Е.В. Тимофеева

Математика

2-е издание, переработанное и дополненное

Москва
2025

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
Т41

Макет подготовлен при содействии ООО «Айдиономикс»

Тимофеева, Елена Викторовна.
Т41 Математика. 5—6 классы / Е. В. Тимофеева. — 2-е издание, переработанное и дополненное. — Москва : Эксмо, 2025. — 160 с. — (Алгоритмы решения задач).

ISBN 978-5-04-216145-2

В пособии представлены алгоритмы решения типовых задач и примеров по математике, изучаемых в 5—6 классах. Перед каждым алгоритмом помещён краткий теоретический блок по теме с необходимыми правилами и формулами. После алгоритма приведён пример решения задачи, даны задания для самостоятельного выполнения.

Издание адресовано учащимся 5—6 классов, учителям и родителям, помогающим ребёнку в выполнении домашних заданий.

2-е издание, переработанное и дополненное.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-216145-2

© Тимофеева Е. В., 2025
© ООО «Айдиономикс», 2025
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2025

Содержание

Введение 5

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА 6
Натуральные числа и нуль. Шкалы 6
Представление числовой информации в таблицах 6
Цифры и числа 7
Отрезок и его длина. Ломаная. Многоугольник 11
Угол 19
Шкалы и координатный луч 21
Сравнение натуральных чисел 23
Действия с натуральными числами 26
Действие сложения. Свойства сложения 26
Действие вычитания. Свойства вычитания 31
Действие умножения. Свойства умножения 34
Степень с натуральным показателем 40
Действие деления. Свойства деления. Деление с остатком . . . 41
Порядок действий в вычислениях 44
Числовые и буквенные выражения. Упрощение выражений 45
Уравнения 47
Делимость чисел 49
Делители и кратные 49
Признаки делимости. Свойства делимости 50
Простые и составные числа 52
Разложение числа на простые множители 52
Наибольший общий делитель натуральных чисел 54
Наименьшее общее кратное натуральных чисел 56
Площади и объёмы 58
Формулы 58
Площадь 61
Объём 64
Прямоугольный параллелепипед 65

ДРОБНЫЕ ЧИСЛА 67
Обыкновенные дроби 67
Доли и дроби. Дроби на координатном луче 67
Сравнение дробей 69
Правильные и неправильные дроби 71
Смешанные числа 72
Основное свойство дроби. Сокращение дробей 74
Приведение дробей к общему знаменателю 75
Сложение и вычитание дробей 77
Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями 78

Сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаменателями . . . 80
Сравнение, сложение и вычитание смешанных чисел . . . 83
Умножение и деление обыкновенных дробей . . . 86
Умножение дробей . . . 86
Деление дробей . . . 89
Нахождение части от числа и числа по его части . . . 92
Отношения и пропорции . . . 95
Отношения . . . 95
Пропорция . . . 97
Прямая и обратная пропорциональные зависимости . . . 98
Десятичные дроби . . . 101
Представление обыкновенной дроби в виде десятичной и десятичной — в виде обыкновенной . . . 103
Изображение десятичных дробей на координатном луче . . . 106
Сравнение, сложение и вычитание десятичных дробей . . . 107
Округление натуральных чисел и десятичных дробей . . . 109
Умножение десятичных дробей . . . 111
Деление десятичных чисел . . . 113
Десятичные дроби и именованные числа . . . 115
Проценты . . . 116

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА . . . 121
Положительные и отрицательные числа . . . 121
Противоположные числа . . . 121
Модуль числа . . . 122
Сравнение чисел . . . 122
Сложение и вычитание рациональных чисел . . . 124
Сложение рациональных чисел . . . 124
Вычитание рациональных чисел . . . 126
Умножение и деление рациональных чисел . . . 127
Умножение рациональных чисел . . . 127
Деление рациональных чисел . . . 128
Решение уравнений . . . 130
Коэффициент . . . 130
Подобные слагаемые . . . 131
Решение линейных уравнений . . . 132
Координаты на плоскости . . . 136
Взаимное расположение прямых на плоскости . . . 136
Координатная плоскость . . . 136
Симметрия . . . 139

ОТВЕТЫ . . . 142
Натуральные числа . . . 142
Дробные числа . . . 147
Рациональные числа . . . 154

СПИСОК АЛГОРИТМОВ . . . 157

Введение

Справочник поможет обучающимся систематизировать, обобщить и закрепить знания за курс обучения в 5—6 классах по предмету «Математика». Особенностью данного пособия является направленность на развитие у учащихся навыков практического применения теоретического материала для решения задач с помощью алгоритмов.

Алгоритмы — это правила выполнения последовательных шагов от начала решения до получения ответа. Применение алгоритмов способствует развитию логического мышления и помогает грамотно объяснять решение.

Пособие содержит основную информацию по теоретическим и практическим аспектам выполнения математических действий с натуральными, дробными и рациональными числами. В справочнике приведены начальные сведения и формулы из курса геометрии, рассматриваются приёмы работы с пропорциями и процентами, правила и способы решения уравнений. Теоретические блоки информации чередуются с примерами, схемами, таблицами и алгоритмами выполнения математических действий. Приведённые примеры с развёрнутыми разъяснениями позволят детально разобраться в правилах применения алгоритмов и отработать навыки выполнения различных заданий. Ответы к заданиям для самостоятельной работы, размещённые в конце пособия, сопровождаются пояснениями.

Пособие поможет учащимся при подготовке к школьным занятиям, различным формам текущего и промежуточного контроля, а также к выполнению Всероссийской проверочной работы (ВПР).

Издание будет полезно родителям для оказания помощи учащимся при подготовке к урокам, а также учителям математики для организации образовательного процесса с целью отработки и закрепления материала.

Желаем успехов!

Натуральные числа

Натуральные числа и нуль. Шкалы

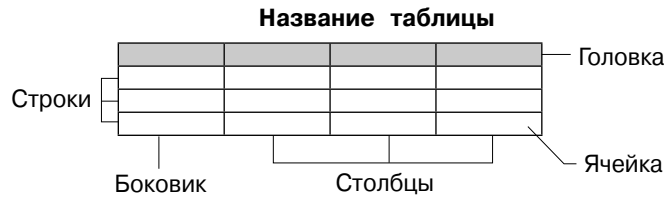
Натуральные числа используются для упорядочивания и счёта объектов. В истории развития математической науки первым пределом счёта называют число 10, отображающее количество пальцев на руках. Наряду с натуральными числами изучается число 0 (нуль), которое играет особую роль в математике.

Представление числовой информации в таблицах

Таблица — удобная форма подачи информации, в которой данные распределены по строкам и столбцам.

Таблицы встречаются в разных сферах нашей жизни: таблица умножения, календарь, схема для вышивания, игра «Морской бой», школьный электронный журнал.

Таблица имеет строгую организацию и состоит из определённых частей.



Представление информации в виде таблицы

АЛГОРИТМ 1

1. Проанализировать текст задания.
2. Определить количество столбцов и строк.
3. Записать в таблицу заголовки столбцов и строк.
4. Заполнить ячейки таблицы данными из текста.

Заполните таблицу по следующей задаче.

В январе Мария выполнила 15 заказов на изготовление сувениров, а Анастасия — 23. В феврале Мария выполнила 16 таких заказов, а Анастасия — 13. В марте Мария выполнила 20 заказов, а Анастасия — 17. Заполните таблицу данными и определите, какая девушка выполнила больше заказов.

- Проанализируем текст задачи. В условии приведены две позиции — названия месяцев и имена девушек.
- По горизонтали ставим четыре столбца: три — названия месяцев (январь, февраль и март) и последний — итог, где будет указано общее количество заказов, выполненных девушками за три месяца. По вертикали ставим две строки, что соответствует числу девушек.
- Записываем заголовки столбцов и строк и заполняем ячейки таблицы.

	Январь	**Февраль**	**Март**	**Итого**
Мария	15	16	20	51
Анастасия	23	13	17	53

- Заполнив столбец «Итого», находим ответ задачи: Анастасия выполнила больше заказов, чем Мария.

ВЫПОЛНИТЕ САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. Заполните таблицу по следующей задаче.

   В понедельник Марк выучил 15 иностранных слов, во вторник — 14, а в среду — 11. Его друг Сергей выучил соответственно 14, 21 и 7 слов. Заполните таблицу данными и определите, кто из ребят выучил больше слов.

2. Составьте по представленным данным таблицу и определите, сколько ягод собрали в каждом месяце и сколько всего ягод каждого вида получено.

   На экоферме выращивают клубнику, малину и чернику. Ниже представлены результаты сбора ягод по месяцам. Клубника: июнь — 3820 кг, июль — 4922 кг, август — 2892 кг. Малина: июнь — 2820 кг, июль — 4212 кг, август — 1292 кг. Черника: июнь — 1250 кг, июль — 2122 кг, август — 2921 кг.

Цифры и числа

Цифра — знак, используемый для записи чисел. В настоящее время, как правило, используются арабские цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, из которых образуются числа. Запись числа, составленная из данных цифр, называется **десятичной записью числа**.

Числа, которые используются при счёте предметов, называются **натуральными**. Последовательность всех натуральных чисел, расположенных в порядке возрастания, называется **натуральным рядом**. Натуральный ряд бесконечен. Нуль не является натуральным числом. Число 1 — наименьшее натуральное число.

ОДНОЗНАЧНЫЕ И МНОГОЗНАЧНЫЕ ЧИСЛА

Числа, у которых больше одного знака (состоящие более чем из одной цифры), называются **многозначными**. Числа, которые состоят из одной цифры (содержат только один знак), называют **однозначными**.

При чтении многозначного числа цифры в его записи разбивают на группы по три цифры справа налево. Эти группы называют **классами**. В каждом классе содержатся три цифры, которые обозначают сотни, десятки и единицы данного класса. Позиция или место расположения цифры в записи натурального числа называется **разрядом**.

✓ Данное число читается следующим образом: четыреста шестьдесят пять миллиардов, семьсот девять миллионов, пятьсот тридцать восемь тысяч двенадцать.

Порядок чтения многозначных чисел **АЛГОРИТМ 2**

1. Разбить число на классы, отделяя по три цифры справа налево.

2. Прочитать число слева направо в следующем порядке: называем число, представленное первой группой цифр, и наименование класса, затем — число, представленное второй группой цифр, и наименование класса и т. д.
   - Если все три разряда заполнены нулями, то при чтении этот класс пропускается.
   - Если некоторые разряды заполнены нулями, то нули, идущие впереди числа, не читаются.

✓ Прочитайте число 538000049071.

- Разбиваем число на классы, отделяя по три цифры справа налево:

538 000 049 071.

- Читаем число 538 000 049 071: пятьсот тридцать восемь миллиардов сорок девять тысяч семьдесят один. Класс миллионов пропустили, потому что все разряды в нём заполнены нулями. В разряде тысяч число 049 читается как 49 тысяч, нуль не называется, поскольку он стоит перед числом 49.

Для удобства чтения можно поместить данное число в таблицу, начиная с наименьшего разряда.

Класс миллиардов			Класс миллионов			Класс тысяч			Класс единиц		
сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.
5	3	8	0	0	0	0	4	9	0	7	1

Любое число можно записать в виде суммы разрядных слагаемых.

✓ 40 274 = 40 000 + 200 + 70 + 4.

ВАЖНО! Миллион — это тысяча тысяч. Миллиард — это тысяча миллионов.

ВЫПОЛНИТЕ САМОСТОЯТЕЛЬНО

3 Прочитайте числа:

а) 4727805320;
б) 71004109;
в) 772000171171;
г) 4700023.

РИМСКИЕ ЧИСЛА

Помимо арабской системы записи чисел, довольно часто применяют римскую систему. Римские цифры часто используют для обозначения порядковых числительных (например, XX век, Александр II), в быту их можно встретить на циферблате часов.

Римская система счисления

I = 1	VII = 7	XIII = 13	XIX = 19
II = 2	VIII = 8	XIV = 14	XX = 20
III = 3	IX = 9	XV = 15	L = 50
IV = 4	X = 10	XVI = 16	C = 100
V = 5	XI = 11	XVII = 17	D = 500
VI = 6	XII = 12	XVIII = 18	M = 1000

Запись чисел с помощью римских цифр

АЛГОРИТМ 3

1. Разложить число на разрядные слагаемые.

2. Соотнести арабские числа с римскими в соответствии с их значением, исходя из приведённой на с. 9 таблицы.

3. Записать римские цифры, учитывая следующие правила.
   - Если меньшая по значению цифра стоит перед большей, то она вычитается из большей.
   - Если меньшая по значению цифра стоит после большей, то она прибавляется к большей.
   - После большей по значению цифры можно записывать не более трёх одинаковых меньших цифр, а перед большей цифрой — не более одной.
   - Черта над цифрой увеличивает её значение в 1000 раз:

     $\overline{V} = 5000$; $\overline{X} = 10\ 000$; $\overline{L} = 50\ 000$; $\overline{C} = 100\ 000$;
     $\overline{D} = 500\ 000$; $\overline{M} = 1\ 000\ 000$.

4. Соединить римские цифры в число в порядке от большего разряда к меньшему. Проверить получившееся число обратной операцией.

✓ Запишите число 2673 римскими цифрами.

- Разложим число на разрядные слагаемые: 2673 = 2000 + 600 + 70 + 3.
- Соотнесём числа:
  2000 = 1000 + 1000 = MM; 70 = 50 + 10 + 10 = LXX;
  600 = 500 + 100 = DC; 3 = 1 + 1 + 1 = III.
- Запишем римские цифры в порядке от большего разряда к меньшему: MMDCLXXIII.
- Выполним проверку: MM = 2000, DC = 600, L = 50, XXIII = 23. В сумме получим: 2000 + 600 + 50 + 23 = 2673.

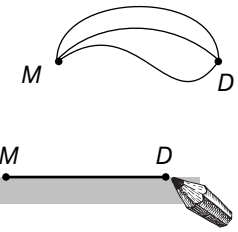
ВЫПОЛНИТЕ САМОСТОЯТЕЛЬНО

4. Запишите арабскими цифрами число MCCIX.
5. Запишите римскими цифрами числа 74, 983, 6219.

Отрезок и его длина. Ломаная. Многоугольник

ОТРЕЗОК

Соединить две точки *M* и *D* можно множеством линий, самый короткий путь от одной точки до другой будет по прямой. Соединив точки с помощью линейки, получим **отрезок** *MD*. Точки *M* и *D* называются **концами отрезка**. Порядок, в котором читается название отрезка, неважен: *MD* = *DM*. Расстояние между точками *M* и *D* является также **длиной отрезка** *MD*.



ВАЖНО! Через две данные точки можно провести отрезок, и притом только один.

✓ Назовите все точки и все отрезки на данном рисунке.

Ответ: точки *S*, *L*, *X*, *N*, *P*; отрезки *LX*, *XN*, *LN*.

Глядя на рисунок в задании, можно сказать, что точка *X* принадлежит отрезку *LN*. Обозначается: $X \in LN$. А точки *S* и *P* не лежат на отрезке *LN*. Говорят, что точка *S* не принадлежит отрезку *LN*. Обозначается: $S \notin LN$.

У любого отрезка можно определить длину, которая измеряется в единичных отрезках. Это может быть 1 мм, 1 см, 1 дм, 1 м, 1 км или другие единицы измерения длины.

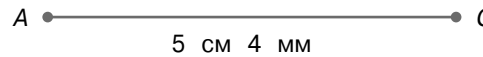
1 см = 10 мм
10 см = 1 дм
100 см = 1 м
1 км = 1000 м

Построение отрезка заданной длины — **АЛГОРИТМ 4**

1. Поставить точку и обозначить её буквой.
2. Совместить точку с точкой 0 (нуль) на линейке.
3. Отмерить на линейке заданную длину.
4. Поставить на отметке заданной длины другую точку, обозначить её буквой.
5. Провести линию от одной точки до другой.
6. Подписать длину отрезка.

Постройте отрезок *AC* длиной 5 см 4 мм.

- Поставим точку и обозначим её буквой *A*.
- Приложим линейку к точке *A* и совместим её с нулём.
- Отметим на линейке длину 5 см и 4 мм.
- Поставим на полученной отметке точку *C*.
- Проведём линию от точки *A* до точки *C*.
- Подпишем длину отрезка.



ВЫПОЛНИТЕ САМОСТОЯТЕЛЬНО

6 Начертите в тетради отрезок *BS*. Измерьте его длину. Запишите длину отрезка разными способами: *BS* = ... мм, *BS* = ... см, *BS* = ... см ... мм.

7 Начертите в тетради отрезки *AB* = 5 см 5 мм и *CM* = 1 дм 5 мм.

Сравнение отрезков с помощью циркуля-измерителя

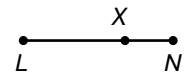
АЛГОРИТМ 5

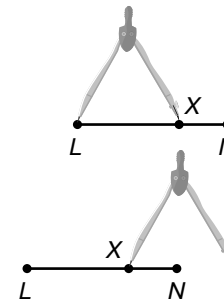
1 Установить ножки циркуля-измерителя на точки первого отрезка.

2 Не меняя раствора циркуля, приложить его ко второму отрезку.

- Если ножки циркуля совпадают с концами сравниваемого отрезка, то отрезки являются равными.
- Если отрезок выходит за пределы расставленных ножек циркуля, то он больше исходного отрезка.
- Если отрезок находится между ножками циркуля, то сравниваемый отрезок меньше исходного.

Сравните отрезки *LX* и *XN*.





- Установим ножки циркуля-измерителя на точки *L* и *X*.
- Не меняя раствора циркуля, приложим его ко второму отрезку *XN*. Приложив циркуль к отрезку *XN*, видим, что он находится между ножками циркуля, значит, отрезок *XN* меньше отрезка *LX*.

ВАЖНО! Из двух неравных отрезков больше тот, у которого длина больше.

Сравнение отрезков с помощью сравнения чисел

АЛГОРИТМ 6

1. Измерить длину каждого отрезка / взять данные из условия задачи.
2. Перевести длину каждого отрезка в одинаковые единицы измерения.
3. Сравнить числа, поставить знаки «<», «>» или «=».
4. Записать ответ.

На уроке физкультуры Маша и Даша прыгали в длину. Маша прыгнула на 130 см, а Даша — на 1 м 42 см. Какая из девочек прыгнула дальше?

- В условии задачи даны два отрезка: 130 см и 1 м 42 см.
- Переведём длину второго отрезка в сантиметры: 1 м 42 см = 142 см.
- Сравним числа: 130 < 142, значит, 130 см < 1 м 42 см.
- Запишем ответ: Даша прыгнула дальше.

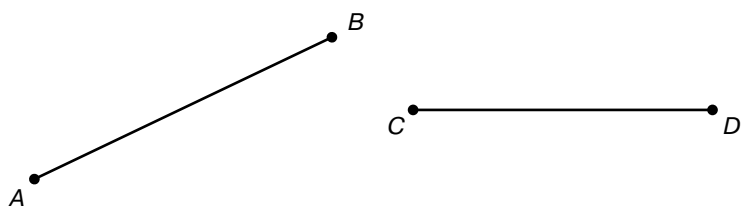
ВАЖНО! Равные отрезки имеют равные длины.

Два отрезка называют **равными**, если их можно совместить наложением.

ВЫПОЛНИТЕ САМОСТОЯТЕЛЬНО

8 Начертите два отрезка заданной длины: *RF* = 34 мм и *KS* = 3 см 4 мм. Сравните их длины. Воспользуйтесь циркулем-измерителем.

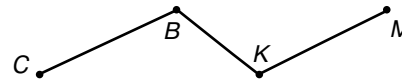
9 Выполните для данных отрезков измерения длин и сравните их.



ЛОМАНАЯ

Ломаная — геометрическая фигура, состоящая из отрезков, последовательно соединённых концами.

а)



Ломаная *CBKM*

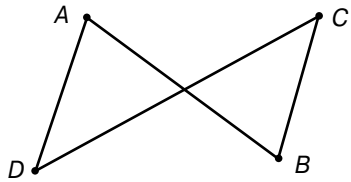
C, *B*, *K*, *M* — вершины ломаной, *CB*, *BK*, *KM* — звенья ломаной. Точки *C* и *M* — концы ломаной.

ВАЖНО! Два соседних отрезка ломаной не лежат на одной прямой.

Длина ломаной — сумма длин всех её звеньев.

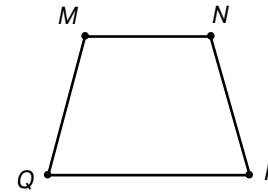
Ломаные бывают **незамкнутыми** и **замкнутыми**. Ломаная *CBKM* (рис. *а*) — незамкнутая. Ломаные *ABCD* (рис. *б*) и *MNPQ* (рис. *в*) — замкнутые.

б)



Ломаная *ABCD*

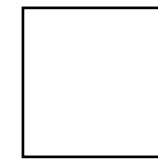
в)



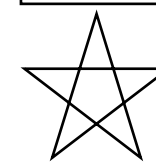
Ломаная *MNPQ*

МНОГОУГОЛЬНИК

Многоугольник — геометрическая фигура, ограниченная замкнутой ломаной линией. В состав фигуры входит пространство внутри ломаной.



Квадрат — простой многоугольник (не имеет самопересечений), звезда — многоугольник с самопересечениями.



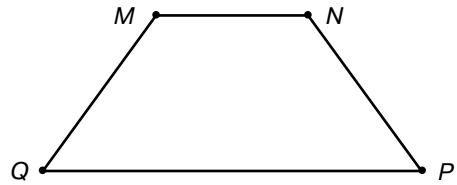
Длину замкнутой ломаной, то есть многоугольника, называют **периметром**.

Периметр многоугольника — сумма длин всех его сторон. Периметр обозначают буквой *P*.

Вычисление периметра многоугольника **АЛГОРИТМ 7**

1. Измерить длину каждой стороны / взять данные из условия задачи.
2. Выразить полученные длины в одинаковых единицах измерения.
3. Вычислить сумму длин сторон многоугольника.
4. Записать ответ.

Произведите измерения и найдите периметр многоугольника в сантиметрах.

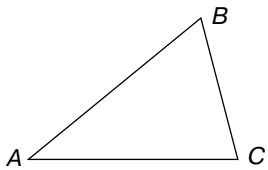


- Измерим стороны многоугольника: $MQ = 3$ см; $MN = 2$ см; $NP = 3$ см; $QP = 5$ см.
- Вычислим сумму длин сторон: $P = 3 + 2 + 3 + 5 = 13$ см.
- Запишем ответ: 13 см.

ВЫПОЛНИТЕ САМОСТОЯТЕЛЬНО

10 Найдите периметр пятиугольника, если одна сторона равна 12, а каждая следующая сторона на 1 больше предыдущей.

ТРЕУГОЛЬНИК



Треугольник — геометрическая фигура, состоящая из трёх точек (вершин), не лежащих на одной прямой, и трёх отрезков (сторон), соединяющих эти вершины.

Вместо слова «треугольник» в геометрии часто используют знак $\triangle$. В $\triangle ABC$ точки A, B, C — вершины, отрезки AB, BC, CA — стороны треугольника. У треугольника имеется три угла: $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ (угол обозначается символом $\angle$).

Периметр треугольника — сумма длин всех его сторон:

$$P = AB + BC + CA.$$

Определение вида треугольника **АЛГОРИТМ 8**

1. Определить наличие либо отсутствие равных сторон в треугольнике.
2. Определить вид углов треугольника (см. классификацию «Виды углов по градусной мере» на с. 19).
3. Определить вид треугольника, используя приведённую на с. 16 схему.

>>>