



ОГЭ

Математика

★ Интенсивный курс ★

**Готовься
к экзаменам
с Умскул**

Данир Баев



Москва
2025

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721
Б15

Баев, Данир.

Б15 ОГЭ. Математика / Данир Баев. — Москва : Эксмо, 2025. — 288 с. — (Готовься к экзаменам с Умскул).

ISBN 978-5-04-191903-0

В справочнике от популярной онлайн-школы «Умскул» ты найдёшь всё, что необходимо для успешной сдачи ОГЭ по математике!

Книга разложит по полочкам все темы школьного курса за 5–9 классы: ты сможешь запросто повторить уже изученный материал и получить новые знания. Только действительно нужная для экзамена информация по разделам «Корни, степени, формулы сокращённого умножения», «Неравенства. Логические утверждения», «Уравнения», «Решение текстовых задач», «Теория вероятностей», «Арифметическая и геометрическая прогрессии», «Графики», «Окружность», «Площади фигур. Треугольники» и «Четырёхугольники» преподносится наглядно и понятно, а также сопровождается примерами. Вместе с теорией приводятся разные типы экзаменационных заданий с подробными решениями.

Также пособие будет полезно учителям и репетиторам при планировании и проведении занятий.

УДК 373.5:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-04-191903-0

© Баев Д., 2025
© ЧУДО «Онлайн-школа подготовки к экзаменам
«Умная школа», 2025
© Оформление. ООО «Издательство «Эксмо», 2025

СОДЕРЖАНИЕ



От автора 6

Раздел 1. КОРНИ, СТЕПЕНИ, ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ..... 7

Корни и их свойства 7

Практика 8

Степени и их свойства 10

Практика 12

Формулы сокращённого умножения..... 14

Практика 15

Раздел 2. НЕРАВЕНСТВА. ЛОГИЧЕСКИЕ УТВЕРЖДЕНИЯ..... 17

Практика 17

Раздел 3. РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ И КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ 22

Практика 24

Раздел 4. ВЫЧИСЛЕНИЯ. РАСЧЁТЫ ИЗ ОГЭ ПО ФОРМУЛАМ 29

Практика 31

Раздел 5. УРАВНЕНИЯ ... 39

Иррациональные и кубические уравнения 39

Практика 41

Метод замены переменной, биквадратные уравнения... 44

Практика 44

Уравнения вида $a^n = b^n$.

Метод мажорант..... 47

Практика 48

Системы уравнений 50

Практика 51

Раздел 6. НЕРАВЕНСТВА 54

Линейные неравенства.

Системы неравенств..... 54

Практика 56

Квадратные неравенства.

Метод параболы. Неравенства части 2 ОГЭ..... 59

Практика 60

Раздел 7. РЕШЕНИЕ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ ПЕРВОЙ ЧАСТИ 68

Печь для бани, листы бумаги 68

Практика 69

Маркировка шин.

Как быстро найти высоту шины по её маркировке ... 81

Практика 82

План местности..... 90

Практика 90

План участка.

План квартиры 98

Практика 98

Мобильные операторы ... 111

Практика 111

**Раздел 8. ТЕОРИЯ
ВЕРОЯТНОСТЕЙ** 122

Вероятность противоположных событий. 122
Практика 123

**Раздел 9.
АРИФМЕТИЧЕСКАЯ
И ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ
ПРОГРЕССИИ.** 126

Арифметическая прогрессия. 126
Геометрическая прогрессия. 127
Практика 127

**Раздел 10. РЕШЕНИЕ
ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ
ВТОРОЙ ЧАСТИ** 133

Задачи на движение, использование таблицы . . 133
Практика 134
Средняя и относительная скорость, движение по воде. 137
Практика 138
Совместная работа 141
Практика 142
Проценты, сухие смеси и сплавы. 145
Практика 146

Раздел 11. ГРАФИКИ. 149

Линейная функция и гиперболы. 149
Функции и их графики . . . 151
Практика 152
Парабола 160
Практика 161

Учёт области допустимых значений. Семейство прямых, параллельных оси X 165
Практика 166

Парабола. Семейство прямых, проходящих через одну точку. 169
Практика 171

Кусочно-заданная функция. Точка разрыва. Модуль и его раскрытие 173
Практика 174

Задачи с модулем 177
Практика 179

**Раздел 12.
ОКРУЖНОСТЬ** 182

Центральные и вписанные углы и их взаимосвязь с медианой 182
Практика 184

Свойства хорд, касательных, секущих. Неочевидные задачи 189
Практика 191

Вписанный четырёхугольник. 196

Описанный четырёхугольник. 196
Практика 198

**Раздел 13.
ПЛОЩАДИ ФИГУР.
ТРЕУГОЛЬНИКИ** 203

Нахождение площади. Площадь части параллелограмма. Высота и основание. 203
Практика 205

Всё о треугольниках. Взаимосвязь углов в треугольнике. Равнобедренные и равносторонние треугольники. Свойство медиан 213

Практика 216

Средняя линия трапеции. Взаимосвязь средней линии треугольника и трапеции. Средняя линия треугольника. Площадь треугольника, отсечённого средней линией. Подобие треугольников . . . 224

Площадь и периметр подобных треугольников 228

Практика 229

Остальные случаи подобия треугольников 234

Практика 235

Углы, вписанные в окружность 239

Практика 240

Раздел 14.
ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКИ.
СВОЙСТВА И ПРИЗНАКИ
ЧЕТЫРЁХУГОЛЬНИКОВ.
ДЛИНЫ И УГЛЫ 244
Виды углов 244

Углы при параллельных прямых и секущей 245

Четырёхугольники 247

Углы в равнобедренном треугольнике 249

Практика 249

Биссектриса и прямоугольные треугольники в четырёхугольниках 255

Практика 258

Площадь четырёхугольников. Площадь частей фигур 263

Практика 265

Тригонометрия. Синус, косинус, тангенс, котангенс в прямоугольном треугольнике и на квадратной решётке 271

Практика 272

Синус, косинус, тангенс, котангенс. Тригонометрия в трапециях 277

Практика 277

Теорема синусов и теорема косинусов 281

Практика 282


ОТ АВТОРА



Привет, дорогой выпускник 9-го класса! В этом году тебе предстоит сдавать экзамены. Основной государственный экзамен по математике — это важный этап в твоей школьной жизни, требующий хорошей подготовки и приложения усилий. Справочник, который ты сейчас читаешь, поможет заложить необходимую базу, повторить пройденные ранее темы и закрепить знания для успешной сдачи ОГЭ!

Математика — предмет, который не только содержит теоремы и различные свойства, но и окружает нас в повседневной жизни. Умение решать математические задачи развивает аналитическое мышление, логические способности и внимание к деталям, что крайне важно не только на экзамене, но и в становлении личности.

Данное пособие поможет погрузиться в увлекательный математический мир и лучше понять предмет. В книге вся необходимая на экзамене информация изложена простым языком. После изучения теоретического блока тебя ждёт разбор типовых экзаменационных заданий с подробными объяснениями. Такая структура книги поможет лучше вникнуть в каждую тему и чувствовать себя уверенным в своих знаниях!



КОРНИ, СТЕПЕНИ, ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

Корни и их свойства

Квадратный корень — число, которое при возведении в квадрат даёт заданное число.

Пример: $\sqrt{9} = \pm 3$, так как $3^2 = (-3)^2 = 9$.

Арифметический квадратный корень — это неотрицательное число, которое при возведении в квадрат даёт подкоренное число.

Пример: $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{0} = 0$.

У функции $y = \sqrt{x}$ каждому значению аргумента x соответствует **единственное значение y** .

Свойства корней

Свойства 1, 2 и 3 справедливы при $a \geq 0$ и $b \geq 0$.

$$1) (\sqrt{a})^2 = a$$

$$3) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, b \neq 0$$

$$2) \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$4) \sqrt{a^2} = |a|^*$$



Важно знать!

* Но помните, что при вычислении арифметического квадратного корня в ответе должно быть неотрицательное число.

Примеры:

$$(\sqrt{5})^2 = 5.$$

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 3} = \sqrt{900} = 30.$$

Так нельзя: $\sqrt{a} \pm \sqrt{b} = \sqrt{a \pm b}$.

Нужно так: $\sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$.



ПРАКТИКА

1

Найдите значение выражения $\sqrt{3 \cdot 72} \cdot \sqrt{24}$.

Решение:

Разложим 72 и 24 на простые множители:

$$72 = 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2,$$

$$24 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2.$$

$$\text{Тогда } \sqrt{3 \cdot 72} \cdot \sqrt{24} = \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} \cdot \sqrt{3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}.$$

Применим свойство корней:

$$\sqrt{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \sqrt{3^4 \cdot 2^6} = 3^2 \cdot 2^3 = 9 \cdot 8 = 72.$$

Ответ: 72.

2

Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{35} \cdot \sqrt{56}}{\sqrt{40}}$.

Решение:

Разложим 35, 56 и 40 на множители:

$$35 = 5 \cdot 7,$$

$$56 = 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 7 \cdot 2^3,$$

$$40 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 5 \cdot 2^3.$$

Применим свойство корней:

$$\frac{\sqrt{35} \cdot \sqrt{56}}{\sqrt{40}} = \sqrt{\frac{5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 2^3}{5 \cdot 2^3}} = \sqrt{49} = 7.$$

Ответ: 7.

3

Найдите значение выражения $4\sqrt{8} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{40}$.

Решение:

Разложим 8 и 40 на простые множители:

$$8 = 2^3,$$

$$40 = 5 \cdot 2^3.$$

$$\text{Тогда } 4\sqrt{8} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{40} = 4\sqrt{2^3} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5 \cdot 2^3}.$$

Применим свойство корней:

$$4 \cdot 2\sqrt{2^3} \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2^3 = 8\sqrt{5^2 \cdot 2^6} = 8 \cdot 5 \cdot 2^3 = 40 \cdot 8 = 320.$$

Ответ: 320.

4

Найдите значение выражения $(\sqrt{32} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2}$.

Решение:

Разложим 32 на множители:

$$32 = 16 \cdot 2 = 4 \cdot 4 \cdot 2.$$

$$\text{Тогда } (\sqrt{4 \cdot 4 \cdot 2} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} = (4\sqrt{2} - \sqrt{2}) \cdot \sqrt{2} =$$

$$= 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 2 = 6.$$

Ответ: 6.

5

Найдите значение выражения $\frac{96}{(4\sqrt{2})^2}$.

Решение:

$$(4\sqrt{2})^2 = 16 \cdot 2 = 32, \text{ значит, } \frac{96}{(4\sqrt{2})^2} = \frac{96}{32} = 3.$$

Ответ: 3.

6

Найдите значение выражения $\sqrt{(-14)^2}$.

Решение:

1-й способ. Заметим, что квадрат находится внутри корня, значит, подкоренное число будет положительное. Возведём -14 во 2-ю степень: $-14 \cdot (-14) = 196$, а $\sqrt{196} = 14$.

2-й способ. Вспомним свойство корней: $\sqrt{a^2} = |a|$.

Тогда $\sqrt{(-14)^2} = |-14|$.

-14 — отрицательное число, модуль отрицательного числа равен противоположному числу, т.е. положительному, значит, 14.

Ответ: 14.

Степени и их свойства

$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$, где n — количество сомножителей.

a^n называется n -й степенью числа a ,

где a — основание,

n — показатель степени.

Свойства степеней:

1) $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$.

Пример: $2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5 = 32$.

2) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

Пример: $\frac{2^6}{2^2} = 2^{6-2} = 2^4 = 16$.

3) $(a^n)^k = a^{n \cdot k}$.

Пример: $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$.

4) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$.

Пример: $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$.

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Пример: $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4} = 2,25$.

6) $a^{-n} = \frac{1}{a^n} (a \neq 0)$.

Пример: $3^{-4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$.

7) $\frac{1}{a^n} = a^{-n} (a \neq 0)$.

Пример: $\frac{1}{3^{-4}} = 3^4 = 81$.



1

Найдите значение выражения $\frac{2^5}{2^{-1}}$.

Решение:

Применим свойство степеней: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.

Тогда получаем $\frac{2^5}{2^{-1}} = 2^{5-(-1)} = 2^{5+1} = 2^6 = 64$.

Ответ: 64.

2

Найдите значение выражения $\frac{6^{-3} \cdot 6^{-5}}{6^{-9}}$.

Решение:

Применим свойства степеней: $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$ и $\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$.

Тогда получаем $\frac{6^{-3} \cdot 6^{-5}}{6^{-9}} = \frac{6^{-3+(-5)}}{6^{-9}} = \frac{6^{-8}}{6^{-9}} = 6^{-8-(-9)} = 6^{-8+9} = 6$.

Ответ: 6.

3

Найдите значение выражения $\frac{(2b)^3 \cdot b^{-13}}{5b^{-2} \cdot b^{-7}}$ при $b=4$.

Решение:

Преобразуем выражение: $\frac{(2b)^3 \cdot b^{-13}}{5b^{-2} \cdot b^{-7}} = \frac{2^3 b^3 \cdot b^{-13}}{5b^{-2} \cdot b^{-7}} =$

$$= \frac{8b^{3+(-13)}}{5b^{-2+(-7)}} = \frac{8b^{3-13}}{5b^{-2-7}} = \frac{8b^{-10}}{5b^{-9}} = \frac{8}{5} b^{-10-(-9)} = \frac{8}{5} b^{-1} = \frac{8}{5b}.$$

Известно, что $b=4$, значит, $\frac{8}{5b} = \frac{8}{5 \cdot 4} = \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0,4$.

Ответ: 0,4.

4

Найдите значение выражения $\frac{(3^2 \cdot 3^5)^4}{(3 \cdot 3^2)^8}$.

Решение:

Применим свойства степеней: $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$ и $\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$.

$$\frac{(3^2 \cdot 3^5)^4}{(3 \cdot 3^2)^8} = \frac{(3^{2+5})^4}{(3^{1+2})^8} = \frac{(3^7)^4}{(3^3)^8} = \frac{3^{7 \cdot 4}}{3^{3 \cdot 8}} = \frac{3^{28}}{3^{24}} = 3^{28-24} = 3^4 = 81.$$

Ответ: 81.

5

Найдите значение выражения $\frac{3^6 \cdot 4^5}{12^4}$.

Решение:

Разложим основание степени 12^4 на множители 3 и 4 и применим свойства степеней:

$$\frac{3^6 \cdot 4^5}{12^4} = \frac{3^6 \cdot 4^5}{(3 \cdot 4)^4} = \frac{3^6 \cdot 4^5}{3^4 \cdot 4^4} = 3^{6-4} \cdot 4^{5-4} = 3^2 \cdot 4 = 9 \cdot 4 = 36.$$

Ответ: 36.

6

Найдите значение выражения $\frac{(y^4)^3 \cdot x^{10}}{(y \cdot x)^{11}}$ при $x = \sqrt{2}$, $y = 2\sqrt{2}$.

Решение:

Применим свойства степеней: $(ab)^n = a^n b^n$, $\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ и $(a^n)^k = a^{n \cdot k}$.

$$\frac{(y^4)^3 \cdot x^{10}}{(y \cdot x)^{11}} = \frac{y^{4 \cdot 3} \cdot x^{10}}{y^{11} \cdot x^{11}} = \frac{y^{12} \cdot x^{10}}{y^{11} \cdot x^{11}} = y^{12-11} \cdot x^{10-11} = y^1 \cdot x^{-1} = \frac{y}{x}.$$

Известно, что $x = \sqrt{2}$, $y = 2\sqrt{2}$, значит, $\frac{y}{x} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2$.

Ответ: 2.

7

Найдите значение выражения $(a^4)^{-3} \cdot a^{-14}$ при $a = 3$.

Решение:

Применим свойства степеней: $\frac{a^n}{a^k} = a^{n-k}$ и $(a^n)^m = a^{mn}$.

$$(a^4)^{-3} \cdot a^{-14} = a^{-3 \cdot 4} \cdot a^{-14} = a^{-12} \cdot a^{-14} = a^{-12 - (-14)} = a^{-12+14} = a^2.$$

Известно, что $a = 3$, значит, $a^2 = 3^2 = 9$.

Ответ: 9.

8

Найдите значение выражения $\frac{28^n}{2^{2n-2} \cdot 7^{n-1}}$.

Решение:

$$\begin{aligned} \frac{28^n}{2^{2n-2} \cdot 7^{n-1}} &= \frac{(2^2 \cdot 7)^n}{2^{2n-2} \cdot 7^{n-1}} = \frac{(2^2)^n \cdot 7^n}{2^{2n-2} \cdot 7^{n-1}} = \frac{2^{2n} \cdot 7^n}{2^{2n-2} \cdot 7^{n-1}} = \frac{2^{2n}}{2^{2n-2}} \cdot \frac{7^n}{7^{n-1}} = \\ &= 2^{2n-(2n-2)} \cdot 7^{n-(n-1)} = 2^{2n-2n+2} \cdot 7^{n-n+1} = 7 \cdot 2^2 = 28. \end{aligned}$$

Ответ: 28.

Формулы

сокращённого умножения

Формулы сокращённого умножения (ФСУ) — формулы, с помощью которых можно представить некоторые выражения в виде произведения и наоборот — некоторые произведения в виде выражения, не раскрывая скобки и не приводя подобные слагаемые.

Формулы сокращённого умножения

$a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$ — разность квадратов двух чисел

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ — квадрат разности двух чисел

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ — квадрат суммы двух чисел

$a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$ — сумма кубов двух чисел

$a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ — разность кубов двух чисел

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ — куб суммы двух чисел

$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ — куб разности двух чисел

ПРАКТИКА

1 Найдите значение выражения $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})$.

Решение:

Свернём скобки по формуле разности квадратов:

$$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b).$$

$$(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 5 - 3 = 2.$$

Ответ: 2.

2 Найдите значение выражения $(\sqrt{5} + 9)^2 - 18\sqrt{5}$.

Решение:

Раскроем скобку по формуле квадрата суммы:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$(\sqrt{5} + 9)^2 - 18\sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 + 2 \cdot 9 \cdot \sqrt{5} + 81 - 18\sqrt{5} = 5 + 81 = 86.$$

Ответ: 86.

3 Найдите значение выражения $\frac{1}{\sqrt{17}-4} - \frac{1}{\sqrt{17}+4}$.

Решение:

1. Приведём к общему знаменателю дроби:

$$\frac{1}{\sqrt{17}-4} - \frac{1}{\sqrt{17}+4} = \frac{\sqrt{17}+4}{(\sqrt{17}-4)(\sqrt{17}+4)} - \frac{\sqrt{17}-4}{(\sqrt{17}-4)(\sqrt{17}+4)} =$$