

ЯКОВ ПЕРЕЛЬМАН

НАУКА ДЛЯ ТЕХ, КТО ВСЕ ЗАБЫЛ



И ТЕХ, КТО ЕЩЕ НЕ ПРОХОДИЛ

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ



БОМБОРА
издательство

Москва

УДК 512
ББК 22.14
П27

Иллюстрация на стр. 3 создана по мотивам обложки книги
Я. Перельмана, вышедшей в 1930–1950-х годах.

Перельман, Яков Исидорович.

П27 Занимательная алгебра / Яков Перельман. — Москва :
Эксмо, 2026. — 272 с. — (Перельмания. Классика нашей
науки).

ISBN 978-5-04-246102-6

«Занимательная алгебра» Якова Перельмана — это живой
взгляд на окружающий мир через призму математики.

Отталкиваясь от базовых знаний, автор проводит своих читате-
лей от задачи к задаче, к историческому анекдоту или логическому
парадоксу. И вот тут становится понятно, что решать уравнения
и примеры можно увлеченно и с азартом, находя разные интерес-
ные способы и получая удовольствие от изящества формул.

Книга расширяет кругозор, с помощью примеров из физики,
биологии или музыки, показывая, что алгебра — это полезный
инструмент интеллектуальной игры. Идеально для тех, кто хочет
«перезагрузить» свои отношения с математикой и хочет научиться
мыслить, а не просто вычислять.

УДК 512
ББК 22.14

ISBN 978-5-04-246102-6

© Ситникова А., иллюстрации, 2026
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2026

Все права защищены. Книга или любая ее часть не может быть скопирована, воспроизведена в электронной или механической форме, в виде фотокопии, записи в память ЭВМ, репродукции или каким-либо иным способом, а также использована в любой информационной системе без получения разрешения от издателя. Копирование, воспроизведение и иное использование книги или ее части без согласия издателя является незаконным и влечет уголовную, административную и гражданскую ответственность.

Научно-популярное издание

ПЕРЕЛЬМАНИЯ. КЛАССИКА НАШЕЙ НАУКИ

Перельман Яков Исидорович

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ АЛГЕБРА

Главный редактор *Р. Фасхутдинов*
Руководитель отдела *В. Обручев*
Руководитель группы *Ю. Лаврова*
Ответственный редактор *А. Высочкина*
Младший редактор *В. Белошицкая*
Художественный редактор *С. Власов*
Компьютерная верстка *Э. Брегиса*
Корректоры *А. Нестерова, Т. Турскова*

Страна происхождения: Российская Федерация
Шығарушы ел: Ресей Федерациясы

ООО «Издательство «Эксмо»

123308, Россия, г. Москва, ул. Зорге, д. 1, стр. 1, эт. 20, каб. 2013. Тел.: 8 (495) 411-68-86.
Home page: www.eksmo.ru E-mail: info@eksmo.ru

Өндіруші: «Издательство «Эксмо» ЖШҚ

123308, Ресей, Мәскеу қаласы, Зорге көшесі, 1-үй, 1-құрылыс, 20 қабат, 2013-каб.
Тел.: 8 (495) 411-68-86. Home page: www.eksmo.ru E-mail: info@eksmo.ru.

Тауар белгісі: «Эксмо»

Интернет-магазин : www.book24.ru

Интернет-магазин : www.book24.kz

Интернет-дукен : www.book24.kz

Импортер в Республику Казахстан ТОО «РДЦ-Алматы»,
Қазақстан Республикасына импорттаушы «РДЦ-Алматы» ЖШС.

Дистрибьютор и представитель по приему претензий на продукцию
в Республике Казахстан: ТОО «РДЦ-Алматы»

ТОО РДЦ Алматы, Алматы, ул. Домбровского, 3-а, литер Б, офис 1.

Дистрибьютор және Қазақстан Республикасында өнімге шағымдар
қабылдау жөніндегі өкіл: «РДЦ-Алматы» ЖШС.

Алматы қ., Домбровский көш., 3 «а», литер Б, офис 1.

Тел.: 8 (727) 251-59-90/91/92. E-mail: RDC-Almaty@eksmo.kz

Сведения о подтверждении соответствия издания согласно законодательству РФ
о техническом регулировании можно получить на сайте Издательства «Эксмо»:
www.eksmo.ru/certification

Техникалық реттеу туралы РФ заңнамасына сай басылымның сәйкестігін растау
туралы мәліметтерді мына адрес бойынша алуға болады: <http://eksmo.ru/certification/>

Произведено в Российской Федерации

Ресей Федерациясында өндірілген

Сертификаттауға жатпайды

Дата изготовления / Подписано в печать 15.06.2026. Формат 60х90^{1/16}.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 17,0.

Тираж

экз. Заказ

12+

Москва. ООО «Торговый Дом «Эксмо»

Адрес: 123308, г. Москва, ул. Зорге, д.1, строение 1.

Телефон: +7 (495) 411-50-74. **E-mail:** reception@eksmo-sale.ru

По вопросам приобретения книг «Эксмо» зарубежными оптовыми покупателями обращаться в отдел зарубежных продаж ТД «Эксмо»

E-mail: international@eksmo-sale.ru

International Sales: International wholesale customers should contact Foreign Sales Department of Trading House «Eksmo» for their orders.

international@eksmo-sale.ru

По вопросам заказа книг корпоративным клиентам, в том числе в специальном оформлении, обращаться по тел.: +7 (495) 411-68-59, доб. 2151.

E-mail: borodkin.da@eksmo.ru

Оптовая торговля бумажно-беловыми

и канцелярскими товарами для школы и офиса «Канц-Эксмо»:

Компания «Канц-Эксмо»: 142702, Московская обл., Ленинский р-н, г. Видное-2, Белокаменное ш., д. 1, а/я 5. Тел./факс: +7 (495) 745-28-87 (многоканальный).

e-mail: kanc@eksmo-sale.ru, сайт: www.kanc-eksmo.ru

Филиал «Торгового Дома «Эксмо» в Нижнем Новгороде

Адрес: 603094, г. Нижний Новгород, улица Карпинского, д. 29, бизнес-парк «Грин Плаза»

Телефон: +7 (831) 216-15-91 (92, 93, 94). **E-mail:** reception@eksmonn.ru

Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Санкт-Петербурге

Адрес: 192029, г. Санкт-Петербург, пр. Обуховской обороны, д. 84, лит. «Е»

Телефон: +7 (812) 365-46-03 / 04. **E-mail:** server@szko.ru

Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Екатеринбурге

Адрес: 620024, г. Екатеринбург, ул. Новинская, д. 2щ

Телефон: +7 (343) 272-72-01 (02/03/04/05/06/08)

Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Самаре

Адрес: 443052, г. Самара, пр-т Кирова, д. 75/1, лит. «Е»

Телефон: +7 (846) 207-55-50. **E-mail:** RDC-samara@mail.ru

Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Ростове-на-Дону

Адрес: 344023, г. Ростов-на-Дону, ул. Страны Советов, 44А

Телефон: +7(863) 303-62-10. **E-mail:** info@rnd.eksmo.ru

Филиал ООО «Издательство «Эксмо» в г. Новосибирске

Адрес: 630015, г. Новосибирск, Комбинатский пер., д. 3

Телефон: +7(383) 289-91-42. **E-mail:** eksmo-nsk@yandex.ru

Обособленное подразделение в г. Хабаровске

Фактический адрес: 680000, г. Хабаровск, ул. Фрунзе, 22, оф. 703

Почтовый адрес: 680020, г. Хабаровск, А/Я 1006

Телефон: (4212) 910-120, 910-211. **E-mail:** eksmo-khv@mail.ru

Республика Беларусь: ООО «ЭКМО АСТ Си энд Си»

Центр оптово-розничных продаж Cash&Carry в г. Минск

Адрес: 220014, Республика Беларусь, г. Минск, проспект Жукова, 44, пом. 1-17, ТЦ «Outleto»

Телефон: +375 17 251-40-23; +375 44 581-81-92

Режим работы: с 10.00 до 22.00. **E-mail:** exmoast@yandex.by

Казахстан: «РДЦ Алматы»

Адрес: 050039, г. Алматы, ул. Домбровского, 3А

Телефон: +7 (727) 251-58-12, 251-59-90 (91,92,99). **E-mail:** RDC-Almaty@eksmo.kz

Полный ассортимент продукции ООО «Издательство «Эксмо» можно приобрести в книжных магазинах «Читай-город» и заказать в интернет-магазине: www.chitai-gorod.ru.

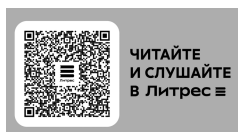
Телефон единой справочной службы: 8 (800) 444-8-444. Звонок по России бесплатный.

Интернет-магазин ООО «Издательство «Эксмо»

www.eksmo.ru

Розничная продажа книг с доставкой по всему миру.

Тел.: +7 (495) 745-89-14. **E-mail:** imarket@eksmo-sale.ru



ЧИТАЙТЕ
И СЛУШАЙТЕ
В Литрес



eksmo.ru

Официальный
интернет-магазин
издательства «Эксмо»



Хочешь стать
автором «Эксмо»?



ТЕРИТОРИЯ
КНИЖНЫЙ МАГАЗИН

Официальная франшиза
издательства «Эксмо»



БОМБОРА – лидер на рынке полезных и вдохновляющих книг.
Мы любим книги и создаем их, чтобы вы могли творить, открывать
мир, пробовать новое, расти. Быть счастливыми. Быть на волне.

bombora.ru bomberabooks bombora

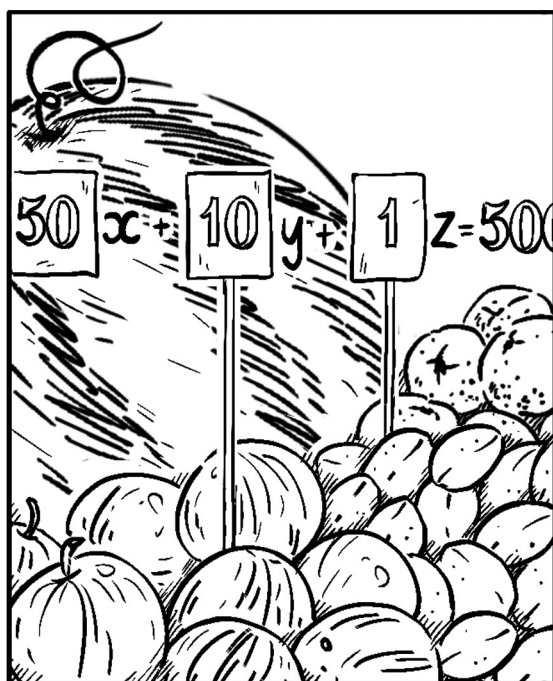
ISBN 978-5-04-246102-6



9 785042 461026 >

Я. И. ПЕРЕЛЬМАН

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ АЛГЕБРА



ПРЕДИСЛОВИЕ

Не следует на эту книгу смотреть как на легко понятный учебник алгебры для начинающих. Подобно прочим моим сочинениям той же серии, «Занимательная алгебра» прежде всего не учебное руководство, а книга для вольного чтения. Читатель, которого она имеет в виду, должен уже обладать некоторыми познаниями в алгебре, хотя бы смутно усвоенными или полузабытыми. «Занимательная алгебра» ставит себе целью уточнить, воскресить и закрепить эти разрозненные и непрочные сведения, но главным образом — воспитать в читателе вкус к занятию алгеброй и возбудить охоту самостоятельно пополнить по учебным книгам пробелы своей подготовки. В этом отношении установка «Занимательной алгебры» противоположна задачам такой, например, книги, как превосходный переводной труд Радемахера и Теплица «Числа и фигуры»¹, который не требует от читателя «помнить то, чему мы учились по математике в юные годы». Моя книга, напротив, стремится помочь закреплению школьных знаний и навыков.

Чтобы придать предмету привлекательность и поднять к нему интерес, я пользуюсь в книге разнообразными средствами: задачами с необычными сюжетами, подстрекающими любопытство, занимательными экскурсиями в область истории математики,

¹ Ганс Адольф Радемахер (1892–1969) и Отто Теплиц (1881–1940) — немецкие математики и популяризаторы науки (*Здесь и далее, если не указано иное — примеч. ред.*).

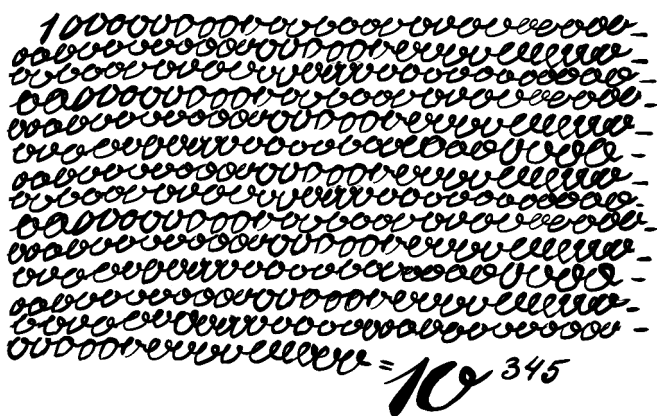
неожиданными применениями алгебры к практической жизни и т. п.

По объему охватываемого алгебраического материала книга не выходит из рамок школьной программы, затрагивая почти все ее отделы. Соответственно своему назначению, «Занимательная алгебра» избегает трудных теоретических вопросов.

В третьем издании прибавлен в разных местах книги десяток новых страниц и исправлены недосмотры, замеченные во втором.

Читатели, желающие поделиться с автором своими замечаниями, могут направлять письма по адресу: Ленинград, 136, Плуталова, 2, кв. 12, Якову Исидоровичу Перельману.

Я. П.



ГЛАВА ПЕРВАЯ

ПЯТОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ

ПЯТОЕ ДЕЙСТВИЕ

Алгебру называют нередко «арифметикой семи действий», желая подчеркнуть, что к четырем общеизвестным математическим операциям она присоединяет три новых: возвышение в степень и два ему обратных действия. Это гораздо характернее для алгебры, чем употребление буквенных обозначений. В истории математики мы знаем сочинения, даже целый ряд их, которые не содержат вовсе буквенных обозначений и все же представляют собой несомненно учебники алгебры; к таким «риторическим» алгебрам принадлежит, например, знаменитый учебник Фибоначчи (или

Леонарда Пизанского), появившийся в 1202 г. и употреблявшийся затем еще в течение трех столетий.

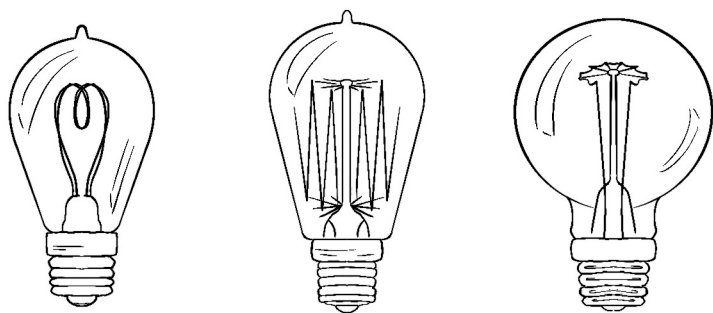
Наши алгебраические беседы начнутся с «пятого действия» — с возвышения в степень.

Вызвана ли потребность в этом новом действии практической жизнью? Безусловно. Мы очень часто сталкиваемся с ним в реальной действительности. Вспомним о многочисленных случаях вычисления площадей и объемов, где обычно приходится возвышать числа во вторую и третью степень. Далее: сила всемирного тяготения, электростатическое и магнитное взаимодействия, свет, звук — ослабевают пропорционально второй степени расстояния. Продолжительность обращения планет вокруг Солнца (и спутников вокруг планет) связана с расстояниями от центра обращения также степенной зависимостью: вторые степени времен обращения относятся между собою как третьи степени расстояний.

Не надо думать, что практика сталкивает нас только со вторыми и третьими степенями, а более высокие показатели существуют только в упражнениях алгебраических задачников. Инженер, производя расчеты на прочность, сплошь и рядом имеет дело с четвертыми степенями, а при других вычислениях (например, диаметра паропровода) — даже с шестой степенью. Исследуя силу, с какою текучая вода увлекает камни, гидротехник наталкивается на зависимость также шестой степени: если скорость течения в одной реке вчетверо больше, чем в другой, то быстрая река способна перекачивать по своему ложу камни в 4^6 , т. е. в 4096 раз более тяжелые, чем медленная¹.

¹ Подробнее об этом см. в моей книге «Занимательная механика», гл. IX.

С еще более высокими степенями встречаемся мы, изучая зависимость яркости раскаленного тела — например, нити накала в электрической лампочке — от температуры. Общая яркость растет при белом калении с двенадцатой степенью температуры, а при красном — с тридцатой степенью температуры («абсолютной», т. е. считаемой от минус 273°C). Это значит, что тело, нагретое, например, от 2000° до 4000° (абсолютных), т. е. в 2 раза сильнее, становится ярче в 2^{12} , иначе говоря, более чем в 4000 раз. О том, какое значение имеет эта своеобразная зависимость в технике изготовления электрических лампочек, мы еще будем говорить в другом месте, — так же, как и о применении «пятого действия» в явлениях живой природы.



АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ЧИСЛА

Никто, пожалуй, не пользуется так широко пятым математическим действием, как астрономы. Исследователям Вселенной на каждом шагу приходится встречаться с огромными числами, состоящими из одной-двух значащих цифр и длинного ряда нулей. Изображение обычным образом подобных числовых исполинов, справедливо называемых «астрономическими числами», неизбежно вело бы к большим неудобствам,

особенно когда приходится производить с ними вычисления. Расстояние, например, до туманности Андромеды, написанное обычным порядком, представляется таким числом километров:

$$23\,800\,000\,000\,000\,000\,000^1.$$

При выполнении астрономических расчетов приходится к тому же выражать зачастую небесные расстояния не в километрах или более крупных единицах, а в сантиметрах. Наше число, так раздробленное, удлиняется 5 нулями:

$$2\,380\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000.$$

Массы звезд выражаются еще бóльшими числами, особенно если их раздроблять, как требуется для многих расчетов, в граммы. Масса нашего Солнца в граммах равна:

$$1\,989\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000.$$

Легко представить себе, как затруднительно было бы производить вычисления с такими громоздкими числами и как легко было бы при этом ошибиться. А ведь здесь приведены далеко еще не самые большие астрономические числа! Пятое математическое действие дает вычислителям простой выход из этого затруднения. Единица, сопровождаемая рядом нулей, представляет собою определенную степень десяти:

$$100 = 10^2; 1000 = 10^3 \text{ и т. д.}$$

Приведенные раньше числовые великаны могут быть поэтому представлены в таком виде:

$$\begin{aligned} \text{первый} & \dots\dots\dots 238 \times 10^{22}, \\ \text{второй} & \dots\dots\dots 1989 \times 10^{30}. \end{aligned}$$

¹ Здесь и далее в ряде случаев приведены уточненные современные данные.

Делается это не только для сбережения места, но и для облегчения расчетов. Если бы потребовалось, например, оба эти числа перемножить, то достаточно было бы найти произведение $38 \times 1989 = 473\,382$ и поставить его впереди множителя $10^{22+30} = 10^{52}$:

$$238 \times 10^{22} \times 1989 \times 10^{30} = 473\,382 \times 10^{52}.$$

Это, конечно, гораздо удобнее, чем выписывать сначала число с 22 нулями, затем с 30 и, наконец, с 52 нулями, — не только удобнее, но и надежнее, так как при писании десятков нулей можно проглядеть один-два нуля и получить неверный результат.

СКОЛЬКО ВЕСИТ ВЕСЬ ВОЗДУХ?

Чтобы убедиться, насколько облегчаются практические вычисления при пользовании степенным изображением больших чисел, выполним такой расчет: определим, во сколько раз масса земного шара больше массы всего окружающего его воздуха.

На каждый кв. сантиметр земной поверхности воздух давит, мы знаем, с силой около килограмма¹. Это означает, что вес того столба атмосферы, который опирается на 1 см^2 , равен 1 кг. Атмосферная оболочка Земли как бы вся составлена из таких воздушных столбов; их столько, сколько квадратных сантиметров содержит поверхность нашей планеты; столько же килограммов весит вся атмосфера. Заглянув в справочник, узнаем,

¹ Здесь и далее в ряде случаев Я. П. приводит вес и давление в граммах, хотя вес — это сила, а сила (в системе СИ, введенной в 1960 г.) измеряется в ньютонах, давление же — в паскалях. Это вполне допустимо и в наши дни: мы до сих пор так поступаем во многих повседневных ситуациях — например, когда говорим, что «ребенок весит 30 килограммов».

что поверхность земного шара равна 510 млн км². В степенном изображении

$$510\,000\,000 = 51 \times 10^7 \text{ км}^2.$$

Сколько квадратных сантиметров в квадратном километре? Рассчитаем. Линейный километр содержит 1000 м, по 100 см в каждом, т.е. $100\,000 = 10^5$ см, а квадратный километр — $(10^5)^2 = 10^{10}$ см². Во всей поверхности земного шара заключается поэтому

$$51 \times 10^7 \times 10^{10} = 51 \times 10^{17} \text{ см}^2.$$

Столько же килограммов весит и атмосфера Земли. Переведя в тонны, получим

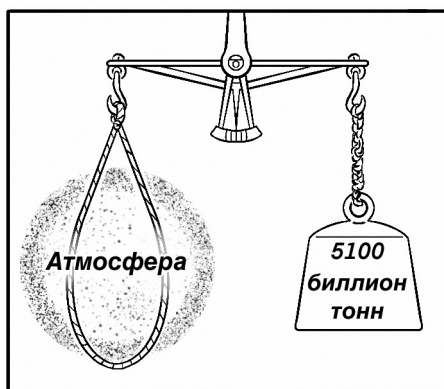
$$51 \times 10^{17} : 1000 = 51 \times 10^{17} : 10^3 = 51 \times 10^{17-3} = 51 \times 10^{14}.$$

Масса же земного шара выражается числом 6×10^{21} тонн.

Чтобы определить, во сколько раз наша планета тяжелее ее воздушной оболочки, производим деление:

$$6 \times 10^{21} : (51 \times 10^{14}) \approx 10^6,$$

т.е. масса атмосферы составляет примерно миллионную долю массы земного шара.



Современный художник подписал бы «гирю» иначе — «5100 триллионов тонн».