

Е. М. Бородачева

МАТЕМАТИКА



Москва
2023

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
Б83



eksмо.ru

Официальный
интернет-магазин
издательства «Эксмо»



Хочешь стать
автором «Эксмо»?

Макет подготовлен при содействии ООО «Аудиономикс»

В коллаже на обложке использованы иллюстрации:

Atakan Yildiz, WP-7824 / Shutterstock.com

Используется по лицензии от Shutterstock.com

Бородачева, Елена Михайловна.

Б83 Математика / Е. М. Бородачева. —
Москва : Эксмо, 2023. — 256 с. — (ЕГЭ
в кармане).

ISBN 978-5-04-169507-1

Издание содержит краткий справочный материал, необходимый для систематизации знаний по математике. Представлены основные теоретические сведения по предмету. Приводятся наглядные таблицы, удобные для запоминания.

Справочник будет полезен учащимся при подготовке к урокам, контрольным работам, а также экзаменам.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-169507-1

- © Бородачева Е.М., 2023
- © ООО «Аудиономикс», 2023
- © Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2023

Содержание

Некоторые постоянные..... 8

1. Начала анализа и алгебры..... 10

1.1. Числа, действия с числами.....10

1.1.1. Классы чисел10

1.1.2. Правила округления.....17

1.1.3. Модуль действительного
числа и его свойства19

1.1.4. Дробные выражения20

1.1.5. Проценты20

1.1.6. Пропорциональность.....21

1.1.7. Степени и корни.....23

1.1.8. Числовые
последовательности
и прогрессии28

1.1.9. Числовые неравенства33

1.1.10. Логарифмы.....37

1.1.11. Тригонометрические
формулы38

Содержание

1.2. Многочлены	54
1.2.1. Действия над одночленами.....	54
1.2.2. Действия над многочленами	56
1.2.3. Разложение многочлена на множители.....	62
1.2.4. Корни многочлена	64
1.3. Уравнения и неравенства	70
1.3.1. Уравнения.....	70
1.3.2. Система уравнений.....	111
1.3.3. Неравенства.....	125
1.4. Функции и графики.....	134
1.4.1. Основные определения....	134
1.4.2. Линейные преобразования графиков функций.....	141
1.4.3. Линейная функция	147
1.4.4. Квадратичная функция	152
1.4.5. Обратная пропорциональная зависимость	155
1.4.6. Дробно-линейная функция	157
1.4.7. Степенная функция.....	159
1.4.8. Показательная функция....	162

1.4.9. Логарифмическая функция	164
1.4.10. Свойства и графики тригонометрических функций . . .	166
1.4.11. Свойства и графики обратных тригонометрических функций	173
2. Геометрия	180
2.1. Планиметрия	180
2.1.1. Треугольник	180
2.1.2. Четырёхугольники	189
2.1.3. Многоугольник	194
2.1.4. Окружность, круг	196
2.2. Стереометрия	199
2.2.1. Многогранник, призма, параллелепипед, куб, правильный многогранник	199
2.2.2. Пирамида	205
2.2.3. Конус, цилиндр	207
2.2.4. Сфера, шар	210
2.3. Аналитическая геометрия	213
2.3.1. Система координат на плоскости и в пространстве . . .	213

Содержание

2.3.2. Преобразование декартовых прямоугольных координат на плоскости	218
2.3.3. Простейшие задачи аналитической геометрии	219
2.3.4. Векторы	220
2.3.5. Прямая на плоскости	227
2.3.6. Плоскость	231
2.3.7. Уравнения окружности и сферы	234

3. Элементы математического анализа 236

3.1. Пределы	236
3.1.1. Свойства пределов	236
3.1.2. Некоторые пределы	237
3.2. Производные и дифференциалы	239
3.2.1. Определения	239
3.2.2. Дифференцирование арифметических операций	240
3.2.3. Производные основных элементарных функций	241
3.2.4. Использование производной в исследовании функции	244

Содержание

3.3. Интегральное исчисление	246
3.3.1. Неопределённый интеграл	246
3.3.2. Определённый интеграл . . .	250
3.4. Элементы комбинаторики	252
3.4.1. Перестановки	253
3.4.2. Размещения	253
3.4.3. Сочетания	254

Некоторые постоянные

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{1}{8} = 0,125$$

$$\frac{1}{3} \approx 0,333$$

$$\frac{1}{9} \approx 0,111$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{1}{10} = 0,1$$

$$\frac{1}{5} = 0,2$$

$$\frac{1}{100} = 0,01$$

$$\frac{1}{6} \approx 0,166$$

$$\frac{1}{1000} = 0,001$$

$$\frac{1}{7} \approx 0,142$$

$$\frac{1}{10\,000} = 0,0001$$

$$\sqrt{2} \approx 1,414$$

$$\sqrt{7} \approx 2,645$$

$$\sqrt{3} \approx 1,732$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2,828$$

$$\sqrt{5} \approx 2,236$$

$$\sqrt{10} \approx 3,162$$

$$\sqrt{6} \approx 2,449$$

$$0! = 1$$

$$3! = 6$$

$$1! = 1$$

$$4! = 24$$

$$2! = 2$$

$$5! = 120$$

Некоторые постоянные

$\ln 0 = 1$	$\ln 6 \approx 1,791$
$\ln 2 \approx 0,693$	$\ln 7 \approx 1,945$
$\ln 3 \approx 1,098$	$\ln 8 \approx 2,079$
$\ln 4 \approx 1,386$	$\ln 9 \approx 2,197$
$\ln 5 \approx 1,609$	

$\lg 1 = 0$	$\lg 6 \approx 0,778$
$\lg 2 \approx 0,301$	$\lg 7 \approx 0,845$
$\lg 3 \approx 0,477$	$\lg 8 \approx 0,903$
$\lg 4 \approx 0,602$	$\lg 9 \approx 0,954$
$\lg 5 \approx 0,699$	

$\pi \approx 3,141$	$\frac{\pi}{2} \approx 1,570$
$\pi^2 \approx 9,869$	$\frac{\pi}{3} \approx 1,047$
$\pi^3 \approx 31,006$	$\frac{1}{\pi} \approx 0,318$
$\pi^4 \approx 97,409$	$\sqrt{\pi} \approx 1,772$
$2\pi \approx 6,283$	

$$e \approx 2,718$$
$$e^2 \approx 7,389$$
$$\frac{1}{e} \approx 0,367$$
$$\sqrt{e} \approx 1,648$$

1. Начала анализа и алгебры

1.1. Числа, действия с числами

1.1.1. Классы чисел

Натуральные числа

Натуральными называют числа, с помощью которых можно считать предметы: 1, 2, 3 и т. д. Число 0 не является натуральным.

Последовательность всех натуральных чисел, расположенных в порядке их возрастания, называется **натуральным рядом**.

Множество всех натуральных чисел принято обозначать символом N (от лат. *naturalis* — естественный):

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}.$$

Любое натуральное число можно представить в виде суммы разрядных слагаемых:

$$\begin{aligned} a &= \overline{a_n a_{n-1} a_{n-2} \dots a_2 a_1 a_0} = \\ &= a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0, \end{aligned}$$

где 10^i — i -я разрядная единица, a_i — количество i -х разрядных единиц, $a_n > 0$.

1.1. Числа, действия с числами

Таблица разрядов и классов натуральных чисел

Порядок	Значение разрядной единицы	Классы	Разряды
0	10^0	единица	единицы
1	10^1		десятки
2	10^2		сотни
3	10^3	тысяча	единицы тысяч
4	10^4		десятки тысяч
5	10^5		сотни тысяч
6	10^6	миллион	единицы миллионов
7	10^7		десятки миллионов
8	10^8		сотни миллионов
9	10^9	миллиард	единицы миллиардов
10	10^{10}		десятки миллиардов
11	10^{11}		сотни миллиардов



1. Начала анализа и алгебры

Числа высокой разрядности:

10^9 — миллиард,

10^{12} — триллион,

10^{15} — квадриллион,

10^{18} — квинтиллион,

10^{21} — секстиллион,

10^{24} — септиллион,

10^{27} — октиллион,

10^{30} — нониллион,

10^{33} — дециллион.

Целые числа

Два числа, отличающиеся друг от друга только знаком, называются **противоположными** (например: +1 и -1, +5 и -5).

Положительные числа — это числа больше нуля (со знаком +), а **отрицательные** — это числа меньше нуля (со знаком -).

Целыми называются все натуральные числа, число 0 и все отрицательные числа, противоположные натуральным. Множество целых чисел обозначается Z :

$$Z = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2\dots\}.$$

1.1. Числа, действия с числами

Однозначными называются целые неотрицательные числа, которые можно записать с помощью одной десятичной цифры (0, 1, 2...9), **двузначными** — с помощью двух цифр (10, 11, 12...99) и т. д. Числа, для записи которых используется более одной цифры, называются **многозначными**.

Рациональные числа

Число, которое можно записать в виде отношения $\frac{m}{n}$, где m — целое, n — натуральное, называется **рациональным**.

Множество рациональных чисел обозначается Q :

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in Z, n \in N \right\}.$$

Существуют две формы записи рационального числа — обыкновенная и десятичная дроби.

Обыкновенная (или **простая**) дробь — запись рационального числа в виде $\pm \frac{m}{n}$ ($n \neq 0$). При этом делимое m называется **числителем** дроби, а делитель n — **знаменателем**.



1. Начала анализа и алгебры

Обыкновенная дробь может быть правильной, неправильной и смешанной. **Правильной** называется дробь, у которой модуль числителя меньше модуля знаменателя ($|m| < n$) и которая представляет рациональные числа, по модулю меньшие единицы. Дробь, не являющаяся правильной, называется **неправильной** и представляет рациональное число, большее или равное единице по модулю.

Неправильную дробь можно представить в виде суммы целого числа и правильной дроби, называемой **смешанной** дробью.

Десятичной дробью называют позиционную запись дроби. Она выглядит следующим образом:

$$\pm \overline{a_1 a_2 \dots a_n}, b_1 b_2 \dots$$

Часть записи, которая стоит до позиционной запятой, является **целой частью** числа (дроби), а стоящая после запятой — **дробной частью**. Любая обыкновенная дробь может быть представлена единственным образом в виде конечной десятичной дроби или в виде бесконечной периодической дроби.

1.1. Числа, действия с числами

Если десятичная дробь имеет конечное число знаков после запятой, то она и называется **конечной десятичной дробью**.

Если в записи десятичной дроби одна цифра или группа цифр начинают повторяться бесконечно много раз, такую дробь называют **периодической**. В краткой записи периодической дроби повторяющуюся цифру (или группу цифр) пишут в скобках. Эту цифру (или группу цифр) называют **периодом дроби**.

Переход из периодической дроби в обыкновенную осуществляется с помощью формулы:

$$\overline{a_1 a_2 \dots a_n}, \overline{b_1 b_2 \dots b_m} (\overline{c_1 c_2 \dots c_k}) = \overline{a_1 a_2 \dots a_n} + \frac{\overline{b_1 b_2 \dots b_m} \overline{c_1 c_2 \dots c_k} - \overline{b_1 b_2 \dots b_m}}{(10^k - 1) \cdot 10^m}.$$

Иррациональные числа

Иррациональное число — это число, которое не является рациональным, то есть не может быть представлено в виде