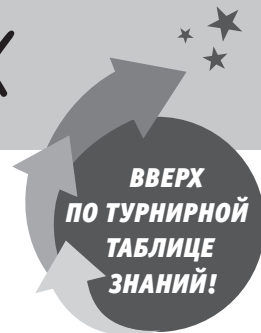


ШКОЛЬНЫЙ КУРС В НАГЛЯДНЫХ ТАБЛИЦАХ

Т. А. КОЛЕСНИКОВА

ГЕОМЕТРИЯ:

7-11 КЛАССЫ



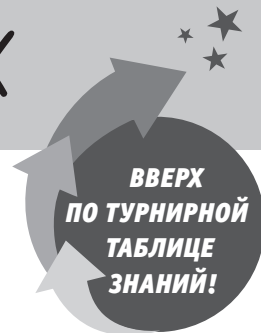
Москва
2025

ШКОЛЬНЫЙ КУРС В НАТЛЯДНЫХ ТАБЛИЦАХ

Т. А. КОЛЕСНИКОВА

ГЕОМЕТРИЯ:

7-11 КЛАССЫ



Москва
2025

УДК 373.5:514
ББК 22.151я721
К60

Макет подготовлен при содействии ООО «Айдиономикс»

Колесникова, Татьяна Александровна.

К60 Геометрия: 7–11 классы / Т. А. Колесникова. — Москва : Эксмо, 2025. — 224 с. — (Школьный курс в наглядных таблицах).

ISBN 978-5-04-179902-1

В пособии школьный курс геометрии представлен в виде наглядных таблиц и чертежей, что заметно ускоряет и упрощает процесс усвоения материала. Использование таблиц в качестве опорного конспекта не даст школьникам запутаться в большом объеме информации и позволит без труда найти ответ на интересующий их вопрос.

Книга окажет помощь учащимся 7–11 классов при подготовке к контрольным и экзаменам ОГЭ и ЕГЭ, а также будет полезна учителям при организации работы на уроках.

**УДК 373.5:514
ББК 22.151я721**

ISBN 978-5-04-179902-1

© Колесникова Т.А., 2023
© ООО «Айдиономикс», 2023
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	7	Признаки подобия треугольников.....	25
ПЛАНИМЕТРИЯ.....	8	Средняя линия треугольника.....	27
Начальные геометрические сведения.....	8	Свойства биссектрисы треугольника.....	28
Точка. Прямая.....	8	Равнобедренный треугольник.....	29
Отрезок. Измерение отрезков.....	9	Равносторонний треугольник.....	30
Луч. Угол. Измерение углов.....	10	Прямоугольный треугольник.....	31
Биссектриса угла.....	11	Признаки равенства прямоугольных треугольников.....	32
Виды углов.....	12	Теорема Пифагора. Теорема, обратная теореме Пифагора.....	34
Смежные и вертикальные углы.....	13	Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике.....	35
Перпендикулярные прямые.....	13	Синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника.....	36
Серединный перпендикуляр к отрезку.....	14	Синус, косинус, тангенс, котангенс углов от 0° до 180°	37
Параллельные прямые.....	15	Теорема синусов, теорема косинусов.....	38
Теорема Фалеса.....	16	Четырёхугольники.....	39
Расстояния на плоскости.....	17	Основные понятия.....	39
Некоторые теоремы об углах.....	18	Выпуклые и невыпуклые четырёхугольники.....	40
Треугольники.....	19	Параллелограмм.....	41
Основные понятия.....	19	Ромб.....	44
Соотношение между сторонами и углами треугольника.....	20	Прямоугольник.....	47
Виды треугольников по сторонам и углам.....	21	Квадрат.....	49
Медианы, биссектрисы, высоты, серединные перпендикуляры треугольника.....	22	Трапеция.....	52
Признаки равенства треугольников.....	24		

Свойства трапеции	52	Длина окружности. Длина дуги	79
Отрезки в трапеции	54	Части круга	80
Частные случаи трапеций	55	Площади фигур	81
Многоугольники	56	Понятие площади	81
Основные понятия	56	Площадь треугольника	82
Выпуклые и невыпуклые многоугольники	57	Некоторые свойства площадей треугольников	86
Сумма углов выпуклого n -угольника	57	Площади четырёхугольников	87
Пятиугольник. Шестиугольник	58	Площадь круга и его частей	92
Окружность и круг	59	Площади подобных фигур	93
Определение и основные понятия	59	Вычисление площадей фигур на квадратной решётке	94
Свойства хорд и дуг окружности	61	Вычисление площадей фигур на координатной плоскости	95
Взаимное расположение окружности и прямой	63	Правильные многоугольники	96
Теоремы о касательных	64	Формулы для стороны, периметра и площади правильного n -угольника	97
Теоремы о длинах хорд, касательных и секущих	65	Правильный треугольник (равносторонний треугольник)	99
Взаимное расположение двух окружностей	66	Правильный четырёхугольник (квадрат)	100
Центральные и вписанные углы	68	Правильный шестиугольник	101
Понятие вписанной и описанной окружности	71	Построения циркулем и линейкой	102
Треугольник, вписанная и описанная окружность	72	Простейшие задачи на построение	104
Вневписанная окружность треугольника	74	Построение треугольника по трём элементам	110
Четырёхугольник, вписанная и описанная окружность	75	Построение правильных многоугольников	114
Частные случаи описанных четырёхугольников	76	Векторы	116
Частные случаи вписанных четырёхугольников	77	Основные понятия	116
Условия принадлежности четырёх точек одной окружности	78	Действия над векторами	118

Свойства действий над векторами	121	Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве	139
Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам	121	Взаимное расположение двух прямых в пространстве	139
Метод координат	122	Свойства параллельных прямых	139
Прямоугольная система координат на плоскости	122	Теоремы о скрещивающихся прямых	140
Координаты вектора	123	Угол между прямыми	141
Простейшие задачи в координатах	125	Перпендикулярные прямые	142
Угол между векторами	127	Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве	143
Скалярное произведение векторов	128	Параллельность прямой и плоскости	144
Движение	129	Перпендикулярность прямой и плоскости	145
Осевая симметрия	130	Перпендикуляр и наклонная	146
Примеры фигур, обладающих осевой симметрией	131	Угол между прямой и плоскостью	147
Центральная симметрия	132	Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве	148
Примеры фигур, обладающих центральной симметрией	133	Параллельность плоскостей	149
Поворот	134	Двугранный угол и угол между плоскостями	150
Параллельный перенос	135	Перпендикулярность плоскостей	152
СТЕРЕОМЕТРИЯ	136	Расстояния в пространстве	153
Введение в стереометрию	136	Многогранники	155
Основные неопределяемые понятия стереометрии	136	Понятие многогранника	155
Аксиомы стереометрии	137	Призма	157
Некоторые следствия из аксиом	138	Правильная призма	160
Способы задания плоскости	138	Параллелепипед	161
		Куб	163
		Пирамида	164
		Правильная пирамида	166

Тетраэдр.....	168	Цилиндр и конус.....	202
Усечённая пирамида.....	169	Векторы в пространстве.....	203
Правильная усечённая пирамида.....	171	Компланарные векторы.....	203
Правильные многогранники.....	172	Метод координат в пространстве.....	206
Построение сечений многогранников.....	174	Прямоугольная система координат	
Задачи на построение сечений.....	175	в пространстве.....	206
Тела и поверхности вращения.....	180	Координаты вектора.....	207
Цилиндр.....	180	Простейшие задачи в координатах.....	209
Сечения цилиндра.....	182	Скалярное произведение векторов.....	211
Конус.....	184	Уравнение плоскости.....	212
Сечения конуса.....	186	Расстояние от точки до плоскости.....	213
Усечённый конус.....	188	Вычисление углов между прямыми	
Сечения усечённого конуса.....	190	и плоскостями.....	213
Сфера и шар.....	191	Движение пространства.....	215
Сечения сферы и шара.....	192	Примеры тел, обладающих осевой	
Части шара.....	193	симметрией.....	215
Взаимное расположение сферы и плоскости.....	194	Примеры тел, обладающих центральной	
Комбинации многогранников и тел вращения.....	195	симметрией.....	217
Понятие вписанной и описанной сферы.....	195	Зеркальная симметрия (симметрия	
Сфера и призма.....	196	относительно плоскости).....	219
Сфера и пирамида.....	197	Примеры тел, обладающих зеркальной	
Сфера и цилиндр.....	198	симметрией.....	220
Сфера и конус.....	199	Подобные тела.....	222
Призма и цилиндр.....	200	ПРИЛОЖЕНИЕ.....	223
Пирамида и конус.....	201		

ВВЕДЕНИЕ

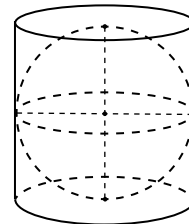
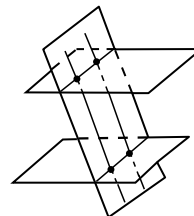
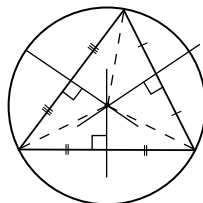
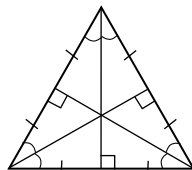
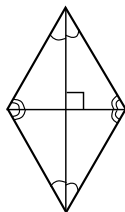
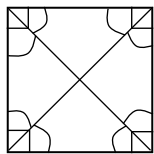
Настоящее пособие представляет собой обобщённое изложение теоретического материала в таблицах с примерами по основным разделам школьного курса геометрии. Книга включает в себя два больших раздела: «Планиметрия» и «Стереометрия».

Данное пособие может быть использовано как в учебном процессе, так и для самостоятельного изучения и повторения школьной программы по геометрии с 7-го по 11-й класс.

Теоретический материал проиллюстрирован примерами, которые позволяют детально разобраться в темах школьного курса и отработать навыки выполнения различных заданий.

Книга предназначена для учащихся средней школы при самоподготовке к различным видам контроля, основному и единому государственным экзаменам, а также для учителей математики.

Желаем успехов на экзамене!



ПЛАНИМЕТРИЯ



Планиметрия — раздел геометрии, изучающий геометрические фигуры и их свойства на плоскости.

НАЧАЛЬНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

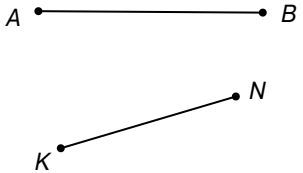
Точка. Прямая



К основным неопределяемым понятиям планиметрии относятся **точка** и **прямая**.

Чертёж	Обозначения	Случаи взаимного расположения
	<p>Точки обозначаются одной заглавной буквой латинского алфавита (D, M, E, F)</p>	$M \in a$ — точка M принадлежит прямой a , или точка M лежит на прямой a , или прямая a проходит через точку M
		$D \notin a$ — точка D не принадлежит прямой a , или точка D не лежит на прямой a , или прямая a не проходит через точку D
	<p>Прямые обозначаются одной строчной буквой латинского алфавита (a, b) или двумя заглавными буквами (EF)</p>	$b \cap EF = O$ — прямые b и EF пересекаются в точке O
		$a \not\cap b$ — прямые a и b не пересекаются

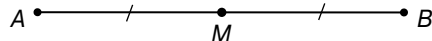
Отрезок. Измерение отрезков

Чертёж	Определения и обозначения	Измерения
	<p>Отрезок — часть прямой, ограниченная двумя точками. Две точки, ограничивающие отрезок, называются концами отрезка</p> <p>Отрезки обозначаются указанием их концов, то есть двумя заглавными буквами латинского алфавита (AB или BA, KN или NK)</p>	<p>Чтобы измерить отрезок, необходимо выбрать единицу измерения и выразить его длину некоторым положительным числом. Длина отрезка является расстоянием между его концами, то есть расстоянием между двумя точками. Равные отрезки имеют равные длины. Меньший отрезок имеет меньшую длину. Длина отрезка равна сумме длин частей, на которые отрезок разбивается любой его точкой</p> <p>Основные единицы измерения длины: $1 \text{ см} = 10 \text{ мм}$ $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$ $1 \text{ дм} = 10 \text{ см} = 100 \text{ мм}$ $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$</p>

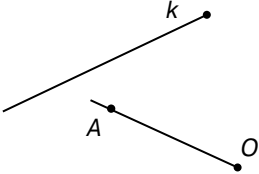
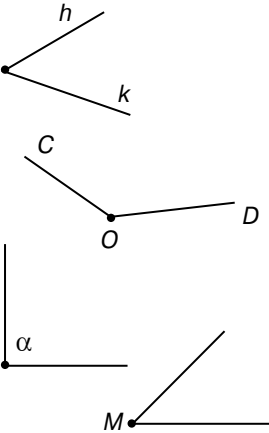


Середина отрезка — точка, которая лежит на отрезке и делит его пополам.

✓ M — середина отрезка AB ($M \in AB$, $AM = MB$).



Луч. Угол. Измерение углов

Чертёж	Определения и обозначения	Измерения
Луч		
	<p>Луч — часть прямой, ограниченная точкой. Эта точка называется началом луча.</p> <p>Лучи обозначаются одной строчной буквой латинского алфавита (k) или двумя заглавными буквами (OA), где первая буква обозначает начало луча, а вторая — какую-нибудь точку на нём</p>	<p>Так как луч имеет начало, но не имеет конца, то измерить его длину нельзя</p>
Угол		
	<p>Угол — геометрическая фигура, которая состоит из точки и двух лучей, исходящих из этой точки. Лучи называются сторонами угла, их общее начало — вершиной угла.</p> <p>Углы обозначаются одной заглавной буквой латинского алфавита ($\angle M$), или двумя строчными буквами латинского алфавита ($\angle hk$ или $\angle kh$), или тремя заглавными буквами латинского алфавита ($\angle COD$ или $\angle DOC$), где вторая буква обозначает вершину угла, или одной строчной буквой греческого алфавита (α)</p>	<p>Основные единицы измерения углов:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $1^\circ = \frac{1}{180}$ развёрнутого угла — один градус; • $1' = \frac{1}{60}$ градуса — одна минута; • $1'' = \frac{1}{60}$ минуты — одна секунда. <p>Равные углы имеют равные градусные меры.</p> <p>Меньший угол имеет меньшую градусную меру.</p> <p>Если луч делит угол на два угла, градусная мера всего угла равна сумме градусных мер этих углов</p>

Биссектриса угла



Биссектрисой угла называется луч, исходящий из вершины угла и делящий его пополам.

✓ MC — биссектриса $\angle AMB$ ($\angle AMC = \angle CMB$).

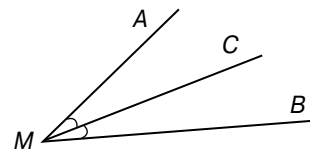


Чертёж	Свойство биссектрисы угла	Обратное утверждение
	<p>Любая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от сторон этого угла.</p> <p>ПРИМЕЧАНИЕ. Равноудалена — то есть находится на одинаковом расстоянии</p>	<p>Любая точка внутри неразвёрнутого угла, равноудалённая от сторон этого угла, лежит на его биссектрисе</p>



Биссектрису угла можно определить как геометрическое место точек внутри угла, равноудалённых от его сторон.

Виды углов



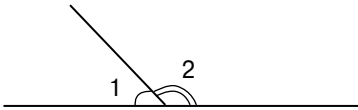
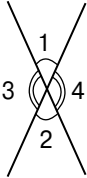
Углы можно классифицировать в зависимости от градусной меры.

Чертёж	Виды углов	Градусные меры
	Острый угол меньше прямого угла	$0^\circ < \angle A < 90^\circ$
	Прямой угол равен половине развёрнутого угла	$\angle hm = 90^\circ$
	Тупой угол больше прямого, но меньше развёрнутого угла	$90^\circ < \angle EFT < 180^\circ$
	Развёрнутый угол — угол, стороны которого лежат на одной прямой	$\angle U = 180^\circ$

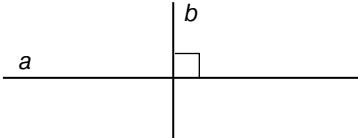


- Все прямые углы равны.
- Все развёрнутые углы равны.
- Сумма двух прямых углов равна развёрнутому углу, значит, прямой угол равен половине развёрнутого угла.

Смежные и вертикальные углы

Чертёж	Определения	Свойства
Смежные углы		
	<p>Два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжениями одна другой</p>	<p>Сумма смежных углов равна 180°.</p> $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$
Вертикальные углы		
	<p>Два угла, у которых стороны одного угла являются продолжением сторон другого</p>	<p>Вертикальные углы равны.</p> $\angle 1 = \angle 2$ $\angle 3 = \angle 4$

Перпендикулярные прямые

Чертёж	Определение и обозначение	Теорема
	<p>Две пересекающиеся прямые называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если они образуют четыре прямых угла.</p> <p>Обозначение: $a \perp b$</p>	<p>Две прямые, перпендикулярные к третьей, не пересекаются</p>

Серединный перпендикуляр к отрезку



Серединным перпендикуляром к отрезку называется прямая, перпендикулярная этому отрезку и проходящая через его середину.

✓ l — серединный перпендикуляр к отрезку AB .

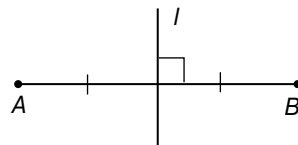


Чертёж	Свойство серединного перпендикуляра	Обратное утверждение
	<p>Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка</p>	<p>Каждая точка, равноудалённая от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему</p>



Серединный перпендикуляр к отрезку можно определить как геометрическое место точек, равноудалённых от концов отрезка.