

СОВЕТСКИЕ  УЧЕБНИКИ

АНДРЕЙ
КИСЕЛЕВ

АРИФМЕТИКА
УЧЕБНИК ДЛЯ СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

КЛАССИКА НАУЧПОПА



МОСКВА

УДК 373.5:51
ББК 22.1я72
К44

В оформлении обложки использована иллюстрация:
Double Brain / Shutterstock / FOTODOM
Используется по лицензии от Shutterstock / FOTODOM

Киселев, Андрей Петрович.

К44 Арифметика : учебник для средней школы / Андрей Киселев. — Москва : Эксмо, 2025. — 240 с. — (Советские учебники. Классика научпопа).

ISBN 978-5-04-216183-4

Арифметика А.П. Киселева уникальный советский учебник, который любим многими.

В книге вы найдёте доступный и понятный материал. В разделах есть многочисленные примеры, иллюстрации и задания различного уровня сложности, которые помогут вам повысить уровень знаний. В книге представлены контрольные вопросы и тесты для самопроверки, а также упражнения для закрепления навыков и повышения точности вычислений. Вы найдёте здесь все необходимые формулы и задачи, которые помогут легко усвоить материал.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я72

СОДЕРЖАНИЕ



Отдел I. ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА	5
I. ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА, ИХ НАИМЕНОВАНИЕ И ОБОЗНАЧЕНИЕ	7
II. РАЗЛИЧНЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ. РИМСКИЕ ЦИФРЫ	15
III. СЛОЖЕНИЕ	20
IV. ВЫЧИТАНИЕ	26
V. ЗНАКИ ДЕЙСТВИЙ. ЗНАКИ РАВЕНСТВА И НЕРАВЕНСТВА. СКОБКИ	34
VI. УМНОЖЕНИЕ	36
VII. ДЕЛЕНИЕ	55
Отдел II. О ДЕЛИМОСТИ ЧИСЕЛ	75
I. ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ	77
II. РАЗЛОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ НА ПРОСТЫЕ МНОЖИТЕЛИ	87
III. НАХОЖДЕНИЕ ДЕЛИТЕЛЕЙ СОСТАВНОГО ЧИСЛА	99
IV. НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ НЕСКОЛЬКИХ ЧИСЕЛ	101
V. НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ НЕСКОЛЬКИХ ЧИСЕЛ	107
Отдел III. ИЗМЕРЕНИЕ ВЕЛИЧИН. МЕТРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА МЕР	113
Отдел IV. ОБЫКНОВЕННЫЕ (простые) ДРОБИ	125
I. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ	127
II. ИЗМЕНЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ДРОБИ С ИЗМЕНЕНИЕМ ЕЕ ЧЛЕНОВ	133
III. СОКРАЩЕНИЕ ДРОБИ	136

IV. ПРИВЕДЕНИЕ ДРОБЕЙ К НАИМЕНЬШЕМУ ОБЩЕМУ ЗНАМЕНАТЕЛЮ	139
V. ДЕЙСТВИЯ НАД ДРОБНЫМИ ЧИСЛАМИ	142
Сложение дробных чисел	142
Вычитание дробных чисел	144
Нахождение дроби данного числа	146
Нахождение процентов данного числа	147
Умножение дробных чисел	149
Нахождение неизвестного числа по данной величине его дроби	159
Деление дробных чисел	162
Отдел V. ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ	173
I. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ	175
II. ДЕЙСТВИЯ НАД ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ	181
Сложение десятичных дробей	181
Вычитание десятичных дробей	182
Умножение десятичных дробей	183
Деление десятичных дробей	183
III. ОБРАЩЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ В ДЕСЯТИЧНЫЕ	190
IV. ОБРАЩЕНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ В ОБЫКНОВЕННЫЕ	197
V. ОБОСНОВАНИЕ ТЕОРИИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ	202
Отдел VI. ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ	213
I. ПРОПОРЦИИ	215
II. ПРОПОРЦИОНАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ВЕЛИЧИН	225
III. ЗАДАЧИ НА ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ДЕЛЕНИЕ ...	233
ТАБЛИЦА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ, НЕ ПРЕВОСХОДЯЩИХ 6000	239

Отдел I
ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА





I. ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА, ИХ НАИМЕНОВАНИЕ И ОБОЗНАЧЕНИЕ

§1. Понятие о целом числе. Один предмет да один предмет составляют два предмета; два предмета да один предмет составляют три предмета; три да один составляют четыре и т. д. Один, два, три, четыре и т. д. называются целыми числами.

Число один иначе называется единицей. Число два можно рассматривать как собрание (совокупность) двух единиц, число три — как собрание трех единиц и т. д. Таким образом, всякое целое число есть либо единица, либо собрание нескольких единиц. Кроме целых чисел, арифметика изучает и другие числа. С ними мы познакомимся дальше.

§2. Натуральный ряд. Если к единице присоединить еще единицу, к полученному числу снова присоединить единицу, потом еще единицу и т. д., то получится натуральный ряд чисел: один, два, три, четыре, пять, шесть, семь и т. д.

Наименьшее число в этом ряду — единица; наибольшего числа нет, потому что ко всякому числу, как бы велико оно ни было, можно присоединить еще единицу и получить число еще большее; значит, натуральный ряд можно продолжать без конца; поэтому говорят, что натуральный ряд бесконечен.

Число три — меньше, чем число пять, которое в натуральном ряду стоит дальше, чем три; действительно, чтобы получить число пять, надо к тем трем единицам, из которых составлено число три, присчитать еще две единицы. Вообще, из двух разных чисел всегда меньшим будет то, которое в натуральном ряду стоит раньше; действительно, чтобы из этого числа получить

второе число, которое в натуральном ряду стоит позже, надо к первому числу присчитать еще одну или несколько единиц, т. е. увеличить его; поэтому второе число больше первого.

Из двух чисел меньше то, которое в натуральном ряду встречается раньше, и больше то, которое в натуральном ряду встречается позже.

§3. Счет. Чтобы узнать, сколько в классе столов или сколько в саду деревьев, мы должны сосчитать их. Счет состоит в том, что, отделяя один предмет за другим (на самом деле или только мысленно), мы называем каждый раз число отделенных предметов. Так, считая столы в классе, мы отделяем мысленно один стол за другим и говорим: один, два, три, четыре и т. д. Если при отделении последнего стола мы сказали, например, восемь, то значит, в классе восемь столов; число восемь есть в этом случае результат счета.

Мы принимаем за очевидную истину, что результат счета не зависит от того порядка, в каком мы считаем предметы. Так, считая столы в классе, мы получим одно и то же число независимо от того, считаем ли мы от передних столов к задним или от задних к передним. Важно только, чтобы при счете ни один стол не был пропущен и ни один не сосчитан два раза.

§4. Названия чисел до тысячи. Первые десять чисел натурального ряда носят следующие названия:

один, два, три, четыре, пять, шесть, семь, восемь, девять, десять (или десяток).

С помощью этих названий и еще некоторых других можно выражать и другие числа. Положим, например, мы желаем назвать число поставленных здесь черточек:



Для этого отсчитываем десять черточек и отделяем их от остальных; потом отсчитываем еще десять черточек и отделяем их от остальных. Продолжаем так отсчитывать по десятку до тех пор, пока либо совсем не останется черточек, либо их останется менее десяти. Теперь сосчитаем десятки и оставшиеся черточки (или единицы); так как десятков оказалось четыре, а оставшихся черточек три, то мы можем число всех черточек назвать так:

четыре десятка три единицы.

Когда в числе окажется более десяти десятков, то поступают так: отсчитывают десять десятков, потом еще десять десятков, затем снова десять десятков и т. д. — до тех пор, пока можно. Каждые десять десятков называют одним словом: *сто*, или *сотня*. Положим, что в каком-нибудь числе оказывается: сотен — три, оставшихся десятков — пять и оставшихся единиц — семь; такое число можно назвать так:

три сотни пять десятков семь единиц.

Если сотен в числе окажется более десяти, то эти сотни считают тоже десятками. Каждые десять сотен называют одним словом *тысяча*.

§5. Сокращение некоторых названий. В нашем языке употребительны некоторые сокращенные названия чисел. Так, десять да один называется *одиннадцать* (т. е. один-на-десять); десять да два называется *двенадцать* (т. е. две-на-десять) и т. д. Два десятка называется

двадцать (т. е. два-десять); три десятка называется *тридцать* (т. е. три-десять); четыре десятка называется *сорок* и т. д. Две сотни называется *двести*; три сотни называется *триста* и т. д.

§6. Обозначение чисел до тысячи. Первые девять чисел обозначаются особыми знаками или цифрами:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

С помощью этих девяти цифр и десятой 0 (нуль), означающей отсутствие предметов, можно изобразить всякое число.

Цифра 0 обозначает, что предметов вовсе нет, цифра 1 — что имеется только один предмет и т. д.

Чтобы изобразить цифрами число, условились писать: простые единицы — на первом месте справа, десятки — на втором месте справа, сотни — на третьем месте; например:

число	сорок два	изобразится	42
»	сорок	»	40
»	триста сорок пять	изобразится	345
»	триста сорок	»	340
»	триста семь	»	307
»	триста	»	300

Все цифры, кроме нуля, называются *значащими* цифрами.

Приведенные примеры показывают необходимость введения нуля. Так, в обозначении числа триста сорок (340) нельзя опустить нуль, потому что 34 означает тридцать четыре. Напротив, нули, стоящие влево от первой значащей цифры, могут быть опущены и почти всегда опускаются; 045 означает то же, что 45; 007 — то же, что просто 7. При этом условии число, изображае-

мое одной цифрой, называется *однозначным*, двумя цифрами — *двухзначным*, тремя цифрами — *трехзначным* и т. д.

§7. Названия чисел, превосходящих тысячу. Когда считааемых предметов более тысячи, то составляют из них столько тысяч, сколько можно; затем считают тысячи и оставшиеся единицы и называют число тех и других; например: двести сорок тысяч пятьсот шестьдесят две единицы.

Тысяча тысяч составляет *миллион*, тысяча миллионов — *миллиард* (или *биллион*), тысяча миллиардов — *триллион* и т. п.*

§8. Обозначение чисел, превосходящих тысячу. Пусть требуется написать число: тридцать пять *миллиардов* восемьсот шесть *миллионов* семь *тысяч* шестьдесят три *единицы*.

Его можно написать при помощи цифр и слов так:

35 миллиардов 806 миллионов 7 тысяч 63 единицы.

Чтобы можно было обойтись совсем без слов, условились: во-первых, числа миллиардов, миллионов, тысяч и простых единиц писать рядом, в одну строчку, слева направо и, во-вторых, изображать каждое из этих чисел всегда тремя цифрами, т. е. вместо 63 единиц писать 063, вместо 7 тысяч писать 007 и т. п.

Тогда наше число изобразится так:

035 806 007 063.

Впрочем, и здесь с левой стороны нулей не пишут, т. е. изображают наше число так:

* Затем следуют названия: квадриллион (тысяча триллионов), квинтиллион (тысяча квадриллионов), секстиллион (тысяча квинтиллионов) и т. д.

35 806 007 063.

Наконец, то же число часто пишут и без промежутков:

35806007063.

При этом запоминают, что первые справа три цифры означают число единиц, следующие влево три цифры означают число тысяч, следующие за этими три цифры — число миллионов и т. д.

Например:

567002301 означает 567 миллионов 2 тысячи 301 единица;

15000026 означает 15 миллионов 26 единиц;

2008001020 означает 2 миллиарда 8 миллионов 1 тысяча 20 единиц и т. п.

§9. Как прочитать число, написанное длинным рядом цифр. Чтобы легче прочитать число, изображенное длинным рядом цифр, например такое: 5183000567029, мысленно отделяют в нем справа (например запятой, поставленной сверху) по три цифры до тех пор, пока можно:

5'183'000'567'029.

Первая справа запятая заменяет слово «тысяч», вторая — «миллионов», третья — «миллиардов», четвертая — «триллионов». Значит, наше число должно быть прочтено так:

5 триллионов 183 миллиарда 567 тысяч 29.

К последнему числу обыкновенно не добавляют слова «единиц».

Если то же число записано так, что через каждые три цифры, считая справа, оставлен промежуток:

5 183 000 567 029,

то его легко прочитать, и не ставя запятых.

§10. Значение мест, занимаемых цифрами. При таком способе писания чисел каждое место, занимаемое цифрой, имеет свое особое значение, а именно:

на 1-м месте справа ставятся **простые единицы**

» 2-м	»	»	»	десятки
» 3-м	»	»	»	сотни
» 4-м	»	»	»	единицы тысяч
» 5-м	»	»	»	десятки тысяч
» 6-м	»	»	»	сотни тысяч
» 7-м	»	»	»	единицы миллионов
» 8-м	»	»	»	десятки миллионов
» 9-м	»	»	»	сотни миллионов
» 10-м	»	»	»	единицы миллиардов

и т.д.

Мы видим, таким образом, что наша система обозначения основана на употреблении десяти цифр, которым приписывается *двойное значение*: одно — в зависимости от начертания цифры, другое — в зависимости от места, занимаемого цифрой; а именно:

из двух написанных рядом цифр левая означает единицы, в 10 раз больше, чем правая.

§11. Разряды единиц. Единицы, десятки, сотни, тысячи и т. д. иногда удобнее называть иначе, а именно:

единицы называются единицами 1-го разряда (или простыми единицами)

десятки	»	»	2-го	»
сотни	»	»	3-го	» и т. д.

Все единицы, кроме простых единиц (единиц 1-го разряда), называются составными единицами. Так, десяток, сотня, тысяча — составные единицы.

Всякая составная единица по сравнению с другой единицей, меньшей ее, называется *единицей высшего разряда*, а по сравнению с единицей, большей ее, называется *единицей низшего разряда*; так, сотня есть единица высшего разряда сравнительно с десятком и единица низшего разряда сравнительно с тысячей.

Всякая составная единица содержит 10 единиц следующего низшего разряда; например, сотня тысяч содержит 10 десятков тысяч, десятков тысяч — 10 тысяч и т. д.

§12. Классы единиц. Разряды единиц группируют еще в *классы*; к 1-му классу относятся первые три разряда: сотни, десятки и единицы; ко 2-му классу относят следующие три разряда: тысячи, десятки тысяч, сотни тысяч и т. д. 1-й класс есть *класс единиц* (содержит сотни, десятки и единицы единиц); 2-й класс — *класс тысяч* (содержит сотни, десятки и единицы тысяч) и т. д.

§13. Как узнать, сколько в числе всех единиц данного разряда. Пусть требуется узнать, сколько в числе 56284 заключается всех сотен, т.е. сколько сотен заключается в десятках тысяч, в тысячах и в сотнях данного числа вместе.

Простые сотни ставятся на третьем месте справа; в данном числе на третьем месте стоит цифра 2; значит, в числе есть две простые сотни. Следующая влево цифра 6 означает тысячи, но в каждой тысяче содержится 10 сотен; значит, в 6 тысячах их заключается 60. Следующая влево цифра 5 означает десятки тысяч, но каждый десяток тысяч содержит в себе 10 тысяч и, сле-

довательно, 100 сотен; значит, в 5 десятках тысяч заключается 500 сотен. Всего, таким образом, в данном числе содержится сотен 500 да еще 60 да еще 2, т. е. 562.

Так же узнаем, что в данном числе всех десятков 5628.

Правило. Чтобы узнать, сколько в числе заключается всех единиц данного разряда, надо отбросить все цифры, означающие единицы низших разрядов и прочесть число, выражаемое оставшимися цифрами.

II. РАЗЛИЧНЫЕ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ. РИМСКИЕ ЦИФРЫ

§14. **Понятие о системах счисления.** Всякий общий способ наименования и обозначения чисел называется *системой счисления*, или *нумерацией*. Наша система счисления называется *десятичной* (или *десятеричной*), потому что по этой системе 10 единиц одного разряда составляют одну единицу следующего высшего разряда. Число 10 называют поэтому *основанием* десятичной системы счисления. Всякое число N по этой системе представляется разложенным на простые единицы, десятки, сотни, тысячи и т. д., причем число единиц каждого разряда меньше 10. Если положим, что в числе N содержится простых единиц a , десятков b , сотен c , тысяч d и т. д., то это число представляет собой сумму

$$N = a + b \cdot 10 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10^3 + \dots$$

Можно вообразить себе другие системы, в которых за основание принято какое-нибудь иное число. Если,