

ОГЭ НА 100 БАЛЛОВ

**Л. И. Слонимский, И. С. Слонимская**

# **МАТЕМАТИКА**

**СПРАВОЧНИК**  
*ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА*

Москва  
Издательство АСТ  
2025

УДК 373:51  
ББК 22.1я721  
С48

**Слонимский, Лев Иосифович.**

С48 Математика : справочник : теория и практика / Л. И. Слонимский, И. С. Слонимская. — Москва: Издательство АСТ, 2025. — 447, [1] с.: ил. — (ОГЭ на 100 баллов).

ISBN 978-5-17-178086-9

Пособие предназначено для быстрой и эффективной подготовки учащихся 9-х классов общеобразовательных организаций к ОГЭ по математике.

Материал разбит на уроки, включающие все необходимые сведения для плодотворной подготовки к экзамену и успешной его сдачи. Теоретический материал, представленный в форме таблиц, позволит легко и быстро повторить и систематизировать пройденный в школе курс. Практическая часть состоит из подробного разбора экзаменационных примеров и заданий для самостоятельного выполнения. В конце пособия даны ответы на все задания для самопроверки.

Справочник предназначен для интенсивной подготовки к основному государственному экзамену, но может быть использована и для систематических занятий в течение учебного года.

УДК 373:51  
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-17-178086-9

© Слонимский Л. И., Слонимская И. С., 2025  
© ООО «Издательство АСТ», 2025

# Содержание

Предисловие . . . . .	5
УРОК 1 . . . . .	7
<i>Экзаменационный вариант №1</i> <i>для проверки уровня начальных знаний . . . . .</i>	7
<i>Инструкция по выполнению</i> <i>экзаменационной работы . . . . .</i>	7
<i>Вариант . . . . .</i>	13
<i>Подробный разбор решений . . . . .</i>	25
УРОК 2 . . . . .	46
Задания №1, №2 . . . . .	46
УРОК 3 . . . . .	61
Задания №3, №4 . . . . .	61
УРОК 4 . . . . .	73
Задание №5 . . . . .	73
УРОК 5 . . . . .	84
Задание №6 . . . . .	84
Задание №7 . . . . .	103
УРОК 6 . . . . .	112
Задание №8 . . . . .	112
УРОК 7 . . . . .	122
Задание №9 . . . . .	122
УРОК 8 . . . . .	133
Задание №10 . . . . .	133
УРОК 9 . . . . .	141
Задание №11 . . . . .	141
УРОК 10 . . . . .	163
Задание №12 . . . . .	163
УРОК 11 . . . . .	169
Задание №13 . . . . .	169
УРОК 12 . . . . .	184
Задание №14 . . . . .	184
УРОК 13 . . . . .	192
Задание №15 . . . . .	192
УРОК 14 . . . . .	214
Задание №16 . . . . .	214
УРОК 15 . . . . .	228
Задание №17 . . . . .	228

УРОК 16 .....	250
Задание №18 .....	250
Задание №19 .....	257
УРОК 17 .....	268
<i>Экзаменационный вариант №2.</i>	
<i>Промежуточная проверка уровня знаний</i> .....	268
<i>Вариант</i> .....	269
<i>Подробный разбор решений</i> .....	278
УРОК 18 .....	296
Задание №20 .....	296
УРОК 19 .....	311
Задание №20 (окончание) .....	311
УРОК 20 .....	321
Задание №21 .....	321
УРОК 21 .....	338
Задание №21 (окончание) .....	338
УРОК 22 .....	357
Задание №22 .....	357
УРОК 23 .....	365
Задание №22 (окончание) .....	365
УРОК 24 .....	372
Задание №23 .....	372
УРОК 25 .....	381
Задание №23 (окончание) .....	381
УРОК 26 .....	388
Задание №24 .....	388
УРОК 27 .....	400
Задание №24 (окончание) .....	400
УРОК 28 .....	406
Задание №25 .....	406
УРОК 29 .....	414
Задание №25 (окончание) .....	414
УРОК 30 .....	419
<i>Экзаменационный вариант №3.</i>	
<i>Итоговая проверка</i> .....	419
<i>Вариант</i> .....	419
<i>Подробный разбор решений</i> .....	427
ОТВЕТЫ .....	442

# Предисловие

Книга серии «ОГЭ на 100 баллов» предназначена для интенсивной подготовки к выпускному экзамену по математике в 9-м классе, но может быть использована и для систематических занятий в течение учебного года.

В нашем пособии материал разбит на 30 уроков, включающих все необходимые сведения для плодотворной подготовки к экзамену и успешной его сдачи. Темп подготовки выбирайте сами! Это либо занятия раз в неделю в удобное время от остальных уроков и вашего хобби, либо вы можете интенсивно повторить, изучить или просто отработать наиболее сложные темы перед самим ОГЭ.

Экзаменационная работа по математике состоит из 25 заданий: 19 заданий с кратким ответом и 6 заданий с развёрнутым ответом. Все они распределены и подробно разбираются на протяжении 30 уроков-интенсивов нашего сборника.

Каждое такое занятие включает в себя:

- краткий теоретический материал и авторские рекомендации, необходимые для выполнения заданий;
- подробный разбор примеров экзаменационных заданий разных типов и уровней сложности;
- задания для самостоятельной отработки полученных знаний.

К заданиям для самостоятельного решения в конце пособия приводятся ответы.

Для более эффективной тренировки и проверки уровня подготовки к экзамену в пособии выделены 3 урока на выполнение полных тренировочных вариантов, соответствующих демонстрационному варианту. Первый вариант — в начале подготовки, второй — в середине цикла и третий — в финале. Советуем самостоятельно выполнить задания данных вариантов, записать ответы в образцы бланков и только потом сравнить правильность своих решений с авторскими. Внимательно проверяйте решения простых задач, прежде чем приступать к выполнению более сложных!

Содержание заданий разработано по официальным темам кодификатора проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего об-

разования и элементов содержания для проведения основного государственного экзамена по математике:

- «Числа и вычисления»,
- «Алгебраические выражения»,
- «Уравнения и неравенства»,
- «Числовые последовательности»,
- «Функции»,
- «Координаты на прямой и плоскости»,
- «Геометрия»,
- «Статистика и теория вероятностей».

**Занимаясь по нашему справочнику, регулярно выполняя все задания, вы непременно получите на экзамене 100 баллов!**

**В связи с возможными изменениями в формате и количестве заданий рекомендуем в процессе подготовки к экзамену обращаться к материалам сайта официального разработчика экзаменационных заданий — Федерального института педагогических измерений: [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru).**

# УРОК 1

---

## Экзаменационный вариант №1 для проверки уровня начальных знаний

### *Инструкция по выполнению экзаменационной работы*

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Каждое задание с 1 по 19 при правильном ответе в бланке оценивается в 1 балл. Они проверяются с помощью компьютеров. Задания с 20 по 25 проверяют эксперты, за каждое из этих заданий максимально можно получить 2 балла. Баллы за выполненные задания суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

### **Совет!**

Решайте вариант, не используя никаких дополнительных материалов: циркулей, карандашей и транспортиров. Отложите телефон! Обстановка должна быть максимально приближена к экзамену. Засеките время! Вам надо успеть выполнить все задания варианта за 3 часа 55 минут (235 минут). Используйте справочные материалы, которые будут написаны в КИМах (контрольно измерительных материалах).

**Справочные материалы, которые выдают  
вместе с экзаменационным вариантом**

## АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ ,  
то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ :

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

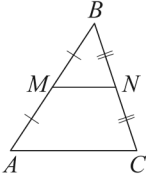
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

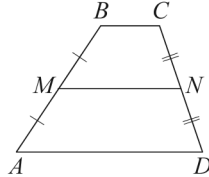
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .

Средняя линия треугольника и трапеции

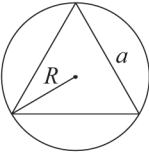


$MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AC$   
 $MN = \frac{AC}{2}$

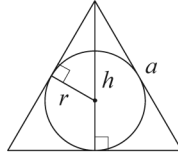


$BC \parallel AD$   
 $MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AD$   
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

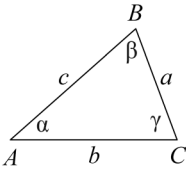
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$   
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$   
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



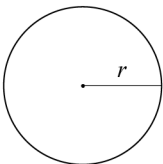
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB=c$ ,  $AC=b$ ,  $BC=a$ :

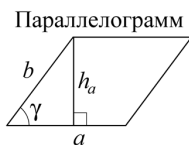
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности  $C = 2\pi r$

Площадь круга  $S = \pi r^2$

## Площади фигур



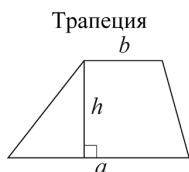
$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

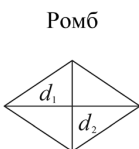


$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$



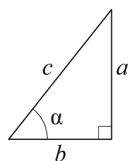
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



$d_1, d_2$  — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

## Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

## Некоторые значения тригонометрических функций

$\alpha$	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

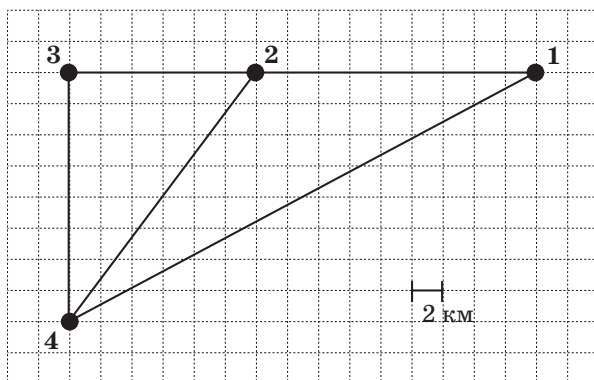
## Вариант

## Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Лена летом отдыхает с семьёй на даче в посёлке Алмаз. В среду они с папой запланировали поездку на велосипедах в село Раменское в продуктовый магазин. Из посёлка Алмаз в село Раменское можно проехать прямо через лес по широкой тропинке. Есть комфортный путь, хотя и более длинный, по прямолинейному шоссе через деревню Карманово до посёлка Мельдино, где нужно под прямым углом повернуть налево на другое шоссе в направлении села Раменское. Существует третий маршрут: доехать до деревни Карманово, а там свернуть на прямую лесную дорожку в село Раменское.



По тропинке и лесной дорожке Лена с папой едут со скоростью 20 км/ч, а по шоссе — со скоростью 24 км/ч. На плане показано взаимное расположение пунктов, перечисленных в условии задачи, при этом длина каждой клетки 2 км.

**1**

Пользуясь планом и текстовым описанием, определите, какими цифрами обозначены населённые пункты. В ответ запишите последовательно три цифры без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Населённые пункты	Посёлок Мельдино	Посёлок Алмаз	Село Раменское
Цифры			

**2**

Сколько километров проедут Лена с папой от посёлка Алмаз до села Раменское, если их маршрут пройдёт по шоссе через посёлок Мельдино?

Ответ: \_\_\_\_\_

**3**

Найдите расстояние от посёлка Алмаз до села Раменское по прямой тропинке через лес. Ответ дайте в километрах.

Ответ: \_\_\_\_\_

**4**

Сколько минут у Лены с папой займёт дорога из посёлка Алмаз до села Раменское, если их путь пройдёт через посёлок Мельдино, где они свернут на лесную дорожку?

Ответ: \_\_\_\_\_

5

В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, которые расположены в посёлке Алмаз, в деревне Карманово, в посёлке Мельдино и в селе Раменское.

Продукт	п. Алмаз	д. Карманово	п. Мельдино	с. Раменское
Хлеб (1 батон)	22	25	27	21
Молоко (1 л)	46	45	48	47
Яйца (1 десяток)	54	56	57	53
Сыр (1 кг)	320	340	330	315
Картофель (1 кг)	16	20	14	18

Лена с папой хотят купить 3 л молока, 2 десятка яиц и 2 батона хлеба. В каком магазине, из представленных в таблице, этот набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость набора в этом магазине.

Ответ: \_\_\_\_\_

6

Вычислите значение выражения  $\frac{1}{4} + \frac{17}{20}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

7

На координатной прямой отмечено число  $a$ .



Какое из утверждений для числа  $a$  является **неверным**?

1)  $6 - a > 0$     2)  $a - 5 < 0$     3)  $1 - a > 0$     4)  $a - 7 < 0$

Ответ: