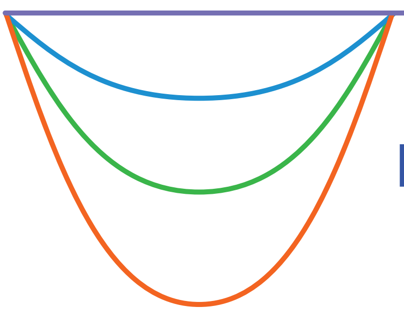
ЦВЕТНОЙ СПРАВОЧНИК

АННА МАЛКОВА

СПРАВОЧНИК ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ



ВСЕ ТЕМЫ И ФОРМУЛЫ

Ростов-на-Дону
«ФЕНИКС»
2025

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я721
КТК 444
М19

Малкова А. Г.

М19 Справочник для подготовки к ОГЭ по математике : все темы и формулы / Анна Малкова. — Ростов н/Д : Феникс, 2025. — 83 с. — (Цветной справочник).

ISBN 978-5-222-42909-9

Новый авторский и максимально полный справочник Анны Малковой для подготовки к ОГЭ по математике содержит все необходимые шпаргалки для успешной сдачи экзамена и ничего лишнего:

- Все темы ОГЭ. От дробей до параметров! Алгебра и геометрия.
- Авторские схемы и таблицы.
- Все сложные вопросы из курса математики — в картинках.
- Все формулы и примеры задач тщательно отобраны и проверены.
- Вся информация запоминается сама собой!
- Современно. Доступно. Логично. Структурировано. Пользуйтесь на здоровье!

Пособие адресовано учащимся 8–9 классов, учителям математики и репетиторам.

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-222-42909-9

СОДЕРЖАНИЕ

Часть 1. ОГЭ-алгебра

Таблица умножения . . . 5
Арифметические действия. . . 5
Порядок арифметических действий . . . 6
Как раскрывать скобки . . . 6
Делимость чисел . . . 7
Обыкновенные дроби . . . 8
Основное свойство дроби . . . 9
Сокращение дробей . . . 9
Действия с обыкновенными дробями . . . 10
Десятичные дроби . . . 11
Перевод обыкновенных дробей в десятичные . . . 13
Подобные слагаемые . . . 15
Формулы сокращенного умножения . . . 15
Таблица квадратов целых чисел от 0 до 99 . . . 16
Переводим обыкновенные дроби в десятичные и в проценты . . . 17
Пропорция . . . 17
Уравнения. . . . 18
Линейные уравнения с одной переменной . . . 19
Линейная функция . . . 20
Система линейных уравнений . . . 21
Неравенства . . . 24
Теория вероятностей . . . 26
Характеристики случайных величин . . . 27
Квадратный корень . . . 28
Квадратное уравнение . . . 29
Квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$ . . . 30
Расположение графика квадратичной функции . . . 30
Правила решения задач на проценты . . . 31
Правила решения задач на растворы, сплавы, смеси. . . . 31
Правила решения задач на движение. . . . 32
Правила решения задач на работу . . . 32
Модуль числа. . . . 33
Уравнения и неравенства с модулем. . . . 34
Степени . . . 35
Стандартный вид числа . . . 35
Переводим м/с в км/ч и км/ч в м/с . . . 36
Квадратные неравенства . . . 37
Метод интервалов . . . 39
Арифметическая и геометрическая прогрессии. . . . 40
Функция. . . . 41
График функции . . . 41

Преобразование графиков функций . . . 43
Асимптоты. Дробно-рациональная функция . . . 45
Схема построения графика функции . . . 46

Часть 2. ОГЭ-геометрия

Греческий алфавит . . . 46
Обозначения в геометрии . . . 47
Прямые на плоскости . . . 48
Углы . . . 50
Треугольники . . . 51
Биссектриса угла . . . 52
Биссектриса треугольника . . . 53
Высота треугольника . . . 54
Медиана треугольника . . . 56
Высоты, биссектрисы, медианы треугольника . . . 56
Равнобедренный треугольник . . . 57
Правильный треугольник . . . 57
Признаки равенства треугольников . . . 58
Подобные фигуры . . . 59
Подобные треугольники . . . 59
Признаки подобия треугольников . . . 60
Четырехугольники . . . 61
Параллелограмм . . . 62
Виды параллелограммов . . . 63
Трапеция . . . 64
Трапеция и ее свойства . . . 65
Окружность и круг . . . 67
Центральный и вписанный угол . . . 69
Вписанные и описанные треугольники . . . 70
Описанные и вписанные четырехугольники . . . 70
Прямоугольный треугольник . . . 71
Тригонометрия в прямоугольном треугольнике . . . 71
Теорема Пифагора . . . 72
«Особенные» треугольники . . . 73
Единичная полуокружность . . . 74
Формулы тригонометрии . . . 75
Теорема косинусов . . . 76
Теорема синусов . . . 76
Формулы площади треугольника . . . 76
Векторы на плоскости . . . 77
Полезные факты для решения задач ОГЭ по геометрии . . . 80
«Классические» схемы для решения задач ОГЭ по геометрии . . . 82

Часть 1. ОГЭ-алгебра

Таблица умножения

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Арифметические действия + − × ÷

Действие	*Как читается*	*Правила*	*Как найти неизвестное*
Сложение	$a + b = c$ *Слагаемое + слагаемое = сумма*	*От перемены мест слагаемых сумма не меняется*	$a = c - b$ $b = c - a$
Вычитание	$a - b = c$ *Уменьшаемое — вычитаемое = разность*		$a = b + c$ $b = a - c$
Умножение	$a \cdot b = c$ *Множитель • множитель = произведение*	*От перемены мест множителей произведение не меняется*	$a = c : b = \frac{c}{b}$ $b = c : a = \frac{c}{a}$
Деление	$a : b = c$ *Делимое : делитель = частное*	*Делить на 0 нельзя. Делитель b должен быть не равен нулю*	$a = c \cdot b$ $b = a : c = \frac{a}{c}$

Порядок арифметических действий

1. Сложение и вычитание равноправны, делаем по порядку.
2. Умножение и деление равноправны, делаем по порядку.
3. Умножение и деление «главнее», чем сложение и вычитание.
4. Возведение в степень — еще «главнее», чем умножение и деление.
5. Если в выражении есть скобки — сначала вычисляем то, что в скобках, а затем действия в обычном порядке.

ПРИМЕР 1) $\mathbf{4 + 2 \cdot 5^3 = 254.}$

Первое действие: возводим **5** в третью степень (в куб), получаем **125**.
Второе действие: умножаем **125** на **2**, получаем **250**.
Третье действие: **250 + 4 = 254.**

2) $\mathbf{2 + 5\,(8 - 5) = 17.}$

Сначала действие в скобках, **8 − 5 = 3**. Затем умножение. Знак умножения перед скобкой часто пропускают, поэтому действия такие:
2 + 5 · 3 = 2 + 15 = 17.

3) $\mathbf{6 : 2 \cdot (2 + 1) = 6 : 2 \cdot 3 = 9.}$

4) $\mathbf{24 : 4 \cdot (1 + 2) = 24 : 4 \cdot 3 = 18.}$

5) $\mathbf{5 + 5 + 5 + 5 \cdot 0 = 15.}$

Как раскрывать скобки

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

ПРИМЕР $(x - 3)(y + 7) = xy - 3y + 7x - 21.$

Делимость чисел

Число a делится на число $b \neq 0$, если найдется такое число c, что $a = bc$.

ПРИМЕР **15** делится на **3**, а **49** делится на **7**. Обозначение: $a \,\vdots\, b$.

Если a делится на b, то число b называется ***делителем*** числа a.

- Если числа a и b делятся на c, то $a + b$ тоже делится на c.
- Если числа a и b делятся на c, а m и n — целые, то $ma + nb$ тоже делится на c.

Формула деления с остатком. Если $a = bc + r$, то число a делится на b с остатком r.

ПРИМЕР При делении **9** на **4** мы получаем частное **2** и остаток **1**, то есть $9 = 4 \cdot 2 + 1$.

Простые числа — те, что делятся только на себя и на единицу. Единица не является ни простым, ни составным числом. Простые числа: **2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19...**

Любое натуральное число можно разложить на простые множители.

ПРИМЕР $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$, а $98 = 2 \cdot 7 \cdot 7$.

Основная теорема арифметики: Любое натуральное число можно представить в виде произведения простых делителей, взятых в натуральных степенях, причем это разложение единственно.

$$a = p_1^{n_1} p_2^{n_2} \dots p_s^{n_s}$$

ПРИМЕР $72 = 2^3 \cdot 3^2$.

Количество делителей натурального числа равно $(n_1 + 1)(n_2 + 1)\dots(n_s + 1)$.

Наименьшее общее кратное двух чисел (НОК) — это наименьшее число, ***которое делится*** на оба данных числа.

Наибольший общий делитель двух чисел (НОД) — это наибольшее число, ***на которое делятся*** два данных числа.

ПРИМЕР Найдем ***НОД*** и ***НОК*** для чисел **72** и **150**.
$72 = 2^3 \cdot 3^2$,
$150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$.
Оба эти числа делятся на **2** и на **3**. Значит, они делятся на **6**.
НОД $(72; 150) = 6$.
НОК чисел **72** и **150** должно делиться на 2^3, на 3^2 и на 5^2.
Оно равно $6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 1800$.

Обыкновенные дроби

Выражение вида $\frac{a}{b}$ — это **обыкновенная дробь**.

$$\frac{a}{b}$$

Числитель

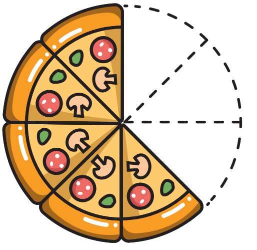
Знаменатель

ПРИМЕР

На тарелке

$\frac{5}{8}$ пиццы

(5 частей из 8)



Запись $\frac{a}{b}$ означает, что мы делим ***a*** на ***b***.

$$\frac{a}{b} = a : b$$

Правильная дробь: числитель меньше знаменателя. ПРИМЕР $\frac{3}{4}$

Неправильная дробь: числитель больше знаменателя. ПРИМЕР $\frac{9}{7}$

Неправильную дробь можно записать как **смешанное число.**

ПРИМЕР

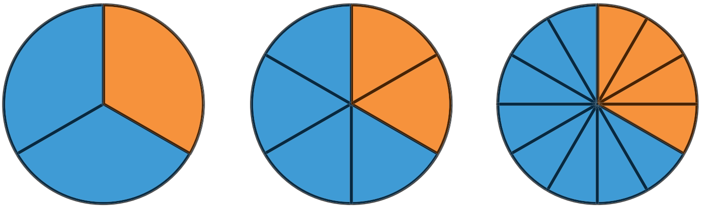
$$\frac{4}{3} = \frac{3+1}{3} = \frac{3}{3} + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}.$$

$$\frac{10}{4} = \frac{8+2}{4} = \frac{8}{4} + \frac{2}{4} = 2\frac{2}{4} = 2\frac{1}{2}.$$

Основное свойство дроби

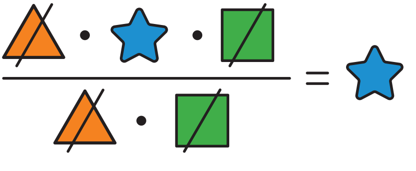
Если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же число, не равное нулю, то получится дробь, равная данной.

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{4}{12}$$



Сокращение дробей

Сократить дробь — значит разложить числитель и знаменатель на множители и вычеркнуть одинаковые множители в числителе и знаменателе.

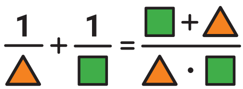


Действия с обыкновенными дробями

Сложение и вычитание обыкновенных дробей

Если знаменатели одинаковые, $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$.

Если знаменатели дробей разные, приводим дроби к одному знаменателю. Общий знаменатель — то же самое, что и наименьшее общее кратное чисел (НОК).



$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} = \frac{ad+bc}{bd}.$$

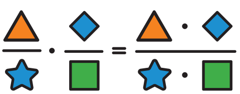
$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{bc}{bd} = \frac{ad-bc}{bd}.$$

ПРИМЕР $\frac{2}{3} + \frac{5}{7} = \frac{14}{21} + \frac{15}{21} = \frac{29}{21} = 1\frac{8}{21}.$

$$\frac{1}{2} - \frac{49}{20} = \frac{10}{20} - \frac{49}{20} = -\frac{39}{20} = -1\frac{19}{20} = -1\frac{95}{100} = -1{,}95.$$

Умножение обыкновенных дробей

Умножаем числитель на числитель, а знаменатель на знаменатель. Над дробной чертой будет произведение числителей, а под дробной чертой — произведение знаменателей. По возможности сокращаем полученную дробь.



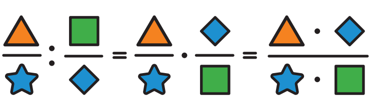
$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

ПРИМЕР $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 2} = \frac{3}{10} = 0{,}3.$

$$\frac{10}{15} \cdot \frac{9}{2} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{2} = \frac{9}{3} = 3.$$

Деление обыкновенных дробей

Чтобы поделить дробь на дробь, первую дробь умножаем на вторую перевернутую. Ту дробь, **на которую** делим, нужно перевернуть.



$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

ПРИМЕР $\frac{12}{5} : \frac{15}{2} = \frac{12}{5} \cdot \frac{2}{15} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 5} = \frac{8}{25} = 0{,}32.$

$$\frac{3}{5} : \frac{4}{25} = \frac{3}{5} \cdot \frac{25}{4} = \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4} = 3{,}75.$$

Десятичные дроби

Десятичные дроби – это дроби со знаменателем 10, 100, 1000...

Они записываются в строчку через запятую. Запятая отделяет целую часть от дробной.
Цифра на первом месте после запятой показывает, сколько в этой дроби десятых. На втором месте после запятой — сколько сотых. На третьем — сколько тысячных...

ПРИМЕР 0,5 — это 0 целых и пять десятых; $\mathbf{0{,}5 = \frac{5}{10}}$.

2,17 — это 2 целых и 17 сотых; $\mathbf{2{,}17 = 2\frac{17}{100}}$.

7,061 — это 7 целых и 61 тысячная; $\mathbf{7{,}061 = 7\frac{61}{1000}}$.

Если к десятичной дроби справа приписать один или несколько нулей — ее величина не изменится.

ПРИМЕР **0,5 = 0,50 = 0,500.**
1,7 = 1,70 = 1,700.

Сложение десятичных дробей

Складывая в столбик десятичные дроби, запятую ставим под запятой.

ПРИМЕР 1) **1,15 + 0,3 = 1,45.**
2) **3,71 + 0,8 = 4,51.**
3) **2,1 + 7,009 = 9,109.**

$$\begin{array}{r} 1{,}15 \\ +\;\underline{0{,}30} \\ 1{,}45 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3{,}71 \\ +\;\underline{0{,}80} \\ 4{,}51 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2{,}100 \\ +\;\underline{7{,}009} \\ 9{,}109 \end{array}$$

Вычитание десятичных дробей

Чтобы записать вычитание столбиком, добавляем нули после запятой в той дроби, где их не хватает. Так, чтобы в каждой из дробей количество цифр после запятой было одинаковым. Вычитаем в столбик, записав запятую под запятой.

ПРИМЕР 1) **9,15 – 0,7 = 8,45.**
2) **3,12 – 0,0023 = 3,1177.**
3) **47,52 – 2,5672 = 44,9528.**

$$\begin{array}{r} 9{,}15 \\ -\;\underline{0{,}70} \\ 8{,}45 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3{,}1200 \\ -\;\underline{0{,}0023} \\ 3{,}1177 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 47{,}5200 \\ -\;\underline{2{,}5672} \\ 44{,}9528 \end{array}$$

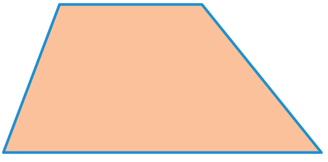
Трапеция

Трапеция — это четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие — не параллельны.

Параллельные стороны называются **основаниями** трапеции, а непараллельные — **боковыми сторонами** трапеции.

Средней линией трапеции называется отрезок, соединяющий середины ее боковых сторон.

Если боковые стороны равны, трапеция называется **равнобедренной** (равнобокой).

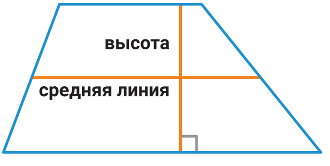


Трапеция

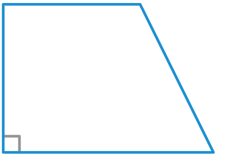
Равнобедренная трапеция

Высотой трапеции называется перпендикуляр, проведенный из любой точки одного из оснований трапеции к прямой, содержащей другое основание.

Трапеция, один из углов которой прямой, называется **прямоугольной**.

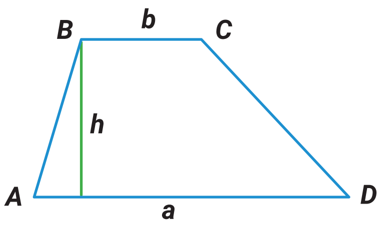
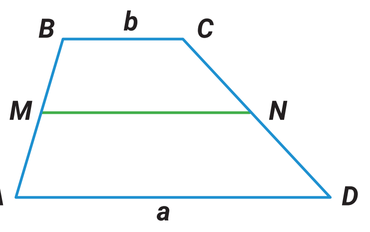
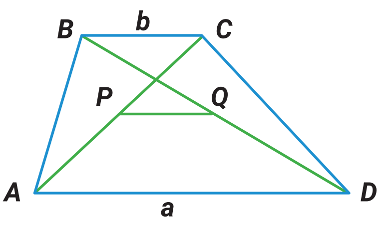
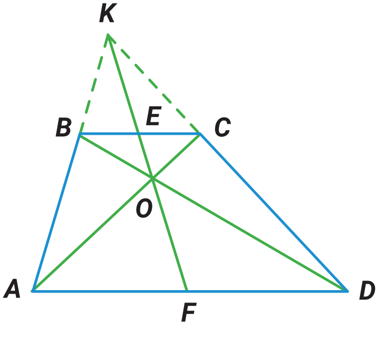


Основание

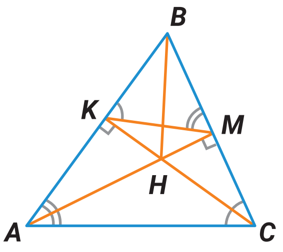
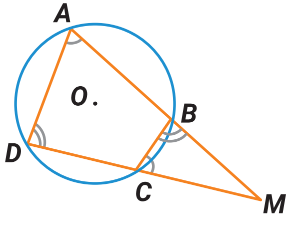
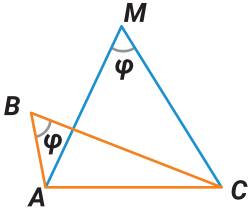
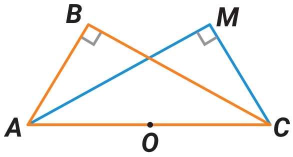


Прямоугольная трапеция

Трапеция и ее свойства

<table>
<tr>
<td></td>
<td>BC || AD;
BC и AD — основания,
AB и CD — боковые стороны.
$\angle A + \angle B = \angle C + \angle D = 180°$.
$S_{трап} = \frac{a+b}{2} \cdot h$.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>M — середина AB,
N — середина CD.
MN — средняя линия трапеции.
MN || AD, MN || BC,
$MN = \frac{a+b}{2}$.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>Отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции, равен полуразности оснований.
P — середина AC, Q — середина BD.
$PQ = \frac{a-b}{2}$.</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>$K = (AB) \cap (CD)$;
E — середина BC, F — середина AD,
$O = AC \cap BD$.
Замечательное свойство трапеции:
середины оснований, точка пересечения диагоналей трапеции и точка пересечения продолжений ее боковых сторон лежат на одной прямой.</td>
</tr>
</table>

«Классические» схемы для решения задач ОГЭ по геометрии

	*Схема 1.* В треугольнике ABC проведены высоты AM и CK. H — точка пересечения высот треугольника (ортоцентр), $H = AM \cap CK$. $\triangle MBK \sim \triangle ABC$, $k = \lvert\cos B\rvert$. Четырехугольник $AKMC$ можно вписать в окружность. Четырехугольник $BKHM$ можно вписать в окружность. Радиусы окружностей, описанных вокруг треугольников ABC, AHC, BHC и ABH, равны. $BH = 2R\,\lvert\cos B\rvert$, где R — радиус описанной окружности $\triangle ABC$.
	*Схема 2.* Пусть луч MA пересекает окружность в точках A и B, а луч MD — в точках C и D, причем $MA > MB$, $MD > MC$. Тогда треугольники BMC и DMA подобны.
	*Схема 3.* У треугольников ABC и AMC сторона AC — общая, угол B равен углу M, точки B и M лежат по одну сторону от отрезка AC. Тогда точки A, B, C, M лежат на одной окружности.
	*Схема 4.* У треугольников ABC и AMC сторона AC — общая, углы B и M — прямые. Тогда точки A, B, C, M лежат на окружности, радиус которой равен половине AC.

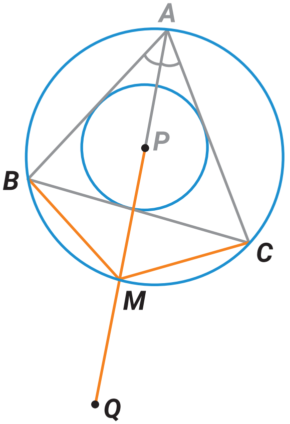


Схема 5. Лемма о трезубце.

Пусть P — центр вписанной окружности треугольника ABC, Q — центр его вневписанной окружности, касающейся стороны BC, M — точка пересечения биссектрисы угла A треугольника ABC с описанной вокруг него окружностью. Тогда точка M равноудалена от точек B, C, P, Q.

Эта схема называется также **теоремой о трилистнике.**

$$MP = MQ = MB = MC$$

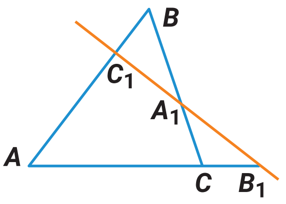


Схема 6. Теорема Менелая.

Пусть прямая пересекает произвольный треугольник ABC, причем C_1 — точка ее пересечения со стороной AB, A_1 — точка ее пересечения со стороной BC, и B_1 — точка ее пересечения с продолжением стороны AC.

Тогда выполняется равенство:

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1.$$

Как запомнить теорему Менелая:

Пусть точки A, B и C — это города, а точки C_1, A_1 и B_1 — заправки, где можно пополнить запас бензина. Правило звучит так: «**Едем из города в город, заезжаем на заправку!**» :-)

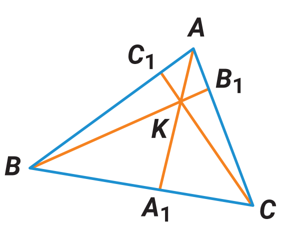


Схема 7. Теорема Чевы.

Пусть точки A_1, B_1 и C_1 лежат соответственно на сторонах BC, AC и AB треугольника ABC, причем отрезки AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке K.

В этом случае выполняется равенство:

$$\frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1.$$

0+

Учебное издание

Малкова Анна Георгиевна

Справочник для подготовки к ОГЭ по математике

Все темы и формулы

Ответственный редактор *А. Васько*
Выпускающий редактор *Г. Логвинова*

Формат $60x84^1/_{16}$. Бумага офсетная.
Тираж 5 000 экз. Заказ №

Издатель и изготовитель: ООО «Феникс».
Юр. и факт. адрес: 344011, Россия, Ростовская обл.,
г. Ростов-на-Дону, ул. Варфоломеева, д. 150
Тел/факс: (863) 261-89-65, 261-89-50

Изготовлено в России. Дата изготовления: 09.2024. Срок годности не ограничен.

Отпечатано в ООО «Кубаньпечать».
Юр.адрес: 350038, Россия, Краснодарский край, г. Краснодар, ул. Кузнечные ряды, 91
Факт. адрес: 350059, Россия, Краснодарский край, г. Краснодар, ул. Уральская, 98/2