

**ОГЭ**

**Н. А. Ким**

# **МАТЕМАТИКА**

---

## **ПОЛНЫЙ ЭКСПРЕСС-РЕПЕТИТОР**

**для подготовки к ОГЭ**

Москва  
АСТ  
2025

УДК 373:51  
ББК 22.1я721  
К40

12+

**Ким, Наталья Анатольевна.**

**К40** ОГЭ : Математика : полный экспресс-репетитор : для подготовки к ОГЭ / Н.А. Ким. — Москва : Издательство АСТ, 2025. — 415, [1] с.: ил. — (Полный экспресс-репетитор для подготовки к ОГЭ).

ISBN 978-5-17-178080-7

Пособие рассчитано на самостоятельную или под руководством учителя подготовку школьников к ОГЭ.

В него в полном объёме включён материал курса по математике, который проверяется на основном государственном экзамене.

Теоретическая часть пособия представлена в краткой и доступной форме в виде экспресс-курса. В практическую часть включены разборы экзаменационных заданий и задачи для самостоятельной отработки с ответами в конце пособия. Тренировочные задания соответствуют современному формату ОГЭ.

Книга адресована учащимся основной школы, учителям, репетиторам и родителям, помогающим школьникам в подготовке к основному государственному экзамену.

УДК 373:51  
ББК 22.1я721

ISBN 978-5-17-178080-7

© Ким Н.А., 2025  
© ООО «Издательство АСТ», 2025

## Содержание

Введение . . . . .	8
<b>Тема 1. Числа и вычисления . . . . .</b>	<b>14</b>
1.1. Натуральные числа . . . . .	19
1.2. Дроби . . . . .	25
1.3. Проценты . . . . .	31
1.4. Модуль числа . . . . .	34
1.5. Арифметические действия с действительными числами . . . . .	35
1.6. Числовые и буквенные выражения . . . . .	38
<b>Тема 2. Алгебраические выражения . . . . .</b>	<b>61</b>
2.1. Алгебраические выражения. Степень . . . . .	62
2.2. Квадратный корень. Арифметический квадратный корень . . . . .	68
2.3. Одночлен. Многочлен . . . . .	71
<b>Тема 3. Уравнения и неравенства . . . . .</b>	<b>86</b>
3.1. Уравнения . . . . .	89
3.1.1. Алгоритмы решения линейных, квадратных и рациональных уравнений . . . . .	89
3.1.2. Системы уравнений с двумя переменными . .	98
3.1.3. Метод замены переменной . . . . .	100
3.2. Текстовые задачи . . . . .	105
3.2.1. Задачи на части и проценты . . . . .	106
3.2.2. Задачи на выполнение определённого объёма работы . . . . .	110
3.2.3. Задачи на движение . . . . .	114
3.2.4. Задачи на сплавы, растворы и смеси . . . . .	119
3.3. Неравенства . . . . .	124
3.3.1. Алгебраические неравенства . . . . .	126
3.3.2. Системы неравенств с одной переменной . . . . .	131

<b>Тема 4. Числовые последовательности. . . . .</b>	<b>159</b>
4.1. Понятие числовой последовательности . . . . .	160
4.2. Арифметическая прогрессия . . . . .	161
4.3. Геометрическая прогрессия . . . . .	170
4.4. Задачи на применение прогрессии . . . . .	178
<b>Тема 5. Функции . . . . .</b>	<b>182</b>
5.1. Понятие функции. Область определения и область значений функции . . . . .	186
5.2. Способы задания функции . . . . .	188
5.3. График функции . . . . .	189
5.4. Графики элементарных функций . . . . .	192
5.5. Чётность и нечётность функций . . . . .	195
5.6. Линейная функция и её свойства. Прямая пропорциональность. . . . .	196
5.6.1. Линейная функция . . . . .	196
5.6.2. Прямая пропорциональность . . . . .	197
5.7. Обратная пропорциональная зависимость . . . . .	199
5.8. Квадратичная функция и её свойства. . . . .	202
5.9. График функции $y = \sqrt{x}$ и её свойства . . . . .	210
5.10. Функция $y =  x $ и её свойства . . . . .	211
5.11. Преобразования графиков функций. . . . .	213
<b>Тема 6. Сравнение на координатной прямой . . . . .</b>	<b>250</b>
6.1. Координатный луч . . . . .	251
6.2. Координатная прямая. . . . .	252
6.3. Сравнение рациональных чисел . . . . .	252
<b>Тема 7. Геометрия (планиметрия) . . . . .</b>	<b>266</b>
7.1. Углы . . . . .	273
7.2. Треугольники . . . . .	277

7.3. Окружность и круг . . . . .	298
7.4. Четырёхугольники. Многоугольники . . . . .	309
7.5. Описанная и вписанная окружность . . . . .	327

**Тема 8. Элементы комбинаторики,  
теории вероятностей,  
описательной статистики . . . . . 365**

8.1. Комбинаторные задачи. Перебор вариантов . . . . .	366
8.2. Статистика. Статистические характеристики . . . . .	368
8.3. Элементы теории вероятностей . . . . .	370
8.3.1. Основные понятия теории вероятностей . . . . .	370
8.3.2. Классическое определение вероятности . . . . .	371
8.3.4. Теоремы о вероятностях событий . . . . .	371
8.3.5. Алгоритм решения задач на вероятность . . . . .	372

**Ответы к заданиям  
для самостоятельного решения . . . . . 387**

<b>Тема 1. Числа и вычисления . . . . .</b>	<b>387</b>
1.1. Натуральные числа . . . . .	387
1.2. Дроби . . . . .	387
1.3. Проценты . . . . .	387
1.4. Модуль числа . . . . .	387
1.5. Арифметические действия с действительными числами . . . . .	387
1.6. Числовые и буквенные выражения . . . . .	387
<i>Расчёты по формулам . . . . .</i>	<i>387</i>
<i>Задачи с практическим содержанием . . . . .</i>	<i>388</i>
<i>Числа и вычисления . . . . .</i>	<i>388</i>
<b>Тема 2. Алгебраические выражения . . . . .</b>	<b>389</b>
2.1. Алгебраические выражения. Степень . . . . .	389
2.2. Квадратный корень. Арифметический квадратный корень . . . . .	389

2.3. Одночлен. Многочлен .....	389
<i>Формулы сокращённого умножения</i> .....	389
<i>Числовые выражения, содержащие корень</i> .....	389
<i>Числовые выражения, содержащие степень</i> .....	390
<i>Алгебраические выражения, содержащие корень</i> ..	390
<i>Алгебраические выражения, содержащие степень</i> .	390
<b>Тема 3. Уравнения и неравенства</b> .....	<b>390</b>
3.1. Уравнения .....	390
<i>Линейные и квадратные уравнения</i> .....	390
<i>Уравнения, сводящиеся к квадратному уравнению</i> .	390
3.3. Неравенства .....	390
<i>Метод интервалов</i> .....	391
<i>Линейные уравнения</i> .....	391
<i>Квадратные уравнения</i> .....	391
<i>Линейные неравенства</i> .....	392
<i>Квадратные неравенства</i> .....	392
<i>Системы неравенств</i> .....	392
<i>Алгебраические выражения,</i> <i>уравнения и неравенства</i> .....	392
<i>Системы уравнений и неравенств</i> .....	393
<i>Линейные уравнения. Пропорции</i> .....	393
<i>Линейные и квадратные уравнения</i> .....	393
<i>Алгебраические неравенства</i> .....	393
Текстовые задачи .....	394
<i>Процент: определение, двойное начисление</i> .....	394
<i>Задачи на работу</i> .....	394
<i>Задачи на движение</i> .....	394
<i>Процент: концентрация, изменение величины,</i> <i>задачи на смеси</i> .....	394
<b>Тема 4. Числовые последовательности</b> .....	<b>395</b>
4.2. Арифметическая прогрессия .....	395
4.3. Геометрическая прогрессия .....	395
4.4. Задачи на применение прогрессий .....	395
<b>Тема 5. Функции</b> .....	<b>396</b>
Графики элементарных функций .....	396
Область допустимых значений .....	396
Множество значений функции .....	396
Графическое решение уравнений .....	396

Чётность / нечётность функций . . . . .	397
Графики функций . . . . .	397
<b>Тема 6. Сравнение на координатной прямой . . . . .</b>	<b>398</b>
<b>Тема 7. Геометрия (планиметрия) . . . . .</b>	<b>398</b>
Углы на плоскости . . . . .	398
Углы в треугольнике . . . . .	398
Прямоугольный треугольник . . . . .	398
Тригонометрия в треугольнике . . . . .	398
Равнобедренный треугольник . . . . .	398
Подобные фигуры . . . . .	399
Медиана, биссектриса . . . . .	399
Площадь треугольника. Периметр . . . . .	399
Прямоугольник. Параллелограмм . . . . .	399
Трапеция . . . . .	399
Ромб. Квадрат . . . . .	399
Углы и диагонали многоугольника . . . . .	399
Окружность: дуга, сектор . . . . .	399
Окружность: хорда, касательная . . . . .	400
Окружность и треугольник . . . . .	400
Окружность и четырёхугольник . . . . .	400
Анализ геометрических высказываний . . . . .	400
Задачи повышенной трудности . . . . .	400
<b>Тема 8. Элементы комбинаторики, теории вероятностей, описательной статистики . . . . .</b>	<b>401</b>
Задачи на основные правила комбинаторики . . . . .	401
Задачи на классическое определение вероятности . . . . .	401
Задачи на теоремы о вероятностных событиях . . . . .	401
Задачи на использование описательной статистики . . . . .	401
<i>Приложение 1. Справочные материалы, выдаваемые на экзамене . . . . .</i>	<i>402</i>
<i>Приложение 2. Демонстрационный экзаменационный вариант . . . . .</i>	<i>405</i>

# Введение

*...Математика — это цепь понятий:  
выпадет одно зёрнышко —  
и непонятно будет дальнейшее.*

*Н. К. Крупская*

Организация систематического повторения материала, изученного в 5–9 классах, является основой подготовки к ОГЭ. Данная книга — «Полный экспресс-репетитор» — учебное пособие для быстрой и эффективной подготовки школьников к основному государственному экзамену по математике. Она будет полезна и преподавателям, занимающимся подготовкой учащихся к сдаче экзамена в формате ОГЭ.

Пособие призвано оказать помощь в систематизации, углублении, обобщении знаний основных тем курса:

- «Вычисления и преобразования»,
- «Алгебраические выражения»,
- «Уравнения и неравенства»,
- «Числовые последовательности»,
- «Функции»,
- «Сравнение на координатной прямой»,
- «Геометрия» (планиметрия),
- «Элементы комбинаторики, теории вероятности, описательной статистики».

Материал данного пособия содержит в себе всё необходимое, чтобы вам не пришлось «вооружаться» огромным количеством дополнительных книг и электронных источников.

В экспресс-репетиторе представлены теоретические сведения, разборы типовых экзаменационных заданий и тестовые задания для самостоятельного решения, необходимые для подготовки к сдаче ОГЭ.

Экзаменационные задания составлены по кодификатору требований к уровню вашей подготовки.

Для успешной подготовки к ОГЭ нужны определённые умения и навыки по всем разделам математики. Чтобы понять, каких навыков у вас нет или они не выражены, можно решить демонстрационный вариант от официального разработчика экзаменационных материалов, размещённый в конце пособия. Проанализируйте свои результаты: сколько времени ушло на решение каждого задания, какие задания не были вообще решены, определите какие задания вызвали сложность при их решении.

С нашим экспресс-репетитором вы легко преодолеете сложности при подготовке к экзаменам. Занимаясь по нему, приобретёте умения и навыки для уверенной и успешной сдачи основного государственного экзамена.

Материал пособия подобран и изложен на основе большого педагогического опыта автора в подготовке учеников к экзаменам по математике в формате и ОГЭ, и ЕГЭ.

### СОВЕТ

Постарайся запомнить как можно больше формул. На экзамене вместе с заданиями тебе будут выданы некоторые справочные материалы. Их мы разместили в конце пособия. Ознакомься с ними, так тебе будет проще понять, какую информацию следует выучить, а какой ты сможешь воспользоваться из предоставленных экзаменационных материалов. Внимательно разбери примеры, не пропускай их. Они помогут лучше усвоить правила и алгоритмы вычислений, отработать навыки быстрого выполнения заданий разных типов.

Список необходимых умений для успешной сдачи ОГЭ по математике представлен в таблице ниже.

<b>Часть 1</b>	
<b>Тема «Числа и вычисления»</b>	
<b>1</b>	<b>Уметь выполнять вычисления и преобразования</b>
1.1	Выполнять, сочетая устные и письменные приёмы, арифметические действия с рациональными числами, сравнивать действительные числа; находить в несложных случаях значения степеней с целыми показателями и корней; вычислять значения числовых выражений; переходить от одной формы записи чисел к другой
1.2	Округлять целые числа и десятичные дроби; находить приближения чисел с недостатком и с избытком; выполнять прикидку результата вычислений, оценку числовых выражений

1.3	Решать текстовые задачи, включая задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами
1.4	Изображать числа точками на координатной прямой
<b>Тема «Алгебраические выражения»</b>	
<b>2</b>	<b>Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений</b>
2.1	Составлять буквенные выражения и формулы по условиям задач, находить значения буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования
2.2	Выполнять основные действия со степенями с целыми показателями, с многочленами и алгебраическими дробями
2.3	Выполнять разложение многочленов на множители
2.4	Выполнять тождественные преобразования рациональных выражений
2.5	Применять свойства арифметических квадратных корней для преобразования числовых выражений, содержащих квадратные корни
<b>Тема «Уравнения и неравенства»</b>	
<b>3</b>	<b>Уметь решать уравнения, неравенства и их системы</b>
3.1	Решать линейные, квадратные уравнения и рациональные уравнения, сводящиеся к ним, системы двух линейных уравнений и несложные нелинейные системы
3.2	Решать линейные и квадратные неравенства с одной переменной и их системы
3.3	Применять графические представления при решении уравнений, систем, неравенств
3.4	Решать текстовые задачи алгебраическим методом, интерпретировать полученный результат, проводить отбор решений исходя из формулировки задачи

<b>Темы: «Функции», «Числовые последовательности», «Координаты на прямой и плоскости»</b>	
<b>4</b>	<b>Уметь строить и читать графики функций</b>
4.1	Определять координаты точки плоскости, строить точки с заданными координатами
4.2	Определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции, решать обратную задачу
4.3	Определять свойства функции по её графику (промежутки возрастания, убывания, промежутки знакопостоянства, наибольшее и наименьшее значения)
4.4	Строить графики изученных функций, описывать их свойства
4.5	Решать элементарные задачи, связанные с числовыми последовательностями
4.6	Распознавать арифметические и геометрические прогрессии; решать задачи с применением формулы общего члена и суммы нескольких первых членов прогрессий
<b>Тема «Геометрия»</b>	
<b>5</b>	<b>Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами</b>
5.1	Решать планиметрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей)
5.2	Распознавать геометрические фигуры на плоскости, различать их взаимное расположение, изображать геометрические фигуры; выполнять чертежи по условию задачи
5.3	Определять координаты точки плоскости; проводить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами
<b>Тема «Статистика и теория вероятностей»</b>	
<b>6</b>	<b>Уметь работать со статистической информацией, находить частоту и вероятность случайного события</b>

6.1	Извлекать статистическую информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках
6.2	Решать комбинаторные задачи путем организованного перебора возможных вариантов, а также с использованием правила умножения
6.3	Вычислять средние значения результатов измерений
6.4	Находить частоту события, используя собственные наблюдения и готовые статистические данные
6.5	Находить вероятности случайных событий в простейших случаях
<b>Часть 2</b>	
<b>Темы: «Уравнения и неравенства», «Функции и графики», «Геометрия»</b>	
7	<b>Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, уметь строить и исследовать простейшие математические модели</b>
7.1	Решать несложные практические расчётные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов
7.2	Пользоваться основными единицами длины, массы, времени, скорости, площади, объёма; выражать более крупные единицы через более мелкие и наоборот. Осуществлять практические расчёты по формулам, составлять несложные формулы, выражающие зависимости между величинами
7.3	Моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения и неравенства по условию задачи; исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры
7.4	Описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами; интерпретировать графики реальных зависимостей

7.5	Описывать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин
7.6	Анализировать реальные числовые данные, представленные в таблицах, на диаграммах, графиках
7.7	Решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуации с использованием аппарата вероятности и статистики
7.8	Проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений,

Хорошо развитые умения и навыки — это одно из условий успешного обучения и сдачи экзамена!

**В связи с возможными изменениями в формате и количестве заданий экзаменационной работы по математике рекомендуем в процессе подготовки к ОГЭ обращаться к материалам сайта официального разработчика КИМ — Федерального института педагогических измерений: [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru).**



На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево, 3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляется через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева — гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Перед жилым домом имеются яблоневые посадки.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между баней и гаражом имеется площадка площадью 64 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без запятых, пробелов и других символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

Объекты	Жилой дом	Сарай	Баня	Теплица
Цифры				

### Решение.

Прочитай внимательно условие, и ты найдёшь в условии подсказки:

- ▶ перед жилым домом имеются яблоневые посадки — 3;
- ▶ сарай расположен рядом с гаражом (гараж отмечен на плане цифрой 7) — 4;
- ▶ при входе на участок справа от ворот находится баня — 6;
- ▶ теплица построена на территории огорода (огород отмечен цифрой 2) — 1.

**Ответ:** 3461.