

900
ЗАДАНИЙ
С ОТВЕТАМИ

ЕГЭ

2026

В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина

МАТЕМАТИКА

СБОРНИК ЗАДАНИЙ


МОСКВА
2025



900
ЗАДАНИЙ
С ОТВЕТАМИ

ЕГЭ

2026

В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина

МАТЕМАТИКА

СБОРНИК ЗАДАНИЙ


МОСКВА
2025



УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
К75

Об авторах:

В. В. Кочагин — кандидат педагогических наук,
учитель математики ГБОУ
«Школа № 1568 им. Пабло Неруды» г. Москвы

М. Н. Кочагина — кандидат педагогических наук,
доцент департамента математики и физики
Института цифрового образования ГАОУ ВО МГПУ

Кочагин, Вадим Витальевич.

К75 ЕГЭ 2026. Математика. Сборник заданий: 900 заданий с ответами / В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина. — Москва : Эксмо, 2025. — 288 с. — (ЕГЭ. Сборник заданий).

ISBN 978-5-04-215544-4

Книга предназначена для подготовки учащихся к ЕГЭ по математике.

Издание содержит:

- задания профильного уровня;
- краткие теоретические сведения по всем темам;
- решение типовых заданий;
- ответы ко всем заданиям.

Пособие будет полезно учителям математики, так как даёт возможность эффективно организовать учебный процесс и подготовку к экзамену.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-215544-4

© Кочагин В. В., Кочагина М. Н., 2025
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2025

ВВЕДЕНИЕ

Эта книга адресована *учащимся 10—11 классов* для подготовки к единому государственному экзамену. Материал данного пособия представлен в виде разделов, соответствующих основным темам школьного курса математики, присутствующим в ЕГЭ. Для каждой темы предложены задания части 1 и части 2 профильного уровня, а также обобщающие контрольные работы. Ко всем заданиям приведены ответы.

Тренировочные задания позволят учащимся систематически, при прохождении каждой темы, готовиться к этому экзамену. Достаточно будет в 10—11-х классах решать задания из этого пособия параллельно с темой по математике, изучаемой на школьных уроках, а в конце 11-го класса, в качестве повторения, — варианты ЕГЭ по математике.

Данное пособие может использоваться совместно с любым учебником алгебры и начал анализа и геометрии для 10—11-х классов.

Книга также будет полезна *учителям математики*, так как дает возможность эффективно организовать подготовку учащихся к единому государственному экзамену непосредственно на уроках, в процессе изучения всех тем. Можно предложить несколько вариантов работы:

— включение заданий тестового характера в систему заданий для 10—11-х классов вместе со стандартными упражнениями учебника;

— использование заданий и контрольных работ на этапе обобщающего повторения по каждой теме или на

этапе итогового повторения и подготовки к ЕГЭ в конце 11-го класса;

— контроль и коррекция знаний учащихся.

В структуре экзаменационной работы выделены две части, которые различаются по содержанию, форме записи ответа, степени сложности и числу заданий.

В данном учебном пособии также представлены две группы заданий. Формы записи ответов для разных заданий соответствуют формулировкам заданий в ЕГЭ.

Для каждого из заданий **части 1** ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Единицы измерений не пишут. В этом разделе содержатся задания базового уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа», а также задания из различных разделов математики с 5-го по 11-й класс.

Задания **части 2** требуют развернутого ответа. При оформлении решений обращают внимание на правильную запись хода решения, наличие обоснований и верный ответ. В эту группу включаются самые сложные задания по геометрии и алгебре 7—11-х классов повышенного и высокого уровней сложности.

Надеемся, что данное пособие поможет учителям математики эффективно организовать подготовку к ЕГЭ на своих уроках, а старшеклассникам — систематизировать знания по математике, самостоятельно подготовиться к экзамену и успешно его сдать.

I. ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКИ (10—11 классы)

1. ТРИГОНОМЕТРИЯ

1.1. Тожественные преобразования тригонометрических выражений

Теоретические сведения

Формулы одного аргумента

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (2)$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1, \alpha \neq \frac{\pi}{2} n, n \in \mathbf{Z} \quad (4)$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (5)$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \quad (6)$$

Формулы сложения

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad (7)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad (8)$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad (9)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad (10)$$

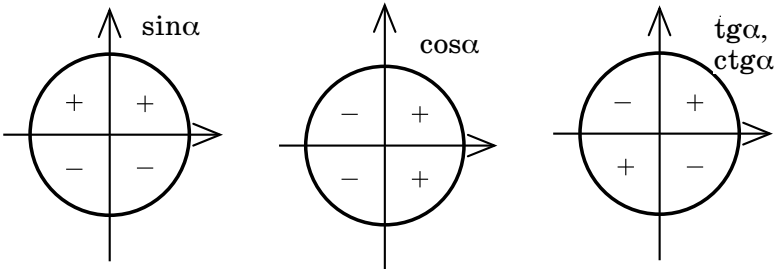
Формулы двойного угла

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad (11)$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (12)$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2\alpha} \quad (13)$$

Знаки тригонометрических функций



Решение типовых заданий

Каждый год в ЕГЭ встречаются задания на применение формул приведения. Их применяют для преобразования выражений вида

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right); \sin(\pi + \alpha); \operatorname{tg}(270^\circ + \alpha); \operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha) \text{ и т.д.}$$

Преобразовывать подобные выражения помогает следующее правило: 1) находим четверть, в которой расположен угол, и определяем знак функции в этой четверти (угол α считаем углом I четверти); 2) меняем функцию на кофункцию, если аргументом служат углы $\left(\frac{\pi}{2} \pm \alpha\right)$, $\left(\frac{3\pi}{2} \pm \alpha\right)$..., или не изменяем функцию, если

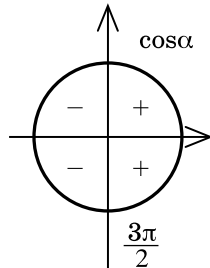
аргументом служат углы $(\pi \pm \alpha)$, $(2\pi \pm \alpha)$...

Задание 1. Упростите выражение $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$.

Решение.

1) Угол $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ лежит в III четверти, где $\cos \alpha$ отрицателен.

2) Угол $\frac{3\pi}{2}$ находится на вертикальной оси, поэтому «киваем головой сверху вниз», отвечая на вопрос: «Меняется название функции?» — «Да». Поэтому получаем $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha$.



Ответ: $-\sin \alpha$.

Задание 2. Упростите выражение $\sin(\pi - \alpha)$.

Решение.

1) Угол $\pi - \alpha$ лежит во II четверти, где $\sin \alpha$ положителен.

2) Угол π находится на горизонтальной оси $\pi = 180^\circ$, поэтому «киваем головой справа налево», отвечая на вопрос: «Меняется название функции?» — «Нет». Поэтому получаем $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$.

Задание 3. Упростите выражение $\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha)$.

Ответ: $-\operatorname{ctg} \alpha$.

Задание 4. Упростите выражение $\operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha)$.

Ответ: $-\operatorname{ctg} \alpha$.

Рассмотрим более сложные случаи, когда сначала используется свойство четности тригонометрических функций ($\cos \alpha$ — четная функция, $\sin \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$ — нечетные функции), а затем формулы приведения.

Задание 5. Упростите выражение $\sin(\alpha - \pi)$.

Решение. Сравним выражения из заданий 2 и 5. Чтобы применить формулы приведения, используем нечетность $\sin t$.

$$\sin(\alpha - \pi) = -\sin(\pi - \alpha) = -\sin \alpha.$$

Ответ: $-\sin \alpha$.

Задание 6. Упростите выражение $\cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$.

Решение.

$$\cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha.$$

Ответ: $-\sin \alpha$.

Задание 7. Упростите выражение $\operatorname{tg}(\alpha - 270^\circ)$.

Решение.

$$\operatorname{tg}(\alpha - 270^\circ) = -\operatorname{tg}(270^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha.$$

Ответ: $-\operatorname{ctg} \alpha$.

Задание 8. Упростите выражение $\operatorname{ctg}(\alpha - 360^\circ)$.

Решение.

$$\operatorname{ctg}(\alpha - 360^\circ) = -\operatorname{ctg}(360^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha.$$

Ответ: $\operatorname{ctg} \alpha$.

Рассмотрим следующую ситуацию, когда, прежде чем применить формулы приведения, необходимо уменьшить аргумент, используя свойство периодичности тригонометрических функций (наименьший положительный период $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ равен 2π , поэтому уменьшать аргумент можно, вычитая из него числа, кратные 2π ; наименьший положительный период $\operatorname{ctg} \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$ равен π , поэтому уменьшать аргумент можно, вычитая из него числа, кратные π).

Задание 9. Упростите выражение

$$\frac{\sin\left(\frac{9}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(5\pi + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) - 1}.$$

Решение.

Когда надо преобразовывать выражения в числителе и знаменателе, удобно преобразовывать отдельно числитель, отдельно знаменатель.

В числителе:

$$\begin{aligned} & \sin\left(\frac{9}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(5\pi + \alpha) = \\ & = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \operatorname{ctg} \alpha = \cos \alpha - \operatorname{ctg} \alpha. \end{aligned}$$

В знаменателе: $\sin(\pi - \alpha) - 1 = \sin \alpha - 1$.

Разделим числитель на знаменатель, получим:
 $\frac{\cos \alpha - \operatorname{ctg} \alpha}{\sin \alpha - 1}$. Выражения в числителе и знаменателе содержат один и тот же аргумент α , поэтому используем формулы одного аргумента (а именно: $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$).

$$\frac{\cos \alpha - \operatorname{ctg} \alpha}{\sin \alpha - 1} = \frac{\cos \alpha - \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}}{\sin \alpha - 1} = \frac{\cos \alpha (\sin \alpha - 1)}{\sin \alpha (\sin \alpha - 1)} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

Ответ: $\operatorname{ctg} \alpha$.

Если сумма (разность) аргументов тригонометрических функций равна $\frac{\pi}{2}$; π ; $\frac{3}{2}\pi$ и т.д., то помогают формулы приведения.

Задание 10. Вычислите: $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$.

Решение.

Так как $15^\circ + 75^\circ = 90^\circ$, то

$$\begin{aligned} \cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ &= \cos^2 (90^\circ - 75^\circ) + \cos^2 75^\circ = \\ &= \sin^2 75^\circ + \cos^2 75^\circ = 1. \end{aligned}$$

Ответ: 1.

Разобраться в обилии формул тригонометрии часто помогает сравнение аргументов тригонометрических функций, входящих в выражение.

Задание 11. Упростите выражение $\frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta}$.

Решение.

Аргументы числителя и знаменателя отличаются в 2 раза, значит, применим формулы двойного угла в числителе.

$$\frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta} = \frac{2 \sin 2\beta \cos 2\beta}{\cos 2\beta} = 2 \sin 2\beta.$$

Ответ: $2 \sin 2\beta$.

В заданиях на преобразования выражений, содержащих степени с натуральными показателями, сначала применяют формулы сокращенного умножения.

Задание 12. Упростите выражение

$$\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha.$$

Решение.

$$\begin{aligned} & \frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha = \\ & = \frac{(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} - (\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha)^2 = -1 - 1 = -2. \end{aligned}$$

Ответ: -2 .

Задания для самостоятельного решения

Дайте краткий ответ. Для каждого из заданий ответом может являться целое число или число, записанное в виде десятичной дроби.

1. Найдите значение выражения $3 \sin^2 \beta + 10 + 3 \cos^2 \beta$.
2. Найдите значение выражения $16 - 6 \sin^2 \beta - 6 \cos^2 \beta$.
3. Вычислите: $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$.

4. Вычислите: $\cos^2 15^\circ - \sin^2 75^\circ$.

5. Упростите выражение $\frac{\sin 4\beta}{\cos 2\beta} - 2\sin 2\beta + 0,29$.

6. Вычислите:

$$\left(\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}\right) \cdot \sqrt{3} \text{ при } x = \frac{5\pi}{6}.$$

7. Дано: $\cos \beta = 0,8$ и $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$. Найдите: $\sin \beta$.

8. Дано: $\operatorname{tg} \beta = \frac{7}{24}$ и $180^\circ < \beta < 270^\circ$. Найдите: $\cos \beta$.

9. Дано: $\operatorname{ctg} \beta = -1\frac{1}{3}$. Найдите: $\cos 2\beta$.

10. Дано: $\cos \alpha = -0,6$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\sin \beta = -0,6$, $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$.

Найдите: $\sin(\alpha - \beta)$.

11. Дано: $\cos \alpha = -0,6$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$; $\sin \beta = -0,6$, $\frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$.

Найдите: $\cos(\alpha + \beta)$.

12. Найдите значение выражения $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)$, если $\sin \beta = 0,11$.

13. Найдите значение выражения $\sin(180^\circ - \beta)$, если $\sin \beta = -0,24$.

14. Найдите значение выражения $\sin(270^\circ - \beta)$, если $\cos \beta = -0,41$.
15. Найдите значение выражения $\cos(\beta - 270^\circ)$, если $\sin \beta = 0,59$.
16. Найдите значение выражения $\operatorname{tg}^2(\alpha - \pi)$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 2,5$.
17. Найдите значение выражения $\cos^2\left(\alpha - \frac{3}{2}\pi\right)$, если $\sin \alpha = 0,2$.
18. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin\left(\frac{13}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(6\pi + \alpha)}{1 + \sin(2\pi - \alpha)},$$

если $\operatorname{ctg} \alpha = 8$.

19. Найдите значение выражения

$$\frac{\sin\left(\frac{9}{2}\pi - \alpha\right) - \operatorname{ctg}(5\pi + \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) - 1},$$

если $\operatorname{tg} \alpha = 0,25$.

1.2. Тригонометрические уравнения

Перед изучением данной темы полезно повторить теоретические сведения, изложенные в теме «Тожественные преобразования тригонометрических выражений».

Теоретические сведения

Общие формулы

$$\sin x = a, -1 \leq a \leq 1 \Leftrightarrow x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbf{Z} \quad (1)$$

$$\cos x = a, -1 \leq a \leq 1 \Leftrightarrow x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbf{Z} \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbf{Z} \quad (3)$$

$$\operatorname{ctg} x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arcctg} a + \pi k, k \in \mathbf{Z} \quad (4)$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a \quad (5)$$

$$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a \quad (6)$$

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a \quad (7)$$

$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a \quad (8)$$

Особые случаи

$$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z} \quad (9)$$

$$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2\pi n, n \in \mathbf{Z} \quad (10)$$

$$\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbf{Z} \quad (11)$$

$$\sin x = 0 \Leftrightarrow x = \pi n, n \in \mathbf{Z} \quad (12)$$

$$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z} \quad (13)$$

$$\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbf{Z} \quad (14)$$

Находить значения арксинусов (арккосинусов, арктангенсов, арккотангенсов) некоторых углов помогает следующая таблица.

Угол \ Значения	0	$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$	$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$	$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$	$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$
$\arcsin \uparrow$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\arccos \uparrow$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{arctg} \uparrow$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	—
$\operatorname{arcctg} \uparrow$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0