

П  **Д**  **Т**  **В** **К** **А**
К **О** **Г** **Э** **И** **В** **П** **Р**

Т. А. Колесникова, Е. В. Тимофеева

МАТЕМАТИКА

**СПРАВОЧНИК
С ТЕОРИЕЙ, ЗАДАНИЯМИ
И ОТВЕТАМИ**



Москва
2025

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
К60

Макет подготовлен при содействии ООО «Аудиономикс»

К60

Колесникова, Татьяна Александровна.

Математика/Т.А.Колесникова, Е.В.Тимофеева. — Москва: Эксмо, 2025. — 176 с. — (Подготовка к ОГЭ и ВПР: справочник с теорией, заданиями и ответами).

ISBN 978-5-04-206092-2

Справочник содержит систематизированную информацию из школьной программы по математике, необходимую для успешной сдачи контрольных и экзаменационных работ, а также ОГЭ и ВПР. Каждая тема разделена на четыре блока: подробные теоретические сведения, разбор типовых заданий, практика для самостоятельной работы и ответы с пояснениями.

Все материалы сопровождаются наглядными таблицами, подробными схемами и рисунками. В теории выделены основные понятия и правила, которые помогут сконцентрировать внимание школьника на наиболее важных аспектах темы.

Пособие поможет закрепить все полученные в школе знания и обеспечит эффективную подготовку учеников 5–9 классов к урокам и экзаменам. Также книга будет полезна репетиторам и учителям при планировании и проведении занятий.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-206092-2


© Колесникова Т. А., Тимофеева Е. В., 2025
© ООО «Аудиономикс», 2025
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2025


Содержание

Введение	6	Числовое значение буквенного выражения.....	32
ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ	7	Допустимые значения переменных, входящих в алгебраические выражения	32
Натуральные числа	7	Равенство буквенных выражений, тождество.....	32
Арифметические действия с натуральными числами	7	Преобразование выражений	32
Порядок действий в числовых выражениях	7	Преобразование выражений, включающих арифметические операции	32
Делимость натуральных чисел	8	Преобразование выражений, включающих операцию возведения в степень.....	36
Признаки делимости	8	Преобразование выражений, включающих корни натуральной степени.....	36
НОК и НОД	10	Задания для самостоятельной работы	38
Деление с остатком	10	УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА	39
Дроби	11	Уравнения	39
Основное свойство дроби.....	11	Рациональные уравнения.....	39
Сложение и вычитание обыкновенных дробей с одинаковыми знаменателями.....	11	Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными	45
Перевод десятичной дроби в обыкновенную	12	Основные методы решения систем уравнений	45
Перевод обыкновенной дроби в десятичную.....	12	Неравенства	47
Действия с обыкновенными дробями	13	Линейные неравенства	47
Действия с десятичными дробями.....	15	Квадратные неравенства.....	48
Рациональные числа	16	Дробно-рациональные неравенства.....	50
Действия с отрицательными и положительными числами.....	16	Метод интервалов.....	51
Степень	17	Системы линейных неравенств	52
Степень с натуральным показателем.....	17	Задания для самостоятельной работы	54
Степень с целым показателем.....	18	ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ	56
Действительные числа	19	Измерения, приближения, оценки	56
Квадратный корень из числа.....	19	Единицы измерения длины, массы, площади, объема, скорости, времени	56
Корень третьей степени.....	20	Представление зависимости между величинами в виде формул.....	57
Модуль числа	21	Проценты. Нахождение процента от величины и величины по её проценту	58
Сравнение чисел	22		
Сравнение натуральных чисел	22		
Сравнение десятичных дробей	22		
Сравнение обыкновенных дробей.....	23		
Сравнение рациональных чисел.....	23		
Сравнение иррациональных чисел.....	23		
Задания для самостоятельной работы	28		
АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ	32		
Буквенные выражения	32		

Отношение. Выражение отношения в процентах.....	59
Пропорция.....	59
Прямая и обратная пропорциональные зависимости.....	60
Концентрация.....	61
Решение текстовых задач	62
Арифметический способ.....	62
Алгебраический способ.....	62
 Задания для самостоятельной работы	65
ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ	67
Понятие последовательности	67
Способы задания последовательности.....	67
Арифметическая и геометрическая прогрессии	67
Арифметическая прогрессия.....	67
Геометрическая прогрессия.....	67
 Задания для самостоятельной работы	70
ФУНКЦИИ	72
Определение и исследование функции	72
Декартовы координаты на плоскости.....	72
Координаты точки.....	72
Функция, область определения функции.....	72
Область (множество) значений функции.....	73
Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания.....	73
Чётность и нечётность функции.....	74
Ограниченность функции.....	75
Точки экстремума.....	76
Наибольшее и наименьшее значения функции.....	77
Основные элементарные функции	78
Линейная функция, её график.....	78
Квадратичная функция, её график.....	79
Функция $y = x^3$, её график.....	80
Функция $y = \sqrt{x}$, её график.....	81
Функция $y = x $, её график.....	81
Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график.....	84
Преобразование графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат.....	86

 Задания для самостоятельной работы	90
ГЕОМЕТРИЯ	93
Геометрические фигуры и их свойства	93
Начальные понятия геометрии.....	93
Биссектриса угла.....	93
Прямая.....	93
Серединный перпендикуляр к отрезку.....	94
Перпендикуляр и наклонная к прямой.....	94
Понятие о геометрическом месте точек.....	94
Треугольник	95
Признаки равенства треугольников.....	95
Свойства равнобедренного треугольника.....	95
Четыре замечательные точки треугольника.....	96
Неравенство треугольника.....	96
Прямоугольные треугольники.....	96
Признаки равенства прямоугольных треугольников.....	97
Теорема Пифагора.....	97
Средняя линия треугольника.....	97
Подобные треугольники.....	97
Признаки подобия треугольников.....	98
Четырёхугольники	101
Параллелограмм.....	101
Прямоугольник.....	101
Ромб.....	102
Квадрат.....	102
Трапеция.....	102
Окружность и круг	105
Основные понятия и формулы.....	105
Взаимное расположение прямой и окружности.....	105
Взаимное расположение двух окружностей.....	106
Вписанная и описанная окружности.....	109
Измерение геометрических фигур	112
Угол.....	112
Длина отрезка, ломаной, периметр многоугольника.....	114
Правильные многоугольники.....	115
Расстояние.....	115
Площади.....	117

 Задания для самостоятельной работы	124
СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ	131
Элементы статистики. Описательная статистика	131
Табличное и графическое представление данных	131
Числовые характеристики рядов данных	135
Элементы теории вероятностей	136
Вероятности событий	136

 Задания для самостоятельной работы	140
ОТВЕТЫ	143
Числа и вычисления	143
Алгебраические выражения	146
Уравнения и неравенства	148
Текстовые задачи	155
Числовые последовательности	158
Функции	160
Геометрия	163
Статистика и теория вероятностей ...	174

Введение

Перед вами справочник, который поможет школьнику систематизировать и закрепить знания по математике за курс основной школы, а также потренироваться выполнять разные типы заданий.

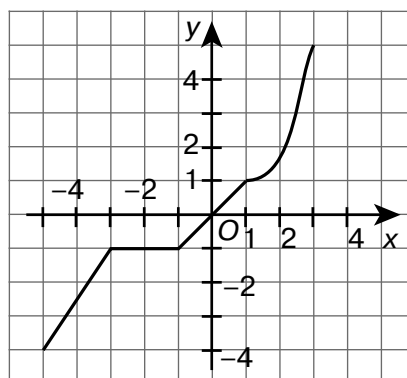
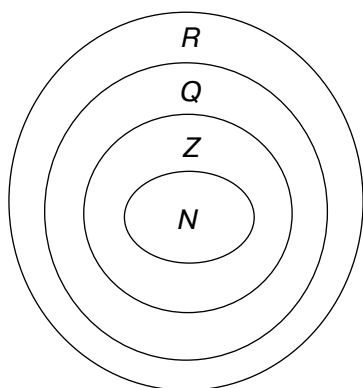
Пособие содержит основную и наиболее важную информацию по разделам «Числа и вычисления», «Алгебраические выражения», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Геометрия», «Статистика и теория вероятностей». Отдельные главы посвящены текстовым задачам и числовым последовательностям.

Материал книги представлен в виде таблиц, схем, рисунков, упорядочен и систематизирован, изложен доступным для усвоения языком. Это обеспечит максимальную сконцентрированность внимания, эффективное повторение и подготовку школьника по предмету.

Теоретический материал сопровождается блоком практических заданий. Приведённые примеры с развёрнутыми разъяснениями позволят детально разобраться в темах школьного курса математики и отработать навыки выполнения различных заданий. Блоки с заданиями для самостоятельной работы помогут школьнику проверить, насколько он владеет научной информацией, проанализировать ошибки и выявить, на какие темы необходимо обратить особое внимание.

Справочник адресован учащимся для самоподготовки к различным видам контроля, сдаче ВПР и ОГЭ, а также может использоваться учителями математики для работы на уроке.

Желаем успехов!



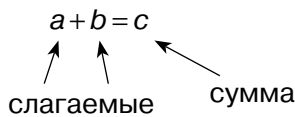
ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ

Натуральные числа

Натуральные числа — это числа, которые используются при счёте предметов. Число 0 не является натуральным числом, 1 — наименьшее натуральное число. Наибольшего натурального числа не существует.

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ С НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

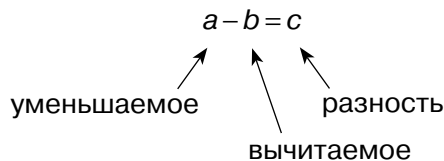
Сложение



Свойства:

$$a + b = b + a$$
$$a + (b + c) = (a + b) + c$$
$$a + 0 = a$$

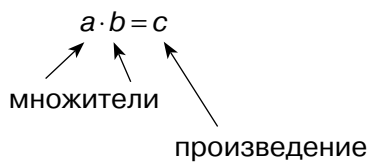
Вычитание



Свойства:

$$a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$$
$$(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$$
$$a - (b - c) = (a - b) + c$$
$$a - 0 = a$$

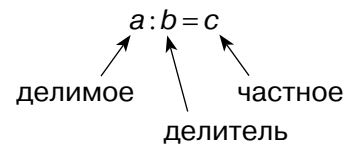
Умножение



Свойства:

$$a \cdot b = b \cdot a$$
$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$
$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$
$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

Деление



Свойства:

$$(a : b) : c = a : (b \cdot c)$$
$$(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$$
$$a : (b : c) = (a : b) \cdot c$$
$$(a : b) : c = a : (b \cdot c)$$

ПОРЯДОК ДЕЙСТВИЙ В ЧИСЛОВЫХ ВЫРАЖЕНИЯХ

Числовое выражение — запись, составленная из чисел, знаков арифметических действий и скобок.

Порядок действий

Действия в скобках \Rightarrow возведение в степень \Rightarrow умножение/деление \Rightarrow сложение/вычитание.

Действия одной степени (умножение и деление; сложение и вычитание) выполняются в порядке **слева направо**.

Записывать решение можно в строчку или по действиям.

✓ Например:

$$\boxed{4 \quad 1 \quad 2 \quad 5 \quad 6 \quad 3} \\ 17 - 5 \cdot 6 : 3 - 2 + 4 : 2 = 17 - 30 : 3 - 2 + 2 = 17 - 10 - 2 + 2 = 7 - 2 + 2 = 7;$$

$$\boxed{3 \quad 1 \quad 4 \quad 2} \\ 36 : (28 - 25) \cdot (12 + 56) = 36 : 3 \cdot 68 = 12 \cdot 68 = 816.$$

 Таблица простых чисел до 1000

2	3	5	7	11	13	17
19	23	29	31	37	41	43
47	53	59	61	67	71	73
79	83	89	97	101	103	107
109	113	127	131	137	139	149
151	157	163	167	173	179	181
191	193	197	199	211	223	227
229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307
311	313	317	331	337	347	349
353	359	367	373	379	383	389
397	401	409	419	421	431	433
439	443	449	457	461	463	467
479	487	491	499	503	509	521
523	541	547	557	563	569	571
577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653
659	661	673	677	683	691	701
709	719	727	733	739	743	751
757	761	769	773	787	797	809
811	821	823	827	829	839	853
857	859	863	877	881	883	887
907	911	919	929	937	941	947
953	967	971	977	983	991	997

НОК И НОД

НОД (наибольший общий делитель) — наибольшее натуральное число, на которое делятся без остатка числа a и b .

✓ Например:

$$\text{НОД}(36; 48) = 12, \text{НОД}(24; 35) = 1.$$

Натуральные числа называются **взаимно простыми**, если их наибольший общий делитель равен 1.

Чтобы найти **наибольший общий делитель** нескольких натуральных чисел, необходимо:

- 1) разложить эти числа на простые множители;
- 2) из множителей подчеркнуть те, которые входят в разложение всех чисел;
- 3) найти произведение подчеркнутых множителей.

✓ Например:

Найдём наибольший общий делитель чисел 60, 80 и 48.

$$60 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 3 \cdot 5, \quad 80 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5,$$

$$48 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3;$$

$$\text{НОД}(60; 80; 48) = 2 \cdot 2 = 4.$$

НОК (наименьшее общее кратное) — наименьшее натуральное число, которое кратно натуральным числам a и b .

✓ Например:

$$\text{НОК}(6; 8) = 24, \text{НОК}(24; 6) = 24,$$

$$\text{НОК}(11; 9) = 99.$$

Чтобы найти **наименьшее общее кратное** нескольких натуральных чисел, необходимо:

- 1) разложить эти числа на простые множители;
- 2) выписать множители, входящие в разложение одного из чисел;
- 3) дописать к ним недостающие множители из разложения других чисел;
- 4) найти произведение получившихся множителей.

✓ Например:

Найдём наименьшее общее кратное чисел 60, 80 и 48.

$$60 = \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot \underline{5}, \quad 80 = 2 \cdot 2 \cdot \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot 5,$$

$$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3;$$

$$\text{НОК}(60; 80; 48) = (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5) \cdot 2 \cdot 2 = 240.$$

Свойство НОК и НОД:

$$\text{НОД}(a; b) \cdot \text{НОК}(a; b) = a \cdot b.$$

Указанное свойство позволяет по заданным числам и известному НОД находить НОК этих чисел и, наоборот, по заданному НОК находить НОД.

✓ Например:

Найдём НОК (35; 40), если

$$\text{НОД}(35; 40) = 5.$$

Способ 1

Используя свойство НОК и НОД, получим: $\text{НОК}(35; 40) = 35 \cdot 40 : 5 = 280$.

Способ 2

Разложим числа 35 и 40 на простые множители.

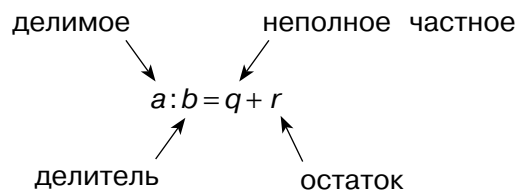
$$35 = 5 \cdot 7, \quad 40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2^3 \cdot 5.$$

Разложение большего числа 40 дополним недостающими множителями.

$$\text{НОК}(35; 40) = 2^3 \cdot 5 \cdot 7 = 40 \cdot 7 = 280.$$

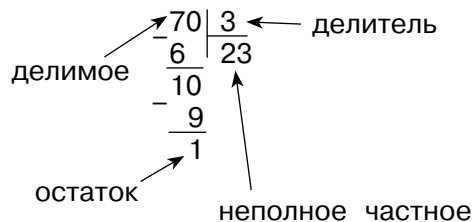
ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ

Пусть a и b — натуральные числа. Разделить a на b с остатком — значит найти такие натуральные числа q и r , что $a = bq + r$, причём $0 \leq r < b$.



✓ Например:

$$70 : 3 = 23 \text{ (ост. 1)}$$



Дроби

Дроби бывают десятичными и обыкновенными, например 6,54 — десятичная дробь, $\frac{1}{2}$ — обыкновенная дробь.

Число вида $\frac{m}{n}$, где $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$, называют **обыкновенной дробью**.

$$\begin{array}{l} \frac{m}{n} \leftarrow \text{числитель} \\ \quad \quad \leftarrow \text{знаменатель} \end{array}$$

Любое число, знаменатель дробной части которого выражается единицей с одним или несколькими нулями, можно представить в виде **десятичной дроби**.

✓ Например:

$$\frac{3}{10} = 0,3; \quad \frac{3}{100} = 0,03;$$

$$2\frac{3}{1000} = 2,003; \quad \frac{-7}{100} = -0,07.$$

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ

Если числитель и знаменатель дроби умножить (разделить) на одно и то же число, отличное от нуля, то получится дробь, равная данной.

$$\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}, \text{ где } c \neq 0$$

✓ Например:

$$\frac{0,35}{0,4} = \frac{0,35 \cdot 100}{0,4 \cdot 100} = \frac{35}{40} = \frac{7}{8};$$

$$0,3 : 0,27 = \frac{0,3}{0,27} = \frac{0,3 \cdot 100}{0,27 \cdot 100} = \frac{30}{27} =$$

$$= \frac{30 : 3}{27 : 3} = \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}.$$

Любое натуральное число можно представить в виде обыкновенной дроби.

ВПР 5 класс

Представьте число 12 в виде дроби со знаменателем 7.

Ответ: $\frac{84}{7}$.

Пояснение:

Любое натуральное число можно представить в виде обыкновенной дроби со знаменателем 1: $12 = \frac{12}{1}$.

Воспользуемся основным свойством дроби: $12 = \frac{12}{1} = \frac{12 \cdot 7}{1 \cdot 7} = \frac{84}{7}$.

ВПР 6 класс

Число 27 является $\frac{1}{5}$ искомого числа.

Найдите это число.

Ответ: 135.

Пояснение: $27 \cdot 5 = 135$.

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Чтобы сложить (вычесть) дроби с одинаковыми знаменателями, необходимо сложить (вычесть) числители, а знаменатели оставить без изменения.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

Представьте в виде обыкновенной дроби выражение $\frac{6}{11} + \frac{3}{11}$.

Ответ: $\frac{9}{11}$.

Пояснение:

$$\frac{6}{11} + \frac{3}{11} = \frac{6+3}{11} = \frac{9}{11}.$$

Поскольку у дробей одинаковые знаменатели, выполняем действие в числителе, а знаменатель оставляем без изменения.

Если числитель дроби меньше, чем знаменатель, то дробь называется **правильной**.

Если числитель дроби больше знаменателя или равен ему, то дробь называется **неправильной**.

Для некоторых действий с дробями необходимо уметь переводить дробь из неправильной в смешанную и наоборот. При этом производится выделение целой части из неправильной дроби.

✓ Например:

$$\frac{17}{7} = 2\frac{3}{7} \quad - \frac{17}{7} = 2\frac{3}{7}$$

Представьте в виде обыкновенной дроби смешанное число $3\frac{5}{9}$.

Ответ: $\frac{32}{9}$.

Пояснение:

$$3\frac{5}{9} = \frac{3 \cdot 9 + 5}{9} = \frac{32}{9}.$$

Часто для решения заданий необходимо уметь переводить обыкновенную дробь в десятичную.

✓ Например:

$$\frac{17}{8} = 2,125;$$

$$\frac{3}{25} = \frac{3 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{12}{100} = 0,12;$$

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{375}{1000} = 0,375.$$

$$\begin{array}{r} 17 \overline{) 8} \\ \underline{16} \\ 10 \\ \underline{8} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

Если в задаче встречаются и обыкновенные, и десятичные дроби, необходимо перейти к одному виду дробей (перевести десятичные дроби в обыкновенные или обыкновенные — в десятичные).

ПЕРЕВОД ДЕСЯТИЧНОЙ ДРОБИ В ОБЫКНОВЕННУЮ

В числителе записать число, стоящее после запятой.

В знаменателе записать разрядную единицу (10, 100, 1000 и т. д.), которая содержит столько же нулей, сколько знаков после запятой в десятичной дроби.

Если десятичная дробь содержит целую часть, то её переводят в смешанное число и целую часть записывают перед дробной.

При необходимости получившуюся обыкновенную дробь надо сократить.

✓ Например:

$$0,3 = \frac{3}{10};$$

$$0,019 = \frac{19}{100};$$

$$17,11 = 17\frac{11}{100};$$

$$8,2 = 8\frac{2}{10} = 8\frac{1}{5}.$$

ПЕРЕВОД ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ В ДЕСЯТИЧНУЮ

Способ 1

Домножить числитель и знаменатель дроби так, чтобы в знаменателе получилась разрядная единица.

В случае смешанного числа домножают только дробную часть, а целая часть не меняется.

✓ Например:

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{2}{10} = 0,2; \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 0,75;$$

$$9 \frac{2}{125} = 9 \frac{2 \cdot 8}{125 \cdot 8} = 9 \frac{16}{1000} = 9,016.$$

Способ 2

Разделить числитель на знаменатель «уголком».

✓ Например:

$$\begin{array}{r} 1,0 \overline{)5} \\ \underline{0} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3,0 \overline{)5} \\ \underline{0} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

Не все обыкновенные дроби можно перевести в конечную десятичную дробь. **Несократимую обыкновенную дробь** можно перевести в конечную десятичную дробь, если в разложении её знаменателя на простые множители есть только 2 и (или) 5.

ОГЭ 9 класс

Найдите значение выражения $\frac{3}{5} + 0,04$.

Ответ: 0,64.

Пояснение: $\frac{3}{5} + 0,04 = 0,6 + 0,04 = 0,64$.

ДЕЙСТВИЯ С ОБЫКНОВЕННЫМИ ДРОБЯМИ

Для того чтобы **сложить**, **вычесть**, **умножить** или **разделить обыкновенные правильные** или **неправильные дроби**, можно использовать формулы, приведённые ниже.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

Чтобы **сложить (вычесть) смешанные числа**, надо:

- 1) привести дробные части этих чисел к наименьшему общему знаменателю;
- 2) отдельно выполнить сложение (вычитание) целых частей и отдельно — дробных.

- Если при сложении дробных частей получилась неправильная дробь, нужно выделить целую часть из этой дроби и прибавить её к полученной целой части.
- Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, надо превратить её в неправильную дробь, уменьшив на единицу целую часть.

✓ Например:

$$\text{а) } 2 \frac{7^2}{9} + 3 \frac{5^3}{6} = 2 \frac{14}{18} + 3 \frac{15}{18} = 5 \frac{29}{18} = 6 \frac{11}{18};$$

$$\text{б) } 9 \frac{7^2}{15} - 2 \frac{5^5}{6} = 9 \frac{14}{30} - 2 \frac{25}{30} = 8 \frac{44}{30} - 2 \frac{25}{30} = 6 \frac{19}{30};$$

$$\text{в) } 7 - 3 \frac{2}{11} = 6 \frac{11}{11} - 3 \frac{2}{11} = 3 \frac{9}{11};$$

$$\text{г) } 3 \frac{5}{6} - 2 = 1 \frac{5}{6}.$$

Чтобы выполнить **умножение смешанных чисел**, надо:

- 1) записать смешанные части в виде неправильных дробей;
- 2) найти произведение числителей и произведение знаменателей этих дробей;
- 3) первое произведение записать числителем, а второе — знаменателем.

✓ Например:

$$\text{а) } 2 \frac{1}{3} \cdot 4 \frac{2}{7} = \frac{7}{3} \cdot \frac{30}{7} = \frac{7 \cdot 30}{3 \cdot 7} = 10;$$

$$\text{б) } 15 \cdot 2 \frac{3}{5} = 15 \cdot 2 + 15 \cdot \frac{3}{5} = 30 + \frac{15 \cdot 3}{5} = 30 + 9 = 39.$$

Чтобы выполнить **деление смешанных чисел**, надо:

- 1) записать смешанные части в виде неправильных дробей;
- 2) делимое умножить на число, обратное делителю.

✓ Например:

$$а) 2\frac{3}{5} : 1\frac{6}{7} = \frac{13}{5} : \frac{13}{7} = \frac{13}{5} \cdot \frac{7}{13} = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5} = 1,4;$$

$$б) \frac{3}{7} : 14 = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{14} = \frac{3}{98};$$

$$в) 2 : 1\frac{3}{5} = 2 : \frac{8}{5} = \frac{2}{1} \cdot \frac{5}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} = 1,25;$$

$$г) 2\frac{8}{9} : \frac{13}{27} = \frac{26}{9} : \frac{13}{27} = \frac{26}{9} \cdot \frac{27}{13} = \frac{26 \cdot 27}{9 \cdot 13} = 6.$$

ВПР 6 класс

1. Вычислите: $\left(\frac{8}{11} - \frac{20}{55}\right) \cdot \frac{66}{10}$.

Ответ: $2\frac{2}{5}$.

Пояснение:

$$\left(\frac{8}{11} - \frac{20}{55}\right) \cdot \frac{66}{10} = \frac{8 \cdot 5 - 20}{55} \cdot \frac{66}{10} = \frac{20}{55} \cdot \frac{66}{10} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}.$$

2. Вычислите: $4\frac{2}{3} : \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\right) - 4 \cdot 1\frac{2}{3}$. Запишите

решение и ответ.

Решение:

$$1) \frac{1}{5} + \frac{1}{2} = \frac{2+5}{10} = \frac{7}{10}; \quad 3) 4 \cdot 1\frac{2}{3} = 4 \cdot \frac{5}{3} = \frac{20}{3};$$

$$2) 4\frac{2}{3} : \frac{7}{10} = \frac{14}{3} \cdot \frac{10}{7} = \frac{20}{3}; \quad 4) \frac{20}{3} - \frac{20}{3} = 0.$$

Ответ: 0.

ВПР 7 класс

Найдите значение выражения $\frac{1}{6} + \frac{8}{15} : \frac{8}{5}$.

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Пояснение:

$$\frac{1}{6} + \frac{8}{15} : \frac{8}{5} = \frac{1}{6} + \frac{8}{15} \cdot \frac{5}{8} = \frac{1}{6} + \frac{5}{15} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1+2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Вычислите: $\frac{8}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{11}{8}\right)$.

Ответ: 2,6.

Пояснение:

$$\frac{8}{5} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{11}{8}\right) = \frac{8}{5} \cdot \left(\frac{2}{8} + \frac{11}{8}\right) = \frac{8}{5} \cdot \frac{13}{8} = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5} = 2,6.$$

ВПР 8 класс

Найдите значение выражения $5 : \left(\frac{4}{9} - \frac{3}{7}\right)$.

Ответ: 315.

Пояснение:

$$5 : \left(\frac{4}{9} - \frac{3}{7}\right) = 5 : \left(\frac{28-27}{63}\right) = 5 : \frac{1}{63} = 5 \cdot \frac{63}{1} = 5 \cdot 63 = 315.$$

Вычислите: $\left(\frac{8}{21} + \frac{3}{7}\right) : 17$.

Ответ: $\frac{1}{21}$.

Пояснение:

$$\left(\frac{8}{21} + \frac{3}{7}\right) : 17 = \left(\frac{8}{21} + \frac{9}{21}\right) : 17 = \frac{17}{21} : \frac{17}{1} = \frac{17}{21} \cdot \frac{1}{17} = \frac{1}{21}.$$

ДЕЙСТВИЯ С ДЕСЯТИЧНЫМИ ДРОБЯМИ

Чтобы **сложить (вычесть) десятичные дроби**, надо:

- 1) уравнивать в этих дробях количество знаков после запятой;
- 2) записать их друг под другом так, чтобы запятая была записана под запятой;
- 3) выполнить сложение (вычитание), не обращая внимания на запятую;
- 4) поставить в ответе запятую под запятой.



Любое целое число можно представить в виде десятичной дроби. Для этого необходимо после числа поставить запятую и дописать нужное количество нулей.

✓ Например:

$$\text{а) } 2,35 + 11,7 = 14,05; \quad \begin{array}{r} 11,70 \\ + 2,35 \\ \hline 14,05 \end{array}$$

$$\text{б) } 12 - 10,346 = 1,654; \quad \begin{array}{r} 12,000 \\ - 10,346 \\ \hline 1,654 \end{array}$$

$$\text{в) } 16,77 + 12,23 = 29,00 = 29. \quad \begin{array}{r} 16,77 \\ + 12,23 \\ \hline 29,00 \end{array}$$

Чтобы **перемножить две десятичные дроби**, надо:

- 1) выполнить умножение, не обращая внимания на запятые;
- 2) отделить запятой столько цифр справа, сколько их стоит после запятой в обоих множителях вместе.

✓ Например:

$$3,25 \cdot 2,8 = 9,100 = 9,1. \quad \begin{array}{r} \times 3,25 \\ 2,8 \\ \hline 2600 \\ + 650 \\ \hline 9,100 \end{array}$$

Чтобы **разделить десятичную дробь на натуральное число**, надо:

- 1) разделить дробь на это число, не обращая внимания на запятую;

- 2) поставить в частном запятую, когда кончится деление целой части.

✓ Например:

$$\text{а) } 183,24 : 9 = 20,36; \quad \begin{array}{r} 183,24 \overline{) 9} \\ \underline{-18} \\ 32 \\ \underline{-27} \\ 54 \\ \underline{-54} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{б) } 70,15 : 23 = 3,05. \quad \begin{array}{r} 70,15 \overline{) 23} \\ \underline{-69} \\ 115 \\ \underline{-115} \\ 0 \end{array}$$

Чтобы **разделить число на десятичную дробь**, надо:

- 1) в делимом и делителе перенести запятую вправо на столько цифр, сколько их после запятой в делителе;
- 2) выполнить деление на натуральное число.

✓ Например:

$$36 : 0,125 = 36\,000 : 125 = 288.$$

Чтобы **разделить одну десятичную дробь на другую**, надо:

- 1) перенести в делимом и делителе запятые вправо на столько цифр, сколько их содержится после запятой в делителе;
- 2) выполнить деление на натуральное число.

✓ Например:

$$\text{а) } 25,6 : 0,08 = 2560 : 8 = 320;$$

$$\text{б) } 12,35 : 2,5 = 123,5 : 25 = 4,94;$$

$$\text{в) } 0,8 : 0,25 = \frac{0,8}{0,25} = \frac{0,8 \cdot 100}{0,25 \cdot 100} = 3 \frac{1}{5} = 3,2.$$

В примере в записали деление с помощью дробной черты и использовали основное свойство дроби.

Если при делении целых чисел получают десятичные дроби, надо:

- 1) разделить одно число на другое до получения остатка;
- 2) поставить в частном запятую, когда закончится деление целой части;
- 3) произвести деление аналогично делению десятичной дроби на число.