СОВЕТСКИЕ УЧЕБНИКИ

АНДРЕЙ
КИСЕЛЕВ

ГЕОМЕТРИЯ
6–9 КЛАССЫ

КЛАССИКА НАУЧПОПА

МОСКВА

УДК 514(075.3)
ББК 22.151я722
К44

Киселев, Андрей Петрович.

К44 Геометрия для 6—9 классов / Андрей Киселев. — Москва : Эксмо, 2025. — 272 с. — (Советские учебники. Классика научпопа).

ISBN 978-5-04-214543-8

Знаменитый учебник по геометрии математика А.П. Киселева любим многими поколениями. В нем вы найдете все необходимое: от формул до подробных чертежей. Учебное пособие поможет не только подготовиться к экзаменам, но и разобраться в сложных темах для общего развития. В книге подробно и доступно раскрыты темы окружностей, подобий треугольников, измерения площадей и многие другие. Учебник Андрея Петровича Киселева незаменим в качестве учебного пособия для школьников и всех любителей математики в целом.

УДК 514(075.3)
ББК 22.151я722

ISBN 978-5-04-214543-8

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебник элементарной геометрии А. П. Киселёва был долгое время самым распространенным учебником геометрии. Его главные достоинства: простота и отчетливость языка и доступность для понимания учащимися средних школ.

В порядке переработки учебника и приспособления его к существующим программам средних школ внесены многочисленные изменения и дополнения с целью уточнить, а иногда и более широко осветить отдельные вопросы. В вопросах же принципиального характера мною сделаны в тексте автора изменения по существу. В издаваемой первой части книги (Планиметрия) наиболее важными изменениями являются следующие: при изложении вопроса об измерении отрезков введены бесконечные десятичные дроби; теория подобия поставлена в связь с общей задачей подобного преобразования; дано более строгое изложение вопроса об измерении длины окружности; уточнено и вместе с тем несколько упрощено изложение теории измерения площадей; указано значение отдельных теорем в общем курсе геометрии; даны дополнительные указания к решению некоторых наиболее трудных задач; методы решения задач на построение, данные автором в виде приложения в конце всей книги, размещены с надлежащими редакционными изменениями, в соответствующих местах книги (чтобы учащийся мог познакомиться с ними и использовать их в процессе изучения предмета); сокращена часть задач на вычисление, именно: выпущены задачи, имеющие малую теоретическую и практическую ценность; вовсе опущена глава «об отношениях и пропорциях», содержание которой с современной точки зрения является совершенно устарелым.

Кроме того, мною написаны следующие дополнения к первой части книги: 1) о симметрии фигур (осевой и центральной, § 37 и § 84–86); 2) о подобном преобразовании фигур, перспективном расположении многоугольников и подобии окружностей (§ 173–178); о пределе числовой последовательности и переменной величины (§ 227–231).

Во всей переработке учебника я старался дать более точное изложение предмета и более широкое освещение отдельных вопросов, а также выдвинуть на первый план основные геометрические идеи о движении, о симметрии, о подобии, как геометрическом преобразовании, в той мере, в какой это допускают рамки готового текста и самый размер книги. Кроме того, при переработке текста я старался избежать создания в книге разных стилей, что могло бы затруднить чтение книги учащимися.

Г. Верея, 20/11 1938 г.
Н. Глаголев

ВВЕДЕНИЕ

1. Геометрические фигуры. Часть пространства, ограниченная со всех сторон, называется **геометрическим телом.**

Геометрическое тело отделяется от окружающего пространства **поверхностью.**

Часть поверхности отделяется от смежной части **линией.**

Часть линии отделяется от смежной части **точкой.**

Геометрическое тело, поверхность, линия и точка не существуют раздельно. Однако при помощи отвлечения мы можем рассматривать поверхность независимо от геометрического тела, линию — независимо от поверхности и точку — независимо от линии. При этом поверхность мы должны представить себе не имеющей толщины, линию — не имеющей ни толщины, ни ширины и точку — не имеющей ни длины, ни ширины, ни толщины.

Совокупность каких бы то ни было точек, линий, поверхностей или тел, расположенных известным образом в пространстве, называется вообще геометрической **фигурой.** Геометрические фигуры могут перемещаться в пространстве, не подвергаясь никаким изменениям. Две геометрические фигуры называются равными, если перемещением одной из них в пространстве ее можно совместить со второй фигурой так, что обе фигуры совместятся во всех своих частях.

2. Геометрия. Наука, рассматривающая свойства геометрических фигур, называется **геометрией**, что в переводе с греческого языка означает **землемерие**. Такое название этой науке было дано потому, что в древнее время главной целью геометрии было измерение расстояний и площадей на земной поверхности.

ПЛОСКОСТЬ

3. Плоскость. Из различных поверхностей наиболее знакомая нам есть плоская поверхность, или просто плоскость, представление о которой дает нам, например, поверхность хорошего оконного стекла или поверхность спокойной воды в пруду и т. п.

Укажем следующее свойство плоскости:

Всякую часть плоскости можно наложить всеми ее точками на другое место этой или другой плоскости, причем накладываемую часть можно предварительно перевернуть другой стороной.

ПРЯМАЯ ЛИНИЯ

4. Прямая линия. Самой простой линией является прямая. Представление о прямой линии, или просто о прямой, всем хорошо знакомо. Представление о ней дает туго натянутая нить или луч света, выходящий из малого отверстия. С этим представлением согласуется следующее основное свойство прямой:

Через всякие две точки пространства можно провести прямую и притом только одну.

Из этого свойства следует:

Если две прямые наложены одна на другую так, что какие-нибудь две точки одной прямой совпадают с двумя точками другой прямой, то эти прямые сливаются и во всех остальных точках (потому что в противном случае через две точки можно было бы провести две различные прямые, что невозможно).

По той же причине *две прямые могут пересечься только в одной точке*.

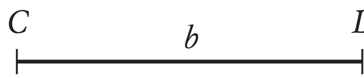
Прямая линия может лежать на плоскости. При этом плоскость обладает следующим свойством:

Если на плоскости взять какие-нибудь две точки и провести через них прямую линию, то все точки этой прямой будут находиться в этой плоскости.

5. Неограниченная прямая; луч; отрезок. Если прямую представляют продолженной в обе стороны бесконечно, то ее называют **бесконечной** (или **неограниченной**) прямой.

Прямую обозначают обыкновенно двумя большими буквами, поставленными у двух каких-либо ее точек. Так, говорят: «прямая AB» или «BA» (чертеж 1).

Чертеж 1



Чертеж 2

Часть прямой, ограниченная с обеих сторон, называется **отрезком прямой**; отрезок обыкновенно обозначается двумя буквами, поставленными у его концов (отрезок CD, чертеж 2). Иногда прямую или отрезок прямой обозначают и одной буквой (малой); например, говорят: «прямая a, отрезок b» и т. п.

Для краткости вместо «отрезок прямой» мы будем часто говорить просто «отрезок».

Иногда рассматривают прямую, ограниченную только с одной стороны, например в точке A (чертеж 3). О такой прямой говорят, что она исходит из точки A; ее называют **лучом** (или **полупрямой**).

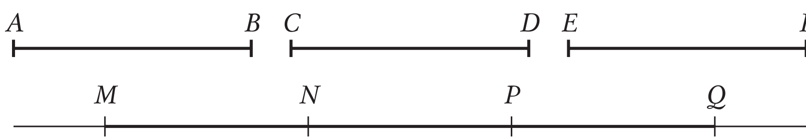
Чертеж 3

6. Равенство и неравенство отрезков. *Два отрезка равны, если они могут быть наложены один на другой так, что их концы совпадут*. Положим, например, что мы накладываем отрезок AB на отрезок CD (чертеж 4) так, чтобы точка A совпала с точкой C и чтобы прямая AB пошла по прямой CD, если при этом концы B и D совпадут, то отрезки AB и CD равны; в противном случае отрезки будут не равны, причем меньшим считается тот, который составит часть другого.

Чертеж 4

Чтобы на какой-нибудь прямой отложить отрезок, равный данному отрезку, употребляют **циркуль** — прибор, известный учащимся из опыта.

7. Сумма отрезков. Суммой нескольких данных отрезков AB, CD, EF,.., (чертеж 5) называется такой отрезок, который получится следующим образом.



Чертеж 5

На какой-нибудь прямой берем произвольную точку M и откладываем от нее отрезок MN, равный AB, затем от точки N в том же направлении откладываем отрезок NP, равный CD, и отрезок PQ, равный EF. Тогда отрезок MQ и будет суммой отрезков AB, CD и EF (которые по отношению к этой сумме называются слагаемыми). Подобным образом можно получить сумму какого угодно числа отрезков.

Сумма отрезков обладает всеми свойствами суммы чисел; так, она не зависит от порядка слагаемых (переместительный закон) и не изменяется, если некоторые слагаемые будут заменены их суммой (сочетательный закон). Так:

$$AB + CD + EF = AB + EF + CD = EF + CD + AB = \ldots$$

и

$$AB + CD + EF = AB + (CD + EF) = CD + (AB + EF) = \ldots$$

8. Действия над отрезками. Из понятия о сумме выводятся понятия о разности отрезков, умножении и делении отрезков на отвлеченное число. Так, разность отрезков AB и CD (если $AB > CD$) есть такой третий отрезок, сумма которого с CD равна AB; произведение отрезка AB на число 3 есть сумма трех отрезков, из которых каждый равен AB; частное от деления отрезка AB на число 3 есть третья часть AB и т. п.

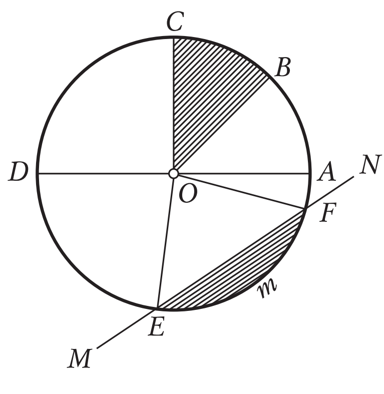
Если данные отрезки измерены какой-нибудь линейной единицей (например, сантиметром) и длины их выражены соответствующими числами, то длина суммы отрезков выразится суммой чисел, измеряющих эти отрезки, разность выразится разностью чисел и т. д.

ПОНЯТИЕ ОБ ОКРУЖНОСТИ

9. Окружность. Если дадим циркулю произвольный раствор и, поставив одну его ножку острием в какую-нибудь точку O плоскости (чертеж 6), станем вращать циркуль вокруг этой точки, то другая его ножка, снабженная карандашом или пером, прикасающимся к плоскости, опишет на плоскости непрерывную линию, все точки которой одинаково удалены от точки O. Эта линия называется **окружностью**, а точка O — **центром** ее. Отрезки OA, OB, OC, ..., соединяющие центр с какими-нибудь точками окружности, называются **радиусами**. Все радиусы одной окружности равны между собой.

Окружности, описанные одинаковыми радиусами, равны, так как они при совмещении их центров совмещаются всеми своими точками.

Прямая (MN, чертеж 6), проходящая через какие-нибудь две точки окружности, называется **секущей**.



Чертеж 6

Отрезок прямой (EF), соединяющий две какие-нибудь точки окружности, называется **хордой**.

Всякая хорда (AD), проходящая через центр, называется **диаметром.**

Диаметр равен сумме двух радиусов, и потому все диаметры одной окружности равны между собой.

Какая-нибудь часть окружности (например, EmF) называется **дугой.**

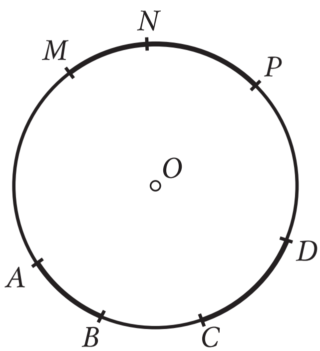
О хорде (EF), соединяющей концы какой-нибудь дуги, говорят, что она **стягивает** эту дугу.

Дуга обозначается иногда знаком $\smile$; например, пишут так: $\smile EmF$.

Часть плоскости, ограниченная окружностью, называется **кругом***.

Часть круга, заключенная между двумя радиусами (часть COB, покрытая штрихами на чертеже 6), называется **сектором,** а часть, отсекаемая от круга какой-нибудь секущей (часть EmF), называется **сегментом.**

10. Равенство и неравенство дуг. Две дуги одной и той же окружности (или равных окружностей) равны между собой, если они могут быть совмещены так, что их концы совпадут. Положим, например, что мы накладываем дугу AB (чертеж 7) на дугу CD так, чтобы точка A совпала с точкой C и дуга AB пошла по дуге CD; если при этом концы B и D совпадут, то совпадут и все промежуточные точки этих дуг, так как они находятся на одинаковом расстоянии от центра, значит, $\smile AB = \smile CD$; если же B и D не совпадут, то дуги не равны, причем та считается меньше, которая составит часть другой.



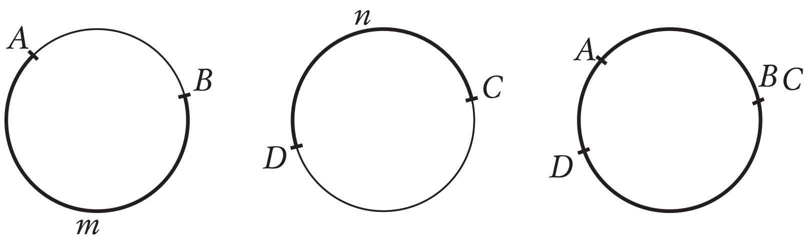
Чертеж 7

11. Сумма дуг. Суммой нескольких данных дуг одинакового радиуса называется такая дуга того же радиуса, которая

* Иногда слово «круг» употребляют в том же смысле, как и окружность. Но этого следует избегать, так как употребление одного и того же термина для разных понятий может приводить к ошибкам.

составлена из частей, соответственно равных данным дугам. Так, если от произвольной точки *M* (чертеж 7) окружности отложим часть *MN*, равную *AB*, и затем от точки *N* в том же направлении отложим часть *NP*, равную *CD*, то дуга *MP* будет суммой дуг *AB* и *CD*. Подобно этому можно составить сумму трех и более дуг.

При сложении дуг одинакового радиуса их сумма может не уместиться на одной окружности, одна из дуг может частично покрыть другую. В таком случае суммой дуг будет являться дуга, большая целой окружности. Так, например, при сложении дуги *AmB* с дугой *CnD* (чертеж 8) получаем дугу, состоящую из целой окружности и дуги *AD*.



Чертеж 8

Сумма дуг, как и сумма отрезков прямой, обладает свойствами **переместительным** и **сочетательным**.

Из понятия о сумме дуг выводятся понятия о разности дуг, умножении и делении дуги на отвлеченное число, так же как и для отрезков прямых.

12. Разделение геометрии. Геометрия разделяется на две части: **планиметрию** и **стереометрию**. Первая рассматривает свойства таких фигур, все части которых помещаются на одной плоскости; вторая — свойства таких фигур, у которых не все части помещаются на одной плоскости.

ПЛАНИМЕТРИЯ