

Содержание

Из предисловия автора к третьему изданию 3

Глава первая

ПЯТОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ

| | |
|--|----|
| Пятое действие | 5 |
| Астрономические числа | 6 |
| Сколько весит весь воздух. | 9 |
| Горение без пламени и жара. | 10 |
| Разнообразие погоды. | 11 |
| Замок с секретом. | 13 |
| Суеверный велосипедист | 15 |
| Итоги повторного удвоения | 16 |
| В миллионы раз быстрее | 18 |
| 10 000 действий в секунду | 23 |
| Число возможных шахматных партий | 27 |
| Секрет шахматного автомата | 29 |
| Три двойками | 32 |
| Три тройками | 33 |
| Три четверками. | 34 |

| | |
|-------------------------------------|----|
| Тремя одинаковыми цифрами | 35 |
| Четырьмя единицами | 36 |
| Четырьмя двойками | 37 |

Глава вторая
ЯЗЫК АЛГЕБРЫ

| | |
|--|----|
| Искусство составлять уравнения | 40 |
| Жизнь Диофанта | 42 |
| Лошадь и мул | 43 |
| Четверо братьев | 44 |
| Птицы у реки | 46 |
| Прогулка | 47 |
| Артель косцов | 49 |
| Коровы на лугу | 54 |
| Задача Ньютона | 57 |
| Перестановка часовых стрелок | 60 |
| Совпадение часовых стрелок | 65 |
| Искусство отгадывать числа | 66 |
| Мнимая нелепость | 70 |
| Уравнение думает за нас | 71 |
| Курьезы и неожиданности | 72 |
| В парикмахерской | 76 |
| Трамвай и пешеход | 77 |
| Пароход и плоты | 79 |
| Две жестянки кофе | 80 |
| Вечеринка | 82 |
| Морская разведка | 83 |

| | |
|---|----|
| На велодроме | 86 |
| Состязание мотоциклов | 87 |
| Средняя скорость езды | 90 |
| Быстродействующие вычислительные машины | 92 |

Глава третья

В ПОМОЩЬ АРИФМЕТИКЕ

| | |
|--|-----|
| Мгновенное умножение | 106 |
| Цифры 1, 5 и 6 | 110 |
| Числа 25 и 78 | 111 |
| Бесконечные «числа» | 111 |
| Доплата | 116 |
| Делимость на 11 | 118 |
| Номер автомашины | 121 |
| Делимость на 19 | 123 |
| Теорема Софии Жермен | 125 |
| Составные числа | 125 |
| Число простых чисел | 128 |
| Наибольшее известное простое число | 129 |
| Ответственный расчет | 130 |
| Когда без алгебры проще | 135 |

Глава четвертая

ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ

| | |
|----------------------------------|-----|
| Покупка свитера | 137 |
| Ревизия магазина | 143 |
| Покупка почтовых марок | 147 |
| Покупка фруктов | 149 |

| | |
|--|-----|
| Отгадать день рождения | 151 |
| Продажа кур | 154 |
| Два числа и четыре действия | 158 |
| Какой прямоугольник? | 159 |
| Два двузначных числа | 160 |
| Пифагоровы числа | 162 |
| Неопределенное уравнение третьей степени | 167 |
| Сто тысяч за доказательство теоремы | 172 |

Глава пятая

ШЕСТОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ

| | |
|----------------------------------|-----|
| Шестое действие | 176 |
| Что больше? | 178 |
| Решить одним взглядом | 180 |
| Алгебраические комедии | 181 |

Глава шестая

УРАВНЕНИЯ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

| | |
|--|-----|
| Рукопожатия | 186 |
| Пчелиный рой | 187 |
| Стая обезьян | 189 |
| Предусмотрительность уравнений | 190 |
| Задача Эйлера | 192 |
| Громкоговорители | 194 |
| Алгебра лунного перелета | 197 |
| «Трудная задача» | 201 |
| Какие числа? | 204 |

Глава седьмая
НАИБОЛЬШИЕ
И НАИМЕНЬШИЕ ЗНАЧЕНИЯ

| | |
|--|-----|
| Два поезда | 206 |
| Где устроить полустанок? | 209 |
| Как провести шоссе? | 212 |
| Когда произведение наибольшее? | 215 |
| Когда сумма наименьшая? | 220 |
| Брус наибольшего объема | 221 |
| Два земельных участка | 222 |
| Бумажный змей | 223 |
| Постройка дома | 224 |
| Дачный участок | 227 |
| Желоб наибольшего сечения | 229 |
| Воронка наибольшей вместимости | 231 |
| Самое яркое освещение | 233 |

Глава восьмая
ПРОГРЕССИИ

| | |
|---------------------------------------|-----|
| Древнейшая прогрессия | 237 |
| Алгебра на клетчатой бумаге | 239 |
| Поливка огорода | 240 |
| Кормление кур | 242 |
| Бригада землекопов | 244 |
| Яблоки | 245 |
| Покупка лошади | 247 |
| Вознаграждение воина | 249 |

Глава девятая

СЕДЬМОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ

| | |
|---|-----|
| Седьмое действие | 251 |
| Соперники логарифмов. | 253 |
| Эволюция логарифмических таблиц. | 255 |
| Логарифмические диковинки | 256 |
| Логарифмы на эстраде | 258 |
| Логарифмы на животноводческой ферме | 261 |
| Логарифмы в музыке | 262 |
| Звезды, шум и логарифмы | 265 |
| Логарифмы в электроосвещении. | 267 |
| Завещания на сотни лет. | 269 |
| Непрерывный рост капитала | 272 |
| Число «e» | 273 |
| Логарифмическая комедия. | 276 |
| Любое число — тремя двойками | 278 |

Глава первая

ПЯТОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ

Пятое действие

Алгебру называют нередко «арифметикой семи действий», подчеркивая, что к четырем общеизвестным математическим операциям она присоединяет три новых: возведение в степень и два ему обратных действия.

Наши алгебраические беседы начнутся с «пятого действия» — возведения в степень.

Вызвана ли потребность в этом новом действии практической жизнью? Безусловно. Мы очень часто сталкиваемся с ним в реальной действительности. Вспомним о многочисленных случаях вычисления площадей и объемов, где обычно приходится возводить числа во вторую и третью степени. Далее: сила всемирного тяготения, электростатическое и магнитное взаимодействия, свет, звук ослабевают пропорционально второй степени расстояния. Продолжительность обращения планет вокруг Солнца (и спутников вокруг планет) связана с расстояниями от центра обращения также степенной зависимостью: вторые степени времен обращения относятся между собою, как третьи степени расстояний.

Не надо думать, что практика сталкивает нас только со вторыми и третьими степенями, а более высокие показатели существуют только в упражнениях алгебраических задачников. Инженер, производя расчеты на прочность, сплошь и рядом имеет дело с четвертыми степенями, а при других вычислениях (например, диаметра паропровода) — даже с шестой степенью. Исследуя силу, с какой текущая вода увлекает камни, гидротехник наталкивается на зависимость также шестой степени: если скорость течения в одной реке вчетверо больше, чем в другой, то быстрая река способна перекачивать по своему ложу камни в 4^6 , т. е. в 4096 раз более тяжелые, чем медленная¹.

С еще более высокими степенями встречаемся мы, изучая зависимость яркости раскаленного тела, например нити накала в электрической лампочке, от температуры. Общая яркость растет при белом калении с двенадцатой степенью температуры, а при красном — с тридцатой степенью температуры («абсолютной», т. е. считаемой от минус 273°). Это означает, что тело, нагретое, например, от 2000° до 4000° (абсолютных), т. е. в два раза сильнее, становится ярче в 2^{12} , иначе говоря, более чем в 4000 раз. О том, какое значение имеет эта своеобразная зависимость в технике изготовления электрических лампочек, мы еще будем говорить в другом месте.

¹ Подробнее об этом см. в моей книге «Занимательная механика», глава девятая.

Астрономические числа

Никто, пожалуй, не пользуется так широко пятым математическим действием, как астрономы. Исследователям Вселенной на каждом шагу приходится встречаться с огромными числами, состоящими из одной-двух значащих цифр и длинного ряда нулей. Изображение обычным образом подобных числовых исполинов, справедливо называемых «астрономическими числами», неизбежно вело бы к большим неудобствам, особенно при вычислениях. Расстояние, например, до туманности Андромеды, написанное обычным порядком, представляется таким числом километров:

95 000 000 000 000 000 000.

При выполнении астрономических расчетов приходится к тому же выражать зачастую небесные расстояния не в километрах или более крупных единицах, а в сантиметрах. Рассмотренное расстояние изобразится в этом случае числом, имеющим на пять нулей больше:

9 500 000 000 000 000 000 000 000.

Массы звезд выражаются еще большими числами, особенно если их выражать, как требуется для многих расчетов, в граммах. Масса нашего Солнца в граммах равна:

1 983 000 000 000 000 000 000 000 000 000.

Легко представить себе, как затруднительно было бы производить вычисления с такими громоздкими числами и как легко было бы при этом ошибиться. А ведь здесь приведены далеко еще не самые большие астрономические числа.

Пятое математическое действие дает вычислителям простой выход из этого затруднения. Единица, сопровождаемая рядом нулей, представляет собой определенную степень десяти:

$$100 = 10^2, 1000 = 10^3, 10\,000 = 10^4 \text{ и т. д.}$$

Приведенные раньше числовые великаны могут быть поэтому представлены в таком виде:

$$\begin{array}{ll} \text{первый} & 95 \cdot 10^{23} \\ \text{второй} & 1983 \cdot 10^{30} \end{array}$$

Делается это не только для сбережения места, но и для облегчения расчетов. Если бы потребовалось, например, оба этих числа перемножить, то достаточно было бы найти произведение $95 \cdot 1983 = 188\,385$ и поставить его впереди множителя $10^{23+30} = 10^{53}$:

$$95 \cdot 10^{23} \cdot 1983 \cdot 10^{30} = 188\,385 \cdot 10^{53}.$$

Это, конечно, гораздо удобнее, чем выписывать сначала число с 23 нулем, затем с 30 и, наконец, с 53 нулями, — не только удобнее, но и надежнее, так как при писании десятков нулей можно проглядеть один-два нуля и получить неверный результат.