Содержание

Глава вторая

ЯЗЫК АЛГЕБРЫ

Глава третья

В ПОМОЩЬ АРИФМЕТИКЕ

Глава четверая

ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ

Глава седьмая

НАИБОЛЬШИЕ И НАИМЕНЬШИЕ ЗНАЧЕНИЯ

Глава восьмая

ПРОГРЕССИИ

Глава девятая

СЕДЬМОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ

Глава первая

ПЯТОЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ

Пятое действие

Алгебру называют нередко «арифметикой семи действий», подчеркивая, что к четырем общеизвестным математическим операциям она присоединяет три новых: возведение в степень и два ему обратных действия.

Наши алгебраические беседы начнутся с «пятого действия» — возведения в степень.

Вызвана ли потребность в этом новом действии практической жизнью? Безусловно. Мы очень часто сталкиваемся с ним в реальной действительности. Вспомним о многочисленных случаях вычисления площадей и объемов, где обычно приходится возводить числа во вторую и третью степени. Далее: сила всемирного тяготения, электростатическое и магнитное взаимодействия, свет, звук ослабевают пропорционально второй степени расстояния. Продолжительность обращения планет вокруг Солнца (и спутников вокруг планет) связана с расстояниями от центра обращения также степенной зависимостью: вторые степени времен обращения относятся между собою, как третьи степени расстояний.

Не надо думать, что практика сталкивает нас только со вторыми и третьими степенями, а более высокие показатели существуют только в упражнениях алгебраических задачников. Инженер, производя расчеты на прочность, сплошь и рядом имеет дело с четвертыми степенями, а при других вычислениях (например, диаметра паропровода) — даже с шестой степенью. Исследуя силу, с какой текучая вода увлекает камни, гидротехник наталкивается на зависимость также шестой степени: если скорость течения в одной реке вчетверо больше, чем в другой, то быстрая река способна перекатывать по своему ложу камни в 4^6, т. е. в 4096 раз более тяжелые, чем медленная[1].

С еще более высокими степенями встречаемся мы, изучая зависимость яркости раскаленного тела, например нити накала в электрической лампочке, от температуры. Общая яркость растет при белом калении с двенадцатой степенью температуры, а при красном — с тридцатой степенью температуры («абсолютной», т. е. считаемой от минус 273°). Это означает, что тело, нагретое, например, от 2000° до 4000° (абсолютных), т. е. в два раза сильнее, становится ярче в 2^{12}, иначе говоря, более чем в 4000 раз. О том, какое значение имеет эта своеобразная зависимость в технике изготовления электрических лампочек, мы еще будем говорить в другом месте.

---

[1] Подробнее об этом см. в моей книге «Занимательная механика», глава девятая.

Астрономические числа

Никто, пожалуй, не пользуется так широко пятым математическим действием, как астрономы. Исследователям Вселенной на каждом шагу приходится встречаться с огромными числами, состоящими из одной-двух значащих цифр и длинного ряда нулей. Изображение обычным образом подобных числовых исполинов, справедливо называемых «астрономическими числами», неизбежно вело бы к большим неудобствам, особенно при вычислениях. Расстояние, например, до туманности Андромеды, написанное обычным порядком, представляется таким числом километров:

95 000 000 000 000 000 000.

При выполнении астрономических расчетов приходится к тому же выражать зачастую небесные расстояния не в километрах или более крупных единицах, а в сантиметрах. Рассмотренное расстояние изобразится в этом случае числом, имеющим на пять нулей больше:

9 500 000 000 000 000 000 000 000.

Массы звезд выражаются еще бóльшими числами, особенно если их выражать, как требуется для многих расчетов, в граммах. Масса нашего Солнца в граммах равна:

1 983 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000.

Легко представить себе, как затруднительно было бы производить вычисления с такими громоздкими числами и как легко было бы при этом ошибиться. А ведь здесь приведены далеко еще не самые большие астрономические числа.

Пятое математическое действие дает вычислителям простой выход из этого затруднения. Единица, сопровождаемая рядом нулей, представляет собой определенную степень десяти:

$$100 = 10^2,\ 1000 = 10^3,\ 10\,000 = 10^4 \text{ и т. д.}$$

Приведенные раньше числовые великаны могут быть поэтому представлены в таком виде:

первый	$95 \cdot 10^{23}$
второй	$1983 \cdot 10^{30}$

Делается это не только для сбережения места, но и для облегчения расчетов. Если бы потребовалось, например, оба этих числа перемножить, то достаточно было бы найти произведение $95 \cdot 1983 = 188\,385$ и поставить его впереди множителя $10^{23+30} = 10^{53}$:

$$95 \cdot 10^{23} \cdot 1983 \cdot 10^{30} = 188\,385 \cdot 10^{53}.$$

Это, конечно, гораздо удобнее, чем выписывать сначала число с 23 нулем, затем с 30 и, наконец, с 53 нулями, — не только удобнее, но и надежнее, так как при писании десятков нулей можно проглядеть один-два нуля и получить неверный результат.