаемый материал позволит учащимся проверить свои знания и готовность к экзамену по математике в формате ОГЭ любого уровня сложности, а учителям — организовать работу по подготовке к итоговой аттестации в 9-м классе.

УДК 373:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-17-150839-5

© Слонимский Л. И., Слонимская И. С., 2022
© ООО «Издательство АСТ», 2022

Содержание

| | |
|---|------------|
| Предисловие | 5 |
| 1. АЛГЕБРА | 7 |
| 1.1. Преобразование и вычисление значений алгебраических выражений | 8 |
| 1.1.1. Числовые выражения | 8 |
| 1.1.2. Выражения с переменными | 15 |
| 1.2. Уравнение и системы уравнений | 22 |
| 1.2.1. Целые уравнения | 22 |
| 1.2.2. Дробные уравнения | 36 |
| 1.2.3. Системы уравнений с двумя переменными | 43 |
| 1.3. Неравенства. Метод интервалов | 48 |
| 1.4. Текстовые задачи | 58 |
| 1.4.1. Решение текстовых задач арифметическим методом | 58 |
| 1.4.2. Решение текстовых задач алгебраическим методом | 67 |
| 1.5. Последовательности | 118 |
| 1.5.1. Арифметическая прогрессия | 118 |
| 1.5.2. Геометрическая прогрессия | 124 |
| 1.6. Функции | 129 |
| 1.6.1. Квадратичная функция | 129 |
| 1.6.2. Дробно-рациональная функция | 139 |
| 1.6.3. Кусочно-заданная функция | 145 |

2. ГЕОМЕТРИЯ 153

2.1. Треугольник 154

2.1.1. Высота, медиана, биссектриса,
средняя линия треугольника 154

2.1.2. Равнобедренный треугольник. 165

2.1.3. Прямоугольный треугольник 171

2.2. Многоугольники 177

2.2.1. Выпуклые четырёхугольники. 177

2.2.2. Параллелограмм 180

2.2.3. Трапеция 193

2.3. Окружность и круг 206

2.3.1. Центральные и вписанные углы 206

2.3.2. Касательная и секущая к окружности . . . 211

2.4. Площади 220

2.4.1. Площадь треугольника 220

2.4.2. Площадь параллелограмма. 224

2.4.3. Площадь трапеции. 227

3. ЗАДАЧИ С ПРАКТИЧЕСКИМ СОДЕРЖАНИЕМ, ОБЪЕДИНЕННЫЕ ОБЩИМ УСЛОВИЕМ 235

4. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ 255

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ . . . 261

ОТВЕТЫ на задания для самостоятельного решения 296

Предисловие

Сборник содержит тренировочный учебный материал, необходимый для овладения навыками правильного и быстрого решения заданий основного государственного экзамена по математике.

Задания в сборнике сгруппированы тематически с учётом кодификатора содержания ОГЭ. Наибольшее внимание уделено разбору задач из второй части экзаменационной работы, так как они требуют больше времени на выполнение.

В пособии приводятся образцы экзаменационных заданий в соответствии с темами, по которым составлен демонстрационный вариант КИМ (контрольных измерительных материалов). Это даёт возможность использования данной книги при повторении конкретных разделов математики.

Задачи представлены в виде примеров с подробным разбором решений и задания для тренировки.

В разделе дополнительных материалов размещены справочные материалы, которые выдаются на экзамене вместе с экзаменационной работой. Основные алгебраические сведения: таблица квадратов двузначных чисел, формулы сокращённого умножения, формулы корней квадратного уравнения, разложения на множители квадратного трёхчлена, формулы n -го члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий; основные формулы из курса геометрии. Каль-

куляторы на экзамене не используются.

Кроме этого приводятся демонстрационный вариант и образцы экзаменационных бланков. Изучив всё это, Вам будет значительно проще ориентироваться в материалах экзамена.

В конце пособия размещены ответы на задания для самостоятельного решения для самопроверки.

В связи с возможными изменениями в формате и количестве заданий рекомендуем в процессе подготовки к экзамену обращаться к материалам сайта официального разработчика экзаменационных заданий — Федерального института педагогических измерений: www.fipi.ru

Желаем всем выпускникам успехов на экзаменах!

Авторы

1. АЛГЕБРА

1.1. Преобразование и вычисление значений алгебраических выражений

1.1.1. Числовые выражения

Пример 1

Найдите значение выражения $6,72 : \left(3\frac{2}{14} - \frac{12}{35}\right)$.

Решение.

$$1) 3\frac{2}{14} - \frac{12}{35} = 3\frac{10}{70} - \frac{24}{70} = 2\frac{80}{70} - \frac{24}{70} = 2\frac{56}{70} = 2\frac{8}{10} = 2\frac{4}{5}.$$

$$2) 6,72 : 2\frac{4}{5} = 6\frac{72}{100} : 2\frac{4}{5} = 6\frac{18}{25} : 2\frac{4}{5} = \frac{168}{25} : \frac{14}{5} = \frac{168 \cdot 5}{25 \cdot 14} = \frac{84}{5 \cdot 7} = \frac{12 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{24}{10} = 2,4.$$

Можно второе действие выполнить в столбик с помощью десятичных дробей.

$$6,72 : 2\frac{4}{5} = 6,72 : 2,8 = 67,2 : 28.$$

$$\begin{array}{r} 67,2 \quad | \quad 28 \\ - 56 \quad \quad | \quad 2,4 \\ \hline 112 \\ - 112 \\ \hline 0 \end{array}$$

Ответ: 2,4.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найдите значение выражения $43,05 : \left(6\frac{1}{12} - \frac{5}{6}\right)$.
2. Найдите значение выражения $(-8,68) : \left(3\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right)$.
3. Найдите значение выражения $21 : \left(4\frac{22}{35} - \frac{3}{7}\right)$.
4. Найдите значение выражения $11,61 : \left(3\frac{1}{8} - \frac{17}{40}\right)$.
5. Найдите значение выражения $16,72 : \left(4\frac{31}{40} - \frac{3}{8}\right)$.

Пример 2

Найдите значение выражения $\frac{41}{20} + 1\frac{1}{6} \cdot 1,2$.

Решение.

$$1) 1\frac{1}{6} \cdot 1,2 = \frac{7 \cdot 1,2}{6} = \frac{7 \cdot 12}{6 \cdot 10} = \frac{7 \cdot 2}{10} = 1,4.$$

$$2) \frac{41}{20} + 1,4 = 2\frac{1}{20} + 1,4 = 2\frac{5}{100} + 1,4 = 2,05 + 1,4 = 3,45.$$

Ответ: 3,45.

Задачи для самостоятельного решения

6. Найдите значение выражения $1\frac{2}{25} + 1,4 \cdot \frac{3}{35}$.
7. Найдите значение выражения $3\frac{2}{3} + 0,1 \cdot 3\frac{1}{3}$.
8. Найдите значение выражения $\left(-1\frac{1}{4}\right) + 3,6 \cdot 1\frac{5}{6}$.

9. Найдите значение выражения $\frac{10}{3} + 1,4 \cdot \frac{10}{21}$.

10. Найдите значение выражения $2\frac{7}{50} + 1,4 \cdot \frac{3}{10}$.

Пример 3

Вычислите $\frac{\sqrt{84}}{\sqrt{6 - \sqrt{15}} \cdot \sqrt{6 + \sqrt{15}}}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{84}}{\sqrt{6 - \sqrt{15}} \cdot \sqrt{6 + \sqrt{15}}} &= \frac{\sqrt{84}}{\sqrt{(6 - \sqrt{15})(6 + \sqrt{15})}} = \\ &= \frac{\sqrt{84}}{\sqrt{6^2 - (\sqrt{15})^2}} = \frac{\sqrt{84}}{\sqrt{36 - 15}} = \frac{\sqrt{84}}{\sqrt{21}} = \sqrt{4} = 2. \end{aligned}$$

Ответ: 2.

Задачи для самостоятельного решения

11. Вычислите $\frac{\sqrt{108}}{\sqrt{\sqrt{61} - 7} \cdot \sqrt{\sqrt{61} + 7}}$.

12. Вычислите $\frac{\sqrt{128}}{\sqrt{9 + \sqrt{73}} \cdot \sqrt{9 - \sqrt{73}}}$.

13. Вычислите $\frac{\sqrt{\sqrt{111} - 6} \cdot \sqrt{\sqrt{111} + 6}}{\sqrt{3}}$.

Пример 4

Сколько целых чисел расположено между $6\sqrt{10}$ и $10\sqrt{6}$?

Решение. Выполним внесение множителя под знак корня в каждом из чисел.

$$6\sqrt{10} = \sqrt{36}\sqrt{10} = \sqrt{360};$$

$$10\sqrt{6} = \sqrt{100}\sqrt{6} = \sqrt{600}.$$

Воспользуемся таблицей квадратов из справочных материалов ОГЭ.

$$\sqrt{324} < \sqrt{360} < \sqrt{361}; \quad \sqrt{576} < \sqrt{600} < \sqrt{625};$$

$$18 < \sqrt{360} < 19; \quad 24 < \sqrt{600} < 25.$$

Значит между $\sqrt{360}$ и $\sqrt{600}$ целые числа от 19 до 24, т. е. $24 - 19 + 1 = 6$ чисел.

Ответ: 6.

Задачи для самостоятельного решения

14. Сколько целых чисел расположено между $7\sqrt{11}$ и $11\sqrt{7}$?

15. Сколько целых чисел расположено между $2\sqrt{13}$ и $13\sqrt{2}$?

16. Сколько целых чисел расположено между $3\sqrt{14}$ и $14\sqrt{3}$?

Пример 5

Вычислите $\sqrt{(6 - 7\sqrt{5})^2} - \sqrt{245}$.

Решение.

$$\sqrt{(6 - 7\sqrt{5})^2} - \sqrt{245} = |6 - 7\sqrt{5}| - \sqrt{245}.$$

Так как $6 - 7\sqrt{5} = \sqrt{36} - \sqrt{245} < 0$;

$$|6 - 7\sqrt{5}| = 7\sqrt{5} - 6 = \sqrt{245} - 6;$$

$$|6 - 7\sqrt{5}| - \sqrt{245} = \sqrt{245} - 6 - \sqrt{245} = -6.$$

Ответ: -6.

Задачи для самостоятельного решения

17. Вычислите $8\sqrt{3} - \sqrt{(8\sqrt{3} - 13)^2}$.

18. Вычислите $\sqrt{(10\sqrt{7} - 27)^2} + 10\sqrt{7}$.

19. Вычислите $\sqrt{(16 - 4\sqrt{13})^2} + 4\sqrt{13}$.

Пример 6

Вычислите $\frac{1}{\sqrt{15} - 4} - \frac{1}{\sqrt{15} + 4}$.

Решение.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{15} - 4} - \frac{1}{\sqrt{15} + 4} &= \frac{1 \cdot \sqrt{15} + 4}{\sqrt{15} - 4} - \frac{1 \cdot \sqrt{15} - 4}{\sqrt{15} + 4} = \\ &= \frac{\sqrt{15} + 4 - \sqrt{15} + 4}{(\sqrt{15} - 4)(\sqrt{15} + 4)} = \frac{8}{15 - 16} = \frac{8}{-1} = -8. \end{aligned}$$

Ответ: -8 .**Задачи для самостоятельного решения**

20. Вычислите $\frac{2}{3 - \sqrt{13}} + \frac{2}{3 + \sqrt{13}}$.

21. Вычислите $\frac{5}{\sqrt{6} - 2} - \frac{5}{\sqrt{6} + 2}$.

22. Вычислите $\frac{9}{5 - \sqrt{10}} + \frac{9}{5 + \sqrt{10}}$.

Пример 7

Вычислите $(\sqrt{8} - 6)^2 + (\sqrt{8} + 6)^2$.

Решение.

Применим формулы квадрат суммы и квадрат разности $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.

$$\begin{aligned} & (\sqrt{8} - 6)^2 + (\sqrt{8} + 6)^2 = \\ & = (\sqrt{8})^2 - 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{8} + 6^2 + (\sqrt{8})^2 + 2 \cdot 6 \cdot \sqrt{8} + 6^2 = \\ & = 8 + 36 + 8 + 36 = 44 \cdot 2 = 88. \end{aligned}$$

Ответ: 88.

Задачи для самостоятельного решения

23. Вычислите $(7 + \sqrt{10})^2 + (7 - \sqrt{10})^2$.

24. Вычислите $(\sqrt{15} - 9)^2 + (\sqrt{15} + 9)^2$.

25. Вычислите $(14 - \sqrt{6})^2 + (14 + \sqrt{6})^2$

Пример 8

Найдите значение выражения $7,6 \cdot 10^{-2} + 5,4 \cdot 10^{-1}$.

Решение.

$$\begin{aligned} 7,6 \cdot 10^{-2} + 5,4 \cdot 10^{-1} &= 7,6 \cdot \frac{1}{10^2} + 5,4 \cdot \frac{1}{10^1} = \\ &= \frac{7,6}{100} + \frac{5,4}{10} = 0,076 + 0,54 = 0,616. \end{aligned}$$

Ответ: 0,616.

Задачи для самостоятельного решения

26. Найдите значение выражения

$$4,2 \cdot 10^{-2} + 4,2 \cdot 10^{-1}.$$

27. Найдите значение выражения

$$6,6 \cdot 10^{-1} + 8,6 \cdot 10^{-2}.$$

28. Найдите значение выражения

$$7,6 \cdot 10^{-2} + 8,4 \cdot 10^{-1}.$$

29. Найдите значение выражения

$$2,3 \cdot 10^{-1} + 2,7 \cdot 10^{-2}.$$

30. Найдите значение выражения

$$7,9 \cdot 10^{-2} + 4,5 \cdot 10^{-1}.$$

Пример 9

Найдите значение выражения

$$(5,1 \cdot 10^3) : (1,7 \cdot 10^{-3}).$$

Решение.

$$\begin{aligned} (5,1 \cdot 10^3) : (1,7 \cdot 10^{-3}) &= \frac{5,1 \cdot 10^3}{1,7 \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^3 \cdot 10^3 = \\ &= 3 \cdot 10^6 = 3\,000\,000. \end{aligned}$$

Ответ: 3 000 000.

Задачи для самостоятельного решения

31. Найдите значение выражения

$$(7,5 \cdot 10^2) : (1,5 \cdot 10^{-2}).$$

32. Найдите значение выражения

$$(7,2 \cdot 10^2) : (1,2 \cdot 10^{-3}).$$

33. Найдите значение выражения

$$(5,7 \cdot 10^3) : (1,9 \cdot 10^{-2}).$$

34. Найдите значение выражения

$$(5,2 \cdot 10^2) : (1,3 \cdot 10^{-2}).$$

35. Найдите значение выражения

$$(9,5 \cdot 10^2) : (1,9 \cdot 10^{-4}).$$

1.1.2. Выражения с переменными

Пример 10

Разложите на множители $1 - tp^2 + t - p^2$.

Решение.

Для разложения данного многочлена на множители применим способ группировки и формулу сокращённого умножения разности квадратов

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

$$\begin{aligned} 1 - tp^2 + t - p^2 &= (1 - p^2) + t(1 - p^2) = (1 - p^2)(1 + t) = \\ &= (1 - p)(1 + p)(1 + t). \end{aligned}$$

Ответ: $(1 - p)(1 + p)(1 + t)$.

Задания для самостоятельного решения

36. Разложите на множители $a - 2c + c^2 + 1 - ac$.

37. Разложите на множители $a^2 - a^2b - ab + a^3$.

38. Разложите на множители $xy + x^2 - x^3 - x^2y$.

Пример 11

Сократите дробь $\frac{m - 6m^2}{6m^2 + 11m - 2}$.

Решение.

Разложим на множители числитель и знаменатель данной дроби, для этого воспользуемся вынесением общего множителя за скобки и формулой разложения на множители квадратного трёхчлена.