

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие автора	3
Глава первая. ЗАВТРАК С ГОЛОВОЛОМКАМИ.....	4
Решения головоломок 1–12.....	16
Глава вторая. МАТЕМАТИКА В ИГРАХ.....	28
Решения головоломок 16–30	40
Глава третья. ЕЩЕ ДЮЖИНА ГОЛОВОЛОМОК.....	49
Решения головоломок 31–42	55
Глава четвертая. ХИТРЫЙ СЧЕТ	61
Глава пятая. ЧИСЛОВЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ.....	66
Решения головоломок 45–56	70
Глава шестая. ЗАШИФРОВАННАЯ ПЕРЕПИСКА	75
Глава седьмая. РАССКАЗЫ О ЧИСЛАХ-ВЕЛИКАНАХ.....	84
Глава восьмая. БЕЗ МЕРНОЙ ЛИНЕЙКИ.....	130
Глава девятая. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ГОЛОВОЛОМКИ	135
Решения головоломок 72–94	144
Глава десятая. ГЕОМЕТРИЯ ДОЖДЯ И СНЕГА	156
Глава одиннадцатая. МАТЕМАТИКА И СКАЗАНИЕ О ПОТОПЕ.....	164
Глава двенадцатая. ТРИДЦАТЬ РАЗНЫХ ЗАДАЧ.....	169
Решения головоломок 101–130	178

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА

Для чтения этой книги достаточно весьма скромная математическая подготовка: знание правил арифметики и элементарные сведения из геометрии. Лишь незначительная часть задач требует умения составлять и решать простейшие уравнения. Тем не менее содержание книги весьма разнообразно: от пестрого подбора головоломок и замысловатых трюков математической гимнастики до полезных практических приемов счета и измерения. Составитель заботился о свежести включаемого материала и избегал повторения того, что входит в другие сборники того же автора.

Я. И. Перельман



Предисловие

ЗАВТРАК С ГОЛОВОЛОМКАМИ

1. БЕЛКА НА ПОЛЯНЕ

— Сегодня утром я с белкой в прятки играл, — рассказывал во время завтрака один из собравшихся за столом дома отдыха. — Вы знаете в нашем лесу круглую полянку с одинокой березой посередине? За этим деревом и пряталась от меня белка. Выйдя из чащи на полянку, я сразу заметил белчиью мордочку с живыми глазками, уставившуюся на меня из-за ствола. Осторожно, не приближаясь, стал я обходить по краю полянки, чтобы взглянуть на зверька. Раза четыре обошел я дерево, но плутовка отступала по стволу в обратную сторону, по-прежнему показывая только мордочку. Так и не удалось мне обойти кругом белки.

— Однако, — возразил кто-то, — сами же вы говорите, что четыре раза обошли вокруг дерева.

— Вокруг дерева, но не вокруг белки!

— Но белка-то на дереве?

— Что же из того?

— То, что вы кружились и около белки.

— Хорошо кружился, если ни разу не видел ее спинки!

— При чем тут спинка? Белка в центре, вы ходите по кругу, значит, ходите кругом белки.

— Ничуть не значит. Вообразите, что я хожу около вас по кругу, а вы поворачиваетесь ко мне все время лицом, пряча спину. Скажете вы разве, что я кружусь около вас?

— Конечно скажу. Как же иначе?

— Кружусь, хотя не бываю позади вас, не вижу вашей спины?

— Далась вам спина! Вы замыкаете вокруг меня путь — вот в чем суть дела, а не в том, чтобы видеть спину!

— Позвольте, что значит кружиться около чего-нибудь? По-моему, это означает только одно: становиться последова-

тельно в такие места, чтобы видеть предмет со всех сторон. Ведь правильно, профессор? — обратился спорящий к сидевшему за столом старику.

— Спор идет у вас, в сущности, о словах, — ответил ученый. — А в таких случаях надо начинать всегда с того, о чем вы сейчас завели речь: надо договориться о значении слов.



Рис. Белка на поляне

Как понимать слова «двигаться вокруг предмета»? Смысл их может быть двоякий. Можно, во-первых, разуместь под ними перемещение по замкнутой линии, внутри которой находится предмет. Это одно понимание. Другое: двигаться по отношению к предмету так, чтобы видеть его со всех сторон. Держась первого понимания, вы должны признать, что четыре раза обошли вокруг белки. Придерживаясь же второго, обязаны заключить, что не обошли вокруг нее ни разу. Поводов для спора здесь, как видите, нет, если обе стороны говорят на одном языке, понимают слова одинаково.

— Прекрасно, можно допустить двоякое понимание. Но какое все же правильное?

— Так ставить вопрос не приходится. Условливаться можно о чем угодно. Уместно только спросить, что более согласно с общепринятым пониманием. Я сказал бы, что лучше вяжется с духом языка первое понимание, и вот почему. Солнце, как известно, делает полный оборот вокруг своей оси в 26 суток...

— Солнце вертится?

— Конечно, как и Земля, вокруг оси. Вообразите, однако, что вращение Солнца совершается медленнее, а именно что оно делает один оборот не в 26 суток, а в 365 суток, то есть в год. Тогда Солнце было бы обращено к Земле всегда одной и той же своей стороной; противоположной половины, «спины» Солнца, мы никогда не видели бы. Но разве стал бы кто-нибудь утверждать из-за этого, что Земля не кружится около Солнца?

— Да, теперь ясно, что я все-таки кружился около белки.

— Есть предложение, товарищи! Не расходиться, — сказал один из слушавших спор. — Так как в дождь гулять никто не пойдет, а перестанет дождик, видно, не скоро, то давайте проведем здесь время за головоломками. Начало сделано. Пусть каждый по очереди придумает или припомнит какую-нибудь головоломку. Вы же, профессор, явитесь нашим верховным судьей.

— Если головоломки будут с алгеброй или с геометрией, то я должна отказаться, — заявила молодая женщина.

— И я тоже, — присоединился кто-то.

— Нет, нет, участвовать должны все! А мы попросим присутствующих не привлекать ни алгебры, ни геометрии, разве только самые начатки. Возражений не имеется?

— Тогда я согласна и готова первая предложить головоломку.

— Прекрасно, просим! — донеслось с разных сторон. — Начинайте.

2. В КОММУНАЛЬНОЙ КУХНЕ

— Головоломка моя зародилась в обстановке коммунальной квартиры. Задача, так сказать, бытовая. Жилища — назову ее для удобства Тройкиной — положила в общую плиту 3 полена своих дров, жилища Пятеркина — 5 поленьев. Жилец Бестопливный, у которого, как вы догадываетесь, не было своих дров, получил от обеих гражданок разрешение сварить обед на общем огне.

В возмещение расходов он уплатил соседкам 80 копеек. Как должны они поделить между собой эту плату?

— Пополам, — поспешил заявить кто-то. — Бестопливный пользовался их огнем в равной мере.

— Ну нет, — возразил другой, — надо принять в соображение, как участвовали в этом огне дровяные вложения гражданок. Кто дал 3 полена, должен получить 30 копеек; кто дал 5 поленьев, получает 50 копеек. Вот это будет справедливый дележ.



Рис. Завтрак с головоломками

— Товарищи, — взял слово тот, кто затеял игру и считался теперь председателем собрания. — Окончательные решения головоломок давайте пока не объявлять. Пусть каждый еще подумает над ними. Правильные ответы судья огласит нам за ужином. Теперь следующий. Очередь за вами, товарищ пионер!

3. РАБОТА ШКОЛЬНЫХ КРУЖКОВ

— В нашей школе, — начал пионер, — имеется 5 кружков: политкружок, военный, фотографический, шахматный и хоровой. Политкружок занимается через день, военный — через 2 дня на 3-й; фотографический — каждый 4-й день, шахматный — каждый 5-й день и хоровой — каждый 6-й день. Первого января собрались в школе все 5 кружков, а затем занятия велись в на-

значенные по плану дни, без отступлений от расписания. Вопрос состоит в том, сколько в первом квартале было еще вечеров, когда собирались в школе все 5 кружков.

— А год был простой или високосный? — осведомились у пионера.

— Простой.

— Значит, первый квартал — январь, февраль, март, — надо считать за 90 дней?

— Очевидно.

— Позвольте к вопросу вашей головоломки присоединить еще один, — сказал профессор. — А именно сколько в том же квартале года было таких вечеров, когда кружковых занятий в школе вовсе не происходило?

— Ага, понимаю! — раздался возглас. — Задача с подвохом. Ни одного дня не будет больше с 5 кружками и ни одного дня без всяких кружков. Это уже ясно!

— Почему? — спросил председатель.

— Объяснить не могу, но чувствую, что отгадчика хотят поймать врасплох.

— Ну, это не довод. Вечером выяснится, правильно ли ваше предчувствие. За вами очередь, товарищ!

4. КТО БОЛЬШЕ?

— Двое считали в течение часа всех, кто проходил мимо них по тротуару. Один стоял у ворот дома, другой прохаживался взад и вперед по тротуару. Кто насчитал больше прохожих?

— Идя, больше насчитаешь, ясное дело, — донеслось с другого конца стола.

— Ответ узнаем за ужином, — объявил председатель. — Следующий!

5. ДЕД И ВНУК

— То, о чем я скажу, происходило в 1932 году. Мне было тогда ровно столько лет, сколько выражают последние две цифры года моего рождения. Когда я об этом соотношении рассказал деду, он удивил меня заявлением, что с его возрастом выходит то же самое. Мне это показалось невозможным...

- Разумеется, невозможно, — вставил чей-то голос.
- Представьте, вполне возможно! Дед доказал мне это. Сколько же было лет каждому из нас?



Рис. Дед и внук

6. ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫЕ БИЛЕТЫ

— Я — железнодорожная кассирша, продаю билеты, — начала следующая участница игры. — Многим это кажется очень простым делом. Не подозревают, с каким большим числом билетов приходится иметь дело кассиру даже маленькой станции. Ведь необходимо, чтобы пассажиры могли получить билеты от данной станции до любой другой на той же дороге, притом в обоих направлениях. Я служу на дороге с 25 станциями. Сколько же различных образцов билетов заготовлено железной дорогой для всех ее касс?

— Ваша очередь, товарищ летчик, — провозгласил председатель.

7. ПОЛЕТ ДИРИЖАБЛЯ

— Из Ленинграда вылетел прямо на север дирижабль. Пролетев в северном направлении 500 километров, он повернул на восток. Пролетев в эту сторону 500 километров, дирижабль

сделал новый поворот — на юг и прошел в южном направлении 500 километров. Затем он повернул на запад и, пролетев 500 километров, опустился на землю. Спрашивается: где расположено место спуска дирижабля относительно Ленинграда — к западу, к востоку, к северу или к югу?

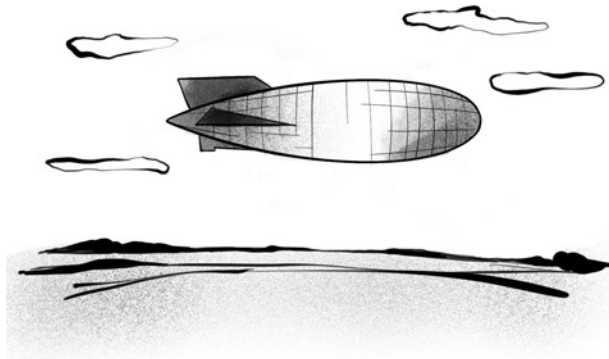


Рис. Полет дирижабля

— На простака рассчитываете, — сказал кто-то, — 500 шагов вперед, 500 вправо, 500 назад да 500 влево, куда придем? Откуда вышли, туда и придем!

— Итак, где, по-вашему, спустился дирижабль?

— На том же ленинградском аэродроме, откуда поднялся. Не так разве?

— Именно не так.

— В таком случае я ничего не понимаю!

— В самом деле, здесь что-то неладно, — вступил в разговор сосед. — Разве дирижабль спустился не в Ленинграде? Нельзя ли повторить задачу?

Летчик охотно исполнил просьбу. Его внимательно выслушали и с недоумением переглянулись.

— Ладно, — объявил председатель. — До ужина успеем подумать об этой задаче, а сейчас будем продолжать.

8. ТЕНЬ

— Позвольте мне, — сказал очередной загадчик, — взять сюжетом головоломки тот же дирижабль. Что длиннее: дирижабль или его полная тень?

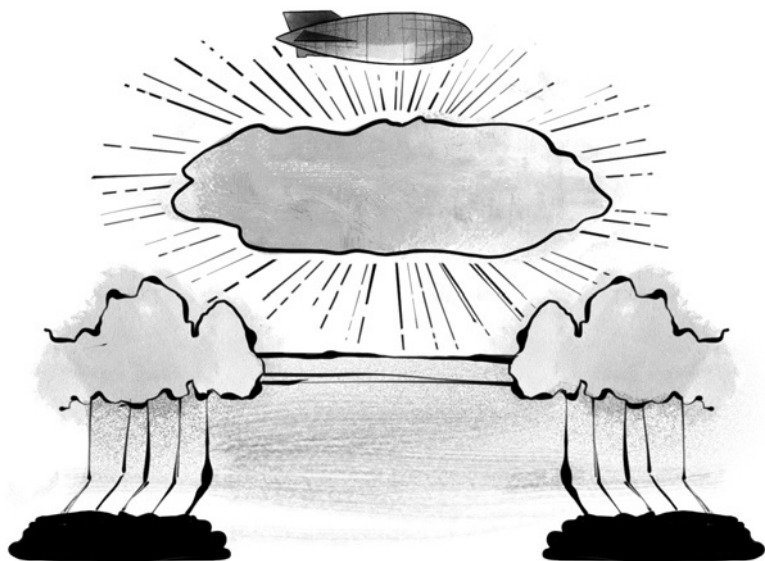


Рис. Тень

— В этом и вся головоломка?

— Вся.

— Тень, конечно, длиннее дирижабля: ведь лучи солнца расходятся веером, — последовало сразу решение.

— Я бы сказал, — возразил кто-то, — что, напротив, лучи солнца параллельны; тень и дирижабль одной длины.

— Что вы? Разве не случалось вам видеть расходящиеся лучи от спрятавшегося за облаком солнца? Тогда можно воочию убедиться, как сильно расходятся солнечные лучи. Тень дирижабля должна быть значительно больше самого дирижабля, как тень облака больше самого облака.

— Почему же обычно принимают, что лучи солнца параллельны? Моряки, астрономы — все так считают... Председатель не дал спору разгореться и предоставил слово следующему загадчику.

9. ЗАДАЧА СО СПИЧКАМИ

Очередной оратор высыпал на стол все спички из коробка и стал распределять их в три кучки.

— Костер собираетесь раскладывать? — шутили слушатели.

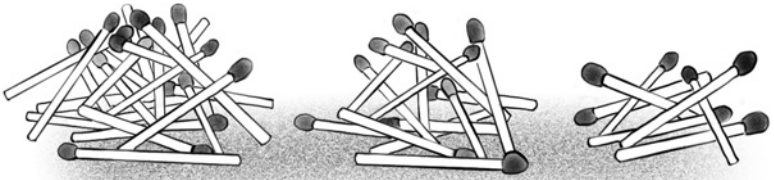


Рис. Задача со спичками

— Головоломка, — объяснил загадчик, — будет со спичками. Вот их три неравные кучки. Во всех вместе 48 штук. Сколько в каждой, я вам не сообщаю. Зато отметьте следующее: если из первой кучки я переложу во вторую столько спичек, сколько в этой второй кучке имелось; затем из второй в третью переложу столько, сколько в этой третьей перед тем будет находиться; и, наконец, из третьей переложу в первую столько спичек, сколько в этой первой кучке будет тогда иметься, — если, говорю, все это проделать, то число спичек во всех кучках станет одинаково. Сколько же было в каждой кучке первоначально?

10. КОВАРНЫЙ ПЕНЬ

— Головоломка эта, — начал сосед последнего загадчика, — напоминает задачу, которую давно как-то задал мне деревенский математик. Это был целый рассказ, довольно забавный. Повстречал крестьянин в лесу незнакомого старика. Разговорились. Старик внимательно оглядел крестьянина и сказал:

— Известен мне в лесу этом пенечек один удивительный. Очень в нужде помогает.

— Как помогает? Вылечивает?

— Лечить не лечит, а деньги удваивает. Положишь под него кошель с деньгами, досчитаешь до ста — и готово: деньги, какие были в кошельке, удвоились. Такое свойство имеет. Замечательный пень!

— Вот бы мне испробовать, — мечтательно сказал крестьянин.

— Это можно. Отчего же? Заплатить только надо.

— Кому платить? И много ли?

— Тому платить, кто дорогу укажет. Мне, значит. А много ли, о том особый разговор.

Стали торговаться. Узнав, что у крестьянина в кошельке денег мало, старик согласился получить после каждого удвоения по 1 руб. 20 коп. На том и порешили. Старик повел крестьянина в глубь леса, долго бродил с ним и наконец разыскал в кустах старый, покрытый мхом еловый пенёк. Взяв из рук крестьянина кошелек, он засунул его между корнями пня. Досчитали до ста. Старик снова стал шарить и возиться у основания пня, наконец извлек оттуда кошелек и подал крестьянину.

Заглянул крестьянин в кошелек, и что же? Деньги в самом деле удвоились! Отсчитал из них старику обещанные 1 руб. 20 коп. и попросил засунуть кошелек вторично под чудодейственный пенёк.

Снова досчитали до ста, снова старик стал возиться в кустах у пня, и снова совершилось чудо: деньги в кошельке удвоились. Старик вторично получил из кошелька обусловленные 1 руб. 20 коп.

В третий раз спрятали кошелек под пенёк. Деньги удвоились и на этот раз. Но когда крестьянин уплатил старику обещанное вознаграждение, в кошельке не осталось больше ни одной копейки.

Бедняга потерял на этой комбинации все свои деньги. Удваивать больше было уже нечего, и крестьянин уныло побрел из леса.

Секрет волшебного удвоения денег вам, конечно, ясен — старик недаром, отыскивая кошелек, мешкал в зарослях у пня. Но можете ли вы ответить на другой вопрос: сколько было у крестьянина денег до злополучных опытов с коварным пнем?

11. ЗАДАЧА О ДЕКАБРЕ

— Я, товарищи, языковед, от всякой математики далек, — начал пожилой человек, которому пришел черед задавать головоломку. — Не ждите от меня поэтому математической задачи. Могу только предложить вопрос из знакомой мне области. Разрешите задать календарную головоломку?

— Просим!

— Двенадцатый месяц называется у нас «декабрь». А вы знаете, что, собственно, значит «декабрь»? Слово это происходит от греческого слова «дека» — десять, отсюда также слова «дека-

литр» — десять литров, «декада» — десять дней и т. д. Выходит, что месяц декабрь носит название «десятый». Чем объяснить такое несоответствие?

— Ну, теперь осталась только одна головоломка, — произнес председатель.

12. АРИФМЕТИЧЕСКИЙ ФОКУС

— Мне приходится выступать последним, двенадцатым. Для разнообразия покажу вам арифметический фокус и попрошу раскрыть его секрет. Пусть кто-нибудь, хотя бы вы, товарищ председатель, напишет, тайно от меня, любое трехзначное число.

— Могут быть и нули в этом числе?

— Не ставлю никаких ограничений. Любое трехзначное число, какое пожелаете.

— Написал. Что теперь?

— Припишите к нему это же число еще раз. У вас получится, конечно, шестизначное число.

— Есть. Шестизначное число.

— Передайте бумажку соседу, что сидит подальше от меня. А он пусть разделит это шестизначное число на 7.

— Легко сказать: разделить на семь! Может, и не разделится.

— Не беспокойтесь, поделится без остатка.

— Числа не знаете, а уверены, что поделится.

— Сначала разделите, потом будем говорить.

— На ваше счастье — разделилось.

— Результат вручите своему соседу, не сообщая мне. Он разделит его на 11.

— Думаете, опять повезет — разделится?

— Делите, остатка не получится.

— В самом деле, без остатка! Теперь что?

— Передайте результат дальше. Разделим его... ну, скажем, на 13.

— Нехорошо выбрали. Без остатка на 13 мало чисел делится... ан нет, разделилось нацело. Везет же вам!

— Дайте мне бумажку с результатом; только сложите ее, чтобы я не видел числа.

Не развертывая листка бумаги, «фокусник» вручил его председателю.

— Извольте получить задуманное вами число. Правильно?

— Совершенно верно! — с удивлением ответил тот, взглянув на бумажку. — Именно это я и задумал... А теперь, так как список ораторов исчерпан, позвольте закрыть наше собрание, благо и дождь успел пройти. Разгадки всех головоломок будут оглашены сегодня же, после ужина. Записки с решениями можете подавать мне.

РЕШЕНИЯ ГОЛОВОЛОМОК 1–12

1. Головоломка с белкой на поляне рассмотрена была полностью раньше. Переходим к следующей.

2. Нельзя считать, как многие делают, что 80 коп. уплачено за 8 поленьев, по гривеннику за полено. Деньги эти уплачены только за третью часть от 8 поленьев, потому что огнем пользовались трое в одинаковой мере. Отсюда следует, что все 8 поленьев оценены были в 80×3 , т. е. в 2 руб. 40 коп., и цена одного полена — 30 коп.

Теперь легко сообразить, сколько причитается каждому. Пятеркиной за ее 5 поленьев следует 150 коп.; но она сама воспользовалась плитой на 80 коп.; значит, ей остается дополучить еще $150 - 80$, т. е. 70 коп. Тройкина за 3 своих полена должна получить 90 коп.; а если вычесть 80 коп., причитающиеся с нее за пользование плитой, то следовать ей будет всего только $90 - 80$, т. е. 10 коп.

Итак, при правильном дележе Пятеркина должна получить 70 коп., Тройкина — 10 коп.

3. На первый вопрос — через сколько дней в школе соберутся одновременно все 5 кружков — мы легко ответим, если сумеем разыскать наименьшее из всех чисел, которое делится без остатка на 2, на 3, на 4, на 5 и на 6. Нетрудно сообразить, что число это 60. Значит, на 61-й день соберется снова 5 кружков: политический — через 30 двухдневных промежутков, военный — через 20 трехдневных, фотокружок — через 15 четырехдневных, шахматный — через 12 пятидневок и хоровой — через 10 шестидневок. Раньше, чем через 60 дней, такого вечера не будет. Следующий подобный же вечер будет еще через 60 дней, т. е. уже во втором квартале.

Итак, в течение первого квартала окажется только один вечер, когда в клубе снова соберутся для занятий все 5 кружков.