

НАГЛЯДНЫЙ СПРАВОЧНИК

Е. В. Тимофеева, Т. А. Колесникова

МАТЕМАТИКА



✓ СХЕМЫ
✓ ТАБЛИЦЫ
✓ РИСУНКИ



Москва
2024

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
Т41

Макет подготовлен при содействии ООО «Айдиономикс»

Тимофеева, Елена Викторовна.
Т41 Математика / Е. В. Тимофеева, Т. А. Колесникова. — Москва : Эксмо, 2024. — 144 с. — (Наглядный справочник. Готовимся к ОГЭ и ВПР).

ISBN 978-5-04-159870-9

Справочник предназначен для изучения и повторения школьного курса математики за 5—9 классы. Книга содержит математические законы и формулы, сведения по алгебре, геометрии и статистике. Материалы сопровождаются графической информацией (схемами, рисунками, таблицами), что значительно упрощает понимание и запоминание. В каждой теме представлены тренировочные задания в формате ВПР и ОГЭ, ответы и подробные решения.

Книга будет полезна учащимся средних классов при подготовке к урокам и различным формам итогового контроля по математике, а также учителям при организации учебного процесса.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-159870-9

© Тимофеева Е. В., Колесникова Т. А., 2022
© ООО «Айдиономикс», 2022
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2024

Содержание

Введение	4
Числа и вычисления	5
Натуральные числа	5
Дроби	9
Рациональные числа	14
Степень	15
Действительные числа	17
Модуль числа	19
Сравнение чисел	20
Алгебраические выражения	26
Буквенные выражения	26
Преобразование выражений	26
Уравнения и неравенства	32
Уравнения	32
Неравенства	40
Текстовые задачи	47
Измерения, приближения, оценки	47
Решение текстовых задач	54
Числовые последовательности	72
Понятие последовательности	72
Арифметическая и геометрическая прогрессии	72
Функции	75
Определение и исследование функции	75
Основные элементарные функции	81
Геометрия	94
Геометрические фигуры и их свойства	94
Треугольник	96
Четырёхугольники	102
Окружность и круг	106
Измерение геометрических фигур	113
Задачи на пространственное мышление	124
Статистика и теория вероятностей	127
Элементы статистики. Описательная статистика	127
Элементы теории вероятностей	135
Задачи повышенной сложности	139

Введение

Перед вами справочник, который поможет школьнику систематизировать и закрепить знания по математике за курс средней школы.

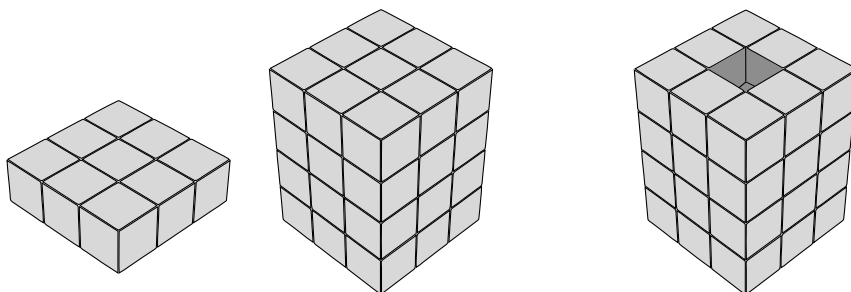
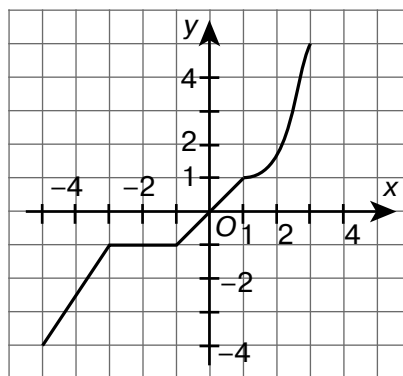
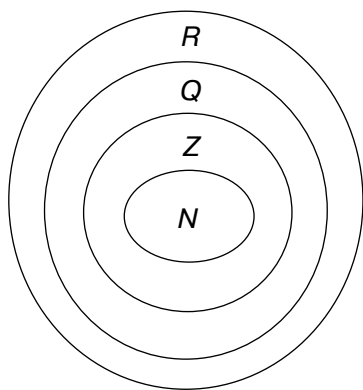
Пособие содержит основную и наиболее важную информацию по разделам «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Геометрия», «Статистика и теория вероятностей». Отдельные главы посвящены числовым последовательностям и задачам повышенной сложности.

Материал книги представлен в виде таблиц, схем, рисунков, упорядочен и систематизирован, изложен доступным для усвоения языком. Это обеспечит максимальную сконцентрированность внимания, эффективное повторение и подготовку школьника по предмету.

Теоретический материал сопровождается блоком практических заданий. Приведённые примеры с развёрнутыми разъяснениями позволяют детально разобраться в темах школьного курса математики и отработать навыки выполнения различных заданий.

Справочник адресован учащимся средней школы для самоподготовки к различным видам контроля, сдаче ВПР и ОГЭ, а также может использоваться учителями математики для работы на уроке.

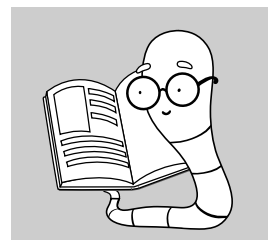
Желаем успехов!



ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ

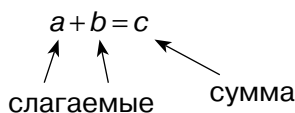
Натуральные числа

Натуральные числа — это числа, которые используются при счёте предметов. Число 0 не является натуральным числом, 1 — наименьшее натуральное число. Наибольшего натурального числа не существует.



АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ С НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

Сложение



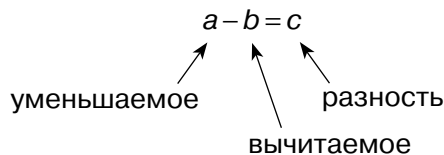
Свойства:

$$a + b = b + a$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a + 0 = a$$

Вычитание



Свойства:

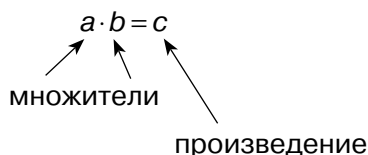
$$a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$$

$$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$$

$$a - (b - c) = (a - b) + c$$

$$a - 0 = a$$

Умножение



Свойства:

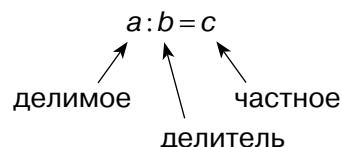
$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

Деление



Свойства:

$$(a : b) : c = a : (b \cdot c)$$

$$a : (b : c) = (a : b) \cdot c$$

$$(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$$

$$(a \cdot b) : c = a \cdot (b : c)$$

ПОРЯДОК ДЕЙСТВИЙ В ЧИСЛОВЫХ ВЫРАЖЕНИЯХ

Числовое выражение — запись, составленная из чисел, знаков арифметических действий и скобок.

Порядок действий

Действия в скобках \Rightarrow возведение в степень \Rightarrow умножение/деление \Rightarrow сложение/вычитание.

Действия одной степени (умножение и деление; сложение и вычитание) выполняются в порядке **слева направо**.

Записывать решение можно в строчку или по действиям.

Например:

$$\boxed{4 \ 1 \ 2 \ 5 \ 6 \ 3} \\ 17 - 5 \cdot 6 : 3 - 2 + 4 : 2 = 17 - 30 : 3 - 2 + 2 = 17 - 10 - 2 + 2 = 7 - 2 + 2 = 7;$$

$$\boxed{3 \ 1 \ 4 \ 2} \\ 36 : (28 - 25) \cdot (12 + 56) = 36 : 3 \cdot 68 = 12 \cdot 68 = 816.$$

Найдите значение выражения
 $320\ 320:16 - 3 \cdot (64 - 48):2$.

Запишите решение и ответ.

Решение:

$$\overset{\textcircled{2}}{320\ 320}:\overset{\textcircled{5}}{16}-\overset{\textcircled{3}}{3}\cdot(\overset{\textcircled{1}}{64}-\overset{\textcircled{4}}{48}):\overset{\textcircled{2}}{2}.$$

1) $64 - 48 = 16$.

2) $320\ 320:16 = 20\ 020$.

3) $3 \cdot 16 = 48$.

4) $48:2 = 24$.

5) $20\ 020 - 24 = 19\ 996$.

Ответ: 19 996.

$$\begin{array}{r} 320320 \overline{)16} \\ \underline{32} \\ 0 \\ \underline{0} \\ 3 \\ \underline{0} \\ 32 \\ \underline{32} \\ 0 \end{array}$$

ДЕЛИМОСТЬ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Делителем натурального числа n называется такое натуральное число k , на которое число n делится без остатка.

Например:

2 и 5 — делители числа 10.

Натуральное число k называется **кратным** натуральному числу n , если число n делится на число k без остатка.

Слово «кратно» можно заменить словосочетанием «делится на».

Для обозначения деления используется знак «:», для «делится на» — «:».

Например:

Число 10 кратно 2.

Число 10 кратно 2, или $10:2$.

Простые и составные натуральные числа

Простым называется натуральное число, которое делится на единицу и само на себя.

Например:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 и т. д.

Натуральное число, имеющее более двух делителей, называется **составным**.

Например:

4, 6, 8, 9, 10, 12 и т. д.

Число 1 не является ни простым, ни составным, так как имеет только один делитель.

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Признак делимости на 2

Число делится на 2, если его последняя цифра 0, 2, 4, 6 или 8.

Признаки делимости на 3 и на 9

На 3 делятся только те числа, у которых сумма цифр делится на 3; на 9 делятся только те числа, у которых сумма цифр делится на 9.

Признаки делимости на 5

На 5 делятся числа, последняя цифра которых 0 или 5.

Признаки делимости на 10

На 10 делятся только те числа, последняя цифра которых 0.

Приведите пример двузначного числа больше 18, которое делится на 18, но не делится на 12.

Ответ: 54 или 90.

Пояснение:

Найдём все двузначные числа, кратные 18: 36, 54, 72, 90. Числа 36, 72 делятся на 12, числа 54, 90 не делятся на 12, значит, являются решением данной задачи.

■ Таблица простых чисел до 1000

2	3	5	7	11	13	17
19	23	29	31	37	41	43
47	53	59	61	67	71	73
79	83	89	97	101	103	107
109	113	127	131	137	139	149
151	157	163	167	173	179	181
191	193	197	199	211	223	227
229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307
311	313	317	331	337	347	349
353	359	367	373	379	383	389
397	401	409	419	421	431	433
439	443	449	457	461	463	467
479	487	491	499	503	509	521
523	541	547	557	563	569	571
577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653
659	661	673	677	683	691	701
709	719	727	733	739	743	751
757	761	769	773	787	797	809
811	821	823	827	829	839	853
857	859	863	877	881	883	887
907	911	919	929	937	941	947
953	967	971	977	983	991	997

НОК И НОД

НОД (наибольший общий делитель) — наибольшее натуральное число, на которое делятся без остатка числа a и b .

Например:

$$\text{НОД}(36; 48) = 12, \quad \text{НОД}(24; 35) = 1.$$

Натуральные числа называются **взаимно простыми**, если их наибольший общий делитель равен 1.

Чтобы найти **наибольший общий делитель** нескольких натуральных чисел, необходимо:

- 1) разложить эти числа на простые множители;
- 2) из множителей подчеркнуть те, которые входят в разложение всех чисел;
- 3) найти произведение подчеркнутых множителей.

Например:

Найдём наибольший общий делитель чисел 60, 80 и 48.

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5, \quad 80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5,$$

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3;$$

$$\text{НОД}(60; 80; 48) = 2 \cdot 2 = 4.$$

НОК (наименьшее общее кратное) — наименьшее натуральное число, которое кратно натуральным числам a и b .

Например:

$$\text{НОК}(6; 8) = 24, \quad \text{НОК}(24; 6) = 24,$$

$$\text{НОК}(11; 9) = 99.$$

Чтобы найти **наименьшее общее кратное** нескольких натуральных чисел, необходимо:

- 1) разложить эти числа на простые множители;
- 2) выписать множители, входящие в разложение одного из чисел;
- 3) дописать к ним недостающие множители из разложения других чисел;
- 4) найти произведение получившихся множителей.

Например:

Найдём наименьшее общее кратное чисел 60, 80 и 48.

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5, \quad 80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5,$$

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3;$$

$$\text{НОК}(60; 80; 48) = (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5) \cdot 2 \cdot 2 = 240.$$

Свойство НОК и НОД:

$$\text{НОД}(a; b) \cdot \text{НОК}(a; b) = a \cdot b.$$

Указанное свойство позволяет по заданным числам и известному НОД находить НОК этих чисел и, наоборот, по заданному НОК находить НОД.

Например:

Найдём НОК (35; 40), если

$$\text{НОД}(35; 40) = 5.$$

Способ 1

Используя свойство НОК и НОД, получим: $\text{НОК}(35; 40) = 35 \cdot 40 : 5 = 280$.

Способ 2

Разложим числа 35 и 40 на простые множители.

$$35 = 5 \cdot 7, \quad 40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5.$$

Разложение большего числа 40 дополним недостающими множителями.

$$\text{НОК}(35; 40) = 2^3 \cdot 5 \cdot 7 = 40 \cdot 7 = 280.$$

ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ

Пусть a и b — натуральные числа. Разделить a на b с остатком — значит найти такие натуральные числа q и r , что $a = bq + r$, причём $0 \leq r < b$.

$$\begin{array}{ccc} \text{делимое} & & \text{неполное частное} \\ & \searrow & \swarrow \\ & a : b = q + r & \\ & \swarrow & \searrow \\ \text{делитель} & & \text{остаток} \end{array}$$

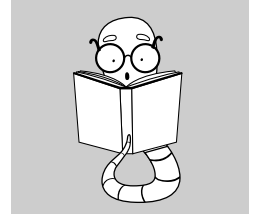
Например: $70 : 3 = 23$ (ост. 1)

$$\begin{array}{r} \text{делимое} \quad 70 \quad | \quad 3 \quad \leftarrow \text{делитель} \\ \underline{6} \quad | \quad 23 \\ 10 \\ \underline{9} \\ 1 \\ \text{остаток} \end{array}$$

↑
неполное частное

Дроби

Дроби бывают десятичными и обыкновенными, например 6,54 — десятичная дробь, $\frac{1}{2}$ — обыкновенная дробь.



Число вида $\frac{m}{n}$, где $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$, называют **обыкновенной дробью**.

$$\frac{m}{n} \leftarrow \begin{array}{l} \text{числитель} \\ \text{знаменатель} \end{array}$$

Любое число, знаменатель дробной части которого выражается единицей с одним или несколькими нулями, можно представить в виде **десятичной дроби**.

Например:

$$\frac{3}{10} = 0,3; \quad \frac{3}{100} = 0,03;$$

$$2\frac{3}{1000} = 2,003; \quad \frac{-7}{100} = -0,07.$$

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ

Если числитель и знаменатель дроби умножить (разделить) на одно и то же число, отличное от 0, то получится дробь, равная данной.

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}, \text{ где } c \neq 0$$

Например:

$$\frac{0,35}{0,4} = \frac{0,35 \cdot 100}{0,4 \cdot 100} = \frac{35}{40} = \frac{7}{8};$$

$$0,3 : 0,27 = \frac{0,3}{0,27} = \frac{0,3 \cdot 100}{0,27 \cdot 100} = \frac{30}{27} =$$

$$= \frac{30 : 3}{27 : 3} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}.$$

Любое натуральное число можно представить в виде обыкновенной дроби.

ВПР 5 класс

Представьте число 12 в виде дроби со знаменателем 7.

Ответ: $\frac{84}{7}$.

Пояснение:

Любое натуральное число можно представить в виде обыкновенной дроби со знаменателем 1: $12 = \frac{12}{1}$.

Воспользуемся основным свойством дроби: $12 = \frac{12}{1} = \frac{12 \cdot 7}{1 \cdot 7} = \frac{84}{7}$.

ВПР 6 класс

Число 27 является $\frac{1}{5}$ искомого числа.

Найдите это число.

Ответ: 135.

Пояснение: $27 \cdot 5 = 135$.

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Чтобы сложить (вычесть) дроби с одинаковыми знаменателями, необходимо сложить (вычесть) числители, а знаменатели оставить без изменения.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

ВПР 5 класс

Представьте в виде обыкновенной дроби выражение $\frac{6}{11} + \frac{3}{11}$.

Ответ: $\frac{9}{11}$.

Пояснение:

$$\frac{6}{11} + \frac{3}{11} = \frac{6+3}{11} = \frac{9}{11}.$$

Поскольку у дробей одинаковые знаменатели, выполняем действие в числителе, а знаменатель оставляем без изменения.

Если числитель дроби меньше, чем знаменатель, то дробь называется **правильной**.

Если числитель дроби больше знаменателя или равен ему, то дробь называется **неправильной**.

Для некоторых действий с дробями необходимо уметь переводить дробь из неправильной в смешанную и наоборот. При этом производится выделение целой части из неправильной дроби.

Например:

$$\frac{17}{7} = 2\frac{3}{7} \quad \begin{array}{r} 17 \overline{) 7} \\ \underline{14} \\ 3 \end{array}$$

ВПР 5 класс

Представьте в виде обыкновенной дроби смешанное число $3\frac{5}{9}$.

Ответ: $\frac{32}{9}$.

Пояснение:

$$3\frac{5}{9} = \frac{3 \cdot 9 + 5}{9} = \frac{32}{9}.$$

Часто для решения заданий необходимо уметь переводить обыкновенную дробь в десятичную.

Например:

$$\frac{17}{8} = 2,125;$$

$$\frac{3}{25} = \frac{3 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{12}{100} = 0,12;$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{375}{1000} = 0,375.$$

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 8} \\ \underline{16} \\ 10 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

Если в задаче встречаются и обыкновенные, и десятичные дроби, необходимо перейти к одному виду дробей (перевести десятичные дроби в обыкновенные или обыкновенные — в десятичные).

ПЕРЕВОД ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ В ОБЫКНОВЕННУЮ

В числителе: записать число, стоящее после запятой.

В знаменателе: записать разрядную единицу (10, 100, 1000 и т. д.), которая содержит столько же нулей, сколько знаков после запятой в десятичной дроби.

Если десятичная дробь содержит целую часть, то её переводят в смешанное число и целую часть записывают перед дробной.

При необходимости получившуюся обыкновенную дробь надо сократить.

Например:

$$0,3 = \frac{3}{10};$$

$$0,019 = \frac{19}{100};$$

$$17,11 = 17\frac{11}{100};$$

$$8,2 = 8\frac{2}{10} = 8\frac{1}{5}.$$

ПЕРЕВОД ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ В ДЕСЯТИЧНУЮ

Способ 1

Домножить числитель и знаменатель дроби так, чтобы в знаменателе получилась разрядная единица.

В случае смешанного числа домножают только дробную часть, а целая часть не меняется.

Например:

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2}{10} = 0,2; \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 0,75;$$

$$9 \frac{2}{125} = 9 \frac{2 \cdot 8}{125 \cdot 8} = 9 \frac{16}{1000} = 9,016.$$

Способ 2

Разделить числитель на знаменатель «уголком».

Например:

$$\begin{array}{r} 1,0 \overline{)5} \\ \underline{0} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,0 \overline{)5} \\ \underline{0} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

Не все обыкновенные дроби можно перевести в конечную десятичную дробь. **Несократимую обыкновенную дробь** можно перевести в конечную десятичную дробь, если в разложении её знаменателя на простые множители есть только 2 и (или) 5.

ОГЭ 9 класс

Найдите значение выражения $\frac{3}{5} + 0,04$.

Ответ: 0,64.

Пояснение: $\frac{3}{5} + 0,04 = 0,6 + 0,04 = 0,64$.

ДЕЙСТВИЯ С ОБЫКНОВЕННЫМИ ДРОБЯМИ

Для того чтобы **сложить**, **вычесть**, **умножить** или **разделить обыкновенные правильные** или **неправильные дроби**, можно использовать формулы, приведённые ниже.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$
$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Чтобы **сложить** (**вычесть**) **смешанные числа**, надо:

1) привести дробные части этих чисел к наименьшему общему знаменателю;

2) отдельно выполнить сложение (вычитание) целых частей и отдельно — дробных.

♦ Если при сложении дробных частей получилась неправильная дробь, выделить целую часть из этой дроби и прибавить её к полученной целой части.

♦ Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, превратить её в неправильную дробь, уменьшив на единицу целую часть.

Например:

$$\text{а) } 2 \frac{7^2}{9} + 3 \frac{5^3}{6} = 2 \frac{14}{18} + 3 \frac{15}{18} = 5 \frac{29}{18} = 6 \frac{11}{18};$$

$$\text{б) } 9 \frac{7^2}{15} - 2 \frac{5^5}{6} = 9 \frac{14}{30} - 2 \frac{25}{30} = 8 \frac{44}{30} - 2 \frac{25}{30} = 6 \frac{19}{30};$$

$$\text{в) } 7 - 3 \frac{2}{11} = 6 \frac{11}{11} - 3 \frac{2}{11} = 3 \frac{9}{11};$$

$$\text{г) } 3 \frac{5}{6} - 2 = 1 \frac{5}{6}.$$

Чтобы выполнить **умножение смешанных чисел**, надо:

1) записать смешанные части в виде неправильных дробей;

2) найти произведение числителей и произведение знаменателей этих дробей;

3) первое произведение записать числителем, а второе — знаменателем.

Например:

$$\text{а) } 2 \frac{1}{3} \cdot 4 \frac{2}{7} = \frac{7}{3} \cdot \frac{30}{7} = \frac{7 \cdot 30}{3 \cdot 7} = 10;$$

$$\text{б) } 15 \cdot 2 \frac{3}{5} = 15 \cdot 2 + 15 \cdot \frac{3}{5} = 30 + \frac{15 \cdot 3}{5} = 30 + 9 = 39.$$

Чтобы выполнить **деление смешанных чисел**, надо:

1) записать смешанные части в виде неправильных дробей;

2) делимое умножить на число, обратное делителю.

Например:

$$\text{а) } 2\frac{3}{5} : 1\frac{6}{7} = \frac{13}{5} : \frac{13}{7} = \frac{13}{5} \cdot \frac{7}{13} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5} = 1,4;$$

$$\text{б) } \frac{3}{7} : 14 = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{14} = \frac{3}{98};$$

$$\text{в) } 2 : 1\frac{3}{5} = 2 : \frac{8}{5} = \frac{2}{1} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} = 1,25;$$

$$\text{г) } 2\frac{8}{9} : \frac{13}{27} = \frac{26}{9} : \frac{13}{27} = \frac{26}{9} \cdot \frac{27}{13} = \frac{26 \cdot 27}{9 \cdot 13} = 6.$$

ВПР 6 класс

1. Вычислите: $\left(\frac{8}{11} - \frac{20}{55}\right) \cdot \frac{66}{10}$.

Ответ: $2\frac{2}{5}$.

Пояснение:

$$\left(\frac{8}{11} - \frac{20}{55}\right) \cdot \frac{66}{10} = \frac{8 \cdot 5 - 20}{55} \cdot \frac{66}{10} = \frac{20}{55} \cdot \frac{66}{10} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}.$$

2. Вычислите: $4\frac{2}{3} : \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\right) - 4 \cdot 1\frac{2}{3}$. Запишите

решение и ответ.

Решение:

$$1) \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2+5}{10} = \frac{7}{10}; \quad 3) 4 \cdot 1\frac{2}{3} = 4 \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{3};$$

$$2) 4\frac{2}{3} : \frac{7}{10} = \frac{14}{3} \cdot \frac{10}{7} = \frac{20}{3}; \quad 4) \frac{20}{3} - \frac{20}{3} = 0.$$

Ответ: 0.

ВПР 7 класс

Найдите значение выражения $\frac{1}{6} + \frac{8}{15} : \frac{8}{5}$.

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Пояснение:

$$\frac{1}{6} + \frac{8}{15} : \frac{8}{5} = \frac{1}{6} + \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{6} + \frac{5}{15} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1+2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Вычислите: $\frac{8}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{11}{8}\right)$.

Ответ: 2,6.

Пояснение:

$$\begin{aligned} \frac{8}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{11}{8}\right) &= \frac{8}{5} \cdot \left(\frac{2}{8} + \frac{11}{8}\right) = \frac{8}{5} \cdot \frac{13}{8} = \frac{13}{5} \\ &= 2\frac{3}{5} = 2,6. \end{aligned}$$

ВПР 8 класс

Найдите значение выражения $5 : \left(\frac{4}{9} - \frac{3}{7}\right)$.

Ответ: 315.

Пояснение:

$$\begin{aligned} 5 : \left(\frac{4}{9} - \frac{3}{7}\right) &= 5 : \left(\frac{28-27}{63}\right) = 5 : \frac{1}{63} = 5 \cdot \frac{63}{1} \\ &= 5 \cdot 63 = 315. \end{aligned}$$

Вычислите: $\left(\frac{8}{21} + \frac{3}{7}\right) : 17$.

Ответ: $\frac{1}{21}$.

Пояснение:

$$\begin{aligned} \left(\frac{8}{21} + \frac{3}{7}\right) : 17 &= \left(\frac{8}{21} + \frac{9}{21}\right) : 17 = \frac{17}{21} : \frac{17}{1} \\ &= \frac{17}{21} \cdot \frac{1}{17} = \frac{1}{21}. \end{aligned}$$

ДЕЙСТВИЯ С ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ

Чтобы **сложить (вычесть) десятичные дроби**, надо:

- 1) уравнять в этих дробях количество знаков после запятой;
- 2) записать их друг под другом так, чтобы запятая была записана под запятой;
- 3) выполнить сложение (вычитание), не обращая внимания на запятую;
- 4) поставить в ответе запятую под запятой.



Любое целое число можно представить в виде десятичной дроби. Для этого необходимо после числа поставить запятую и дописать нужное количество нулей.

Например:

$$\begin{array}{r} 11,70 \\ + 2,35 \\ \hline 14,05 \end{array}$$

а) $2,35 + 11,7 = 14,05$;

$$\begin{array}{r} 12,000 \\ - 10,346 \\ \hline 1,654 \end{array}$$

б) $12 - 10,346 = 1,654$;

$$\begin{array}{r} 16,77 \\ + 12,23 \\ \hline 29,00 \end{array}$$

в) $16,77 + 12,23 = 29,00 = 29$.

Чтобы **перемножить две десятичные дроби**, надо:

- 1) выполнить умножение, не обращая внимания на запятые;
- 2) отделить запятой столько цифр справа, сколько их стоит после запятой в обоих множителях вместе.

Например:

$$\begin{array}{r} 3,25 \\ \times 2,8 \\ \hline 2600 \\ + 650 \\ \hline 9,100 \end{array}$$

$3,25 \cdot 2,8 = 9,100 = 9,1$.

Чтобы **разделить десятичную дробь на натуральное число**, надо:

- 1) разделить дробь на это число, не обращая внимания на запятую;

- 2) поставить в частном запятую, когда кончится деление целой части.

Например:

$$\begin{array}{r} 183,24 \quad | \quad 9 \\ - 18 \\ \hline 32 \\ - 27 \\ \hline 54 \\ - 54 \\ \hline 0 \end{array}$$

а) $183,24 : 9 = 20,36$;

$$\begin{array}{r} 70,15 \quad | \quad 23 \\ - 69 \\ \hline 115 \\ - 115 \\ \hline 0 \end{array}$$

б) $70,15 : 23 = 3,05$.

Чтобы **разделить число на десятичную дробь**, надо:

- 1) в делимом и делителе перенести запятую вправо на столько цифр, сколько их после запятой в делителе;
- 2) выполнить деление на натуральное число.

Например:

$$36 : 0,125 = 36\,000 : 125 = 288.$$

Чтобы **разделить одну десятичную дробь на другую**, надо:

- 1) перенести в делимом и в делителе запятые вправо на столько цифр, сколько их содержится после запятой в делителе;
- 2) выполнить деление на натуральное число.

Например:

$$\text{а) } 25,6 : 0,08 = 2560 : 8 = 320;$$

$$\text{б) } 12,35 : 2,5 = 123,5 : 25 = 4,94;$$

$$\text{в) } 0,8 : 0,25 = \frac{0,8}{0,25} = \frac{0,8 \cdot 100}{0,25 \cdot 100} = 3 \frac{1}{5} = 3,2.$$

Если при делении целых чисел получают десятичные дроби, надо:

- 1) разделить одно число на другое до получения остатка;
- 2) поставить в частном запятую, когда закончится деление целой части;
- 3) произвести деление аналогично делению десятичной дроби на число.

Например:

а) $36:25=1,44;$

$$\begin{array}{r} 36 \overline{)25} \\ \underline{25} \\ 100 \\ \underline{110} \\ 100 \\ \underline{100} \\ 0 \end{array}$$

б) $4,92:0,3=49,2:3=16,4.$

$$\begin{array}{r} 49,2 \overline{)3} \\ \underline{3} \\ 19 \\ \underline{18} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$$

ВПР 6 класс

Вычислите: $1,73-0,4 \cdot 2,1.$

Ответ: 0,89.

Пояснение:

$$1,73-0,4 \cdot 2,1=1,73-0,84=0,89.$$

ВПР 8 класс

Найдите значение выражения $7,4 \cdot 6,5-3,8.$

Ответ: 44,3.

Пояснение:

$$7,4 \cdot 6,5-3,8=48,1-3,8=44,3.$$

$$\begin{array}{r} 7,4 \\ 6,5 \\ \hline 370 \\ 444 \\ \hline 48,10 \end{array}$$

Рациональные числа

Целые и дробные числа (положительные и отрицательные) образуют множество **рациональных чисел**. Множество рациональных (от лат. *ratio* — деление) чисел обозначается буквой «Q».

Любое рациональное число можно представить в виде обыкновенной дроби $\frac{m}{n}$, где $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$. Получается, что числитель (m) может иметь знак, а знаменатель (n) должен быть положительным числом.

Например:

а) $5 = \frac{5}{1};$ б) $1,5 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}.$

Любое рациональное число можно записать в виде десятичной дроби либо в виде периодической дроби.

Например:

а) $3 = 3,0;$

б) $\frac{3}{11} = 0,(27).$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{)11} \\ \underline{0} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \\ \\ 22 \\ \underline{22} \\ 0 \\ \\ 77 \\ \underline{77} \\ 0 \\ \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \\ \\ 22 \\ \underline{22} \\ 0 \\ \\ 80 \\ \underline{80} \\ 0 \\ \\ 77 \\ \underline{77} \\ 0 \\ \\ 3 \end{array}$$



ДЕЙСТВИЯ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ И ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

Отрицательными называются числа, которые меньше нуля. Ноль отделяет отрицательные числа от положительных.

$$-(-a) = a$$

Чтобы **сложить два отрицательных числа**, надо:

- 1) сложить их модули;
- 2) поставить перед полученным числом знак «-».

Например:

$$-2+(-7) = -(2+7) = -9.$$

Чтобы **сложить два числа с разными знаками**, надо:

- 1) из большего модуля слагаемых вычесть меньший;
- 2) поставить перед полученным числом знак того слагаемого, модуль которого больше.